$$\therefore \rho^2 = 4 \sec 2\theta$$

2) Encontrar la ecuación cartesiana de la curva:

$$\rho = 3 \cos 2\theta$$

Solución:

$$\rho = 3(\cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta)$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 3\,\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

Elevando al cuadrado y quitando denominadores:

$$(x^2 + y^2)^3 - 9(x^2 - y^2)^2 = 0$$

EJERCICIO II

1.- Transformar las ecuaciones siguientes a coordenadas polares:

a) $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$

b) $x^2 + y^2 + ax = a(x^2 + y^2)$

c) $(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} = 2axy$

d) $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2xy$

e) $x^2 + y^2 - 2y = 0$

f) $-3x + 2y - 5 = 0$

2.- Transformar las ecuaciones siguientes a coordenadas cartesianas:

a) $\rho = \dfrac{7}{5 \cos\theta + 3 \operatorname{sen}\theta}$

b) $\rho = 4$

c) $\rho = \operatorname{sen}\theta$

d) $\rho = a\theta$

e) $\rho = \cos 2\theta + 1$

f) $\rho^2 = a^2 \operatorname{sen} 2\theta$

C A P I T U L O IX

ECUACIONES PARAMETRICAS.

1.- DEFINICIONES.- A veces es conveniente expresar las coordenadas de los puntos de una curva en función de una tercera variable, en lugar de tener relacionadas dichas coordenadas en una ecuación.

A esa tercera variable se le llama Parámetro y las ecuaciones que expresan la relación entre las coordenadas y el parámetro se llaman ecuaciones paramétricas.

2.- DIBUJO DE CURVAS CON ECUACIONES PARAMETRICAS.- Para encontrar puntos de una curva conociendo sus ecuaciones paramétricas se van dando valores al parámetro y se encuentran los valores de las coordenadas.

Ejemplo: $x = 2t^2$; $y = t + 3$

Dando valores a t se encuentra la tabla siguiente con la que se pueden dibujar los puntos de la Fig. 86, la cual es una parábola.

t	-3	-2	-1	0	1	2	3
x	18	8	2	0	2	8	18
y	0	1	2	3	4	5	6

3.- ELIMINACION DEL PARAMETRO.- A veces es conveniente, teniendo las ecuaciones paramétricas de un lugar geométrico, eliminar el parámetro para encontrar la ecuación cartesiana de la curva.

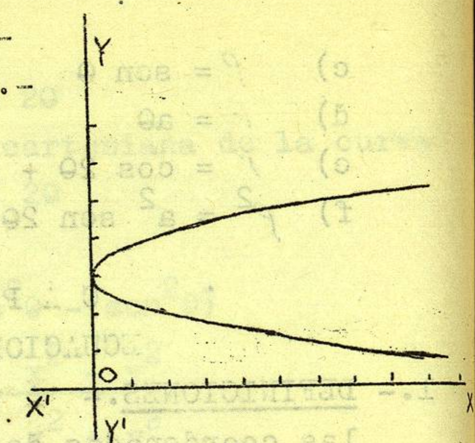

Fig. 86

En el caso anterior: $x = 2t^2$ (1) $y = t + 3$ (2)

Si se despeja t en (2) y se sustituye en (1) se encuentra. $x = 2(y - 3)^2 \therefore (y - 3)^