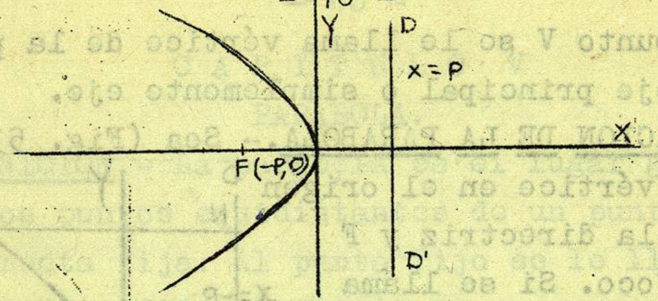

Fig. 54

En forma semejante si el foco está en (0, p
y directriz y = - p (Fig. 55), se obtiene la e-
cuación:

$$x^2 = 4py \text{ . . . . } (15b)$$

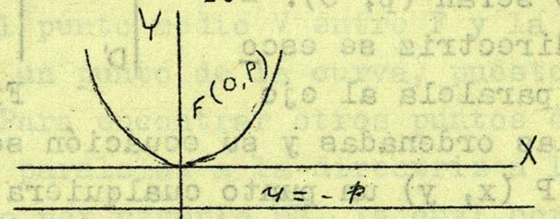

Fig. 55

Si F (0, -p) y directriz y = p (Fig. 56),
la ecuación de la parábola es:

$$x^2 = -4py \text{ . . . . } (15c)$$

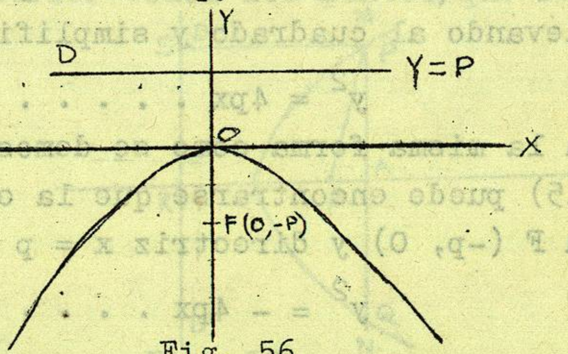

Fig. 56

38.- <u>DISCUSION DE LA ECUACION DE LA PARABOLA</u>.- Sea la ecuación $y^2 = 4px$.

Si se hace x = 0; y = 0, luego la curva corta al eje de las y en el origen.

Si se hace y = 0; x = 0 luego la curva corta al eje de las x en el origen.

Si se sustituye x por -x la ecuación se altera, por lo que no hay simetría con respecto al eje de las ordenadas.

Si se sustituye y por -y la ecuación no se altera luego hay simetría con respecto al eje de las abscisas.

Si se sustituye al mismo tiempo <u>x</u> por -<u>x</u> e <u>y</u> por -<u>y</u>, la ecuación se altera, por lo tanto no es simétrica con respecto al origen.

Despejando y:

$$y = \pm 2\sqrt{px}$$

Si x < 0 el subradical es negativo, y la <u>y</u> es imaginaria, por lo que no hay puntos de la curva a la izquierda del eje de las ordenadas.

Si x > 0 el subradical es positivo y los valores de <u>y</u> serán reales, por lo que hay puntos de la curva a la derecha del eje de las y.

Despejando x:

$$x = \frac{y^2}{4p} .$$

para cualquier valor real de y hay valores de x.

39.- **ANCHO FOCAL DE LA PARABOLA.**- Se llama ancho focal o latus rectum a la longitud de la cuerda focal perpendicular al eje de la parábola. Para encontrar su longitud se sustituye $x = p$ en la ecuación: $y^2 = 4px \therefore y^2 = 4p^2$ e $y = \pm 2p$ luego $L.R. = 2p - (-2p) = 4p$. Obsérvese que el latus rectum es igual al coeficiente del término de primer grado en la ecuación $y^2 = 4px$. (Fig.57)

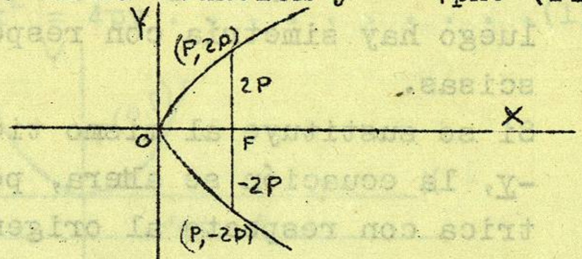

Fig. 57

Ejemplos:

1) Encontrar la ecuación de la parábola con vértice en el origen y F (3, 0) Fig. 58.
Puesto que la distancia del vértice al foco es igual a p, se tiene $p = 3$.
Sustituyendo en la fórmula $y^2 = 4px$ se tiene

$$y^2 = 12x$$

que es la ecuación pedida.

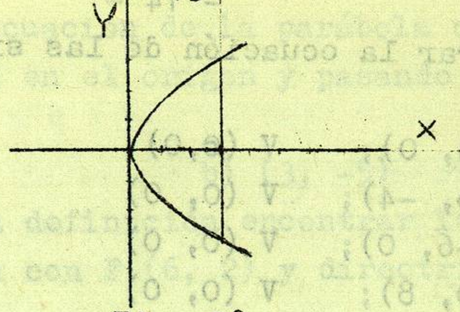

Fig. 58

2) Encontrar las coordenadas del foco, la ecuación de la directriz, el ancho focal y dibujar la siguiente parábola con vértice en el origen $x^2 = -8y$ (Fig. 59).
La ecuación es de la forma $x^2 = -4py$, por lo tanto:

$-4p = -8$, $p = 2$ luego F (0, -2)

Ecuación de la directriz $y = 2$; $L.R. = 8$

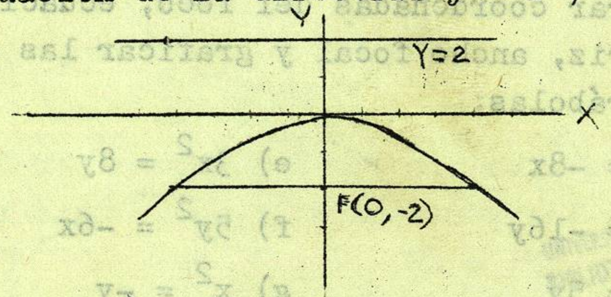

Fig. 59

EJERCICIO XI

1.- Dibujar con regla y compás las siguientes parábolas:

a) Foco a 3 unidades de la directriz.

b) Foco a 10 unidades de la directriz.

2.- Encontrar la ecuación de las siguientes parábo--las:

a) F (3, 0); V (0,0)
b) F (o, -4); V (0, 0)
c) F (-6, 0); V (0, 0)
d) F (0, 8); V (0, 0)
e) V (0, 0); Directriz x = 2
f) F (0, -4); Directriz y = 4
g) V (0, 0); F (5, 0)
h) V (0, 0); Directriz x = -2
i) V (0, 0); Directriz y = -3
j) F (0, 5); V (0, 0)
k) V (0, 0); Directriz y = $\frac{3}{2}$
l) V (0, 0); F ($-\frac{2}{3}$, 0)

3.- Encontrar coordenadas del foco, ecuación de la directriz, ancho focal y graficar las siguientes parábolas:

a) $y^2 = -8x$ e) $3x^2 = 8y$
b) $x^2 = -16y$ f) $5y^2 = -6x$
c) $x^2 = 5y$ g) $x^2 = -y$
d) $y^2 = 7x$ h) $y^2 = x$

4.- Encontrar la ecuación de la parábola con eje - horizontal, vértice en (0, 0) y pasando por el punto:

a) (4, 8) b) (-3, 6)

5.- Encontrar la ecuacion de la parábola con eje vertical, vértice en el origen y pasando por el punto):

a) (-2, 1) b) (3, -5)

6.- A partir de la definición encontrar la ecuación - de la parábola con F (6, 2) y directriz x = 2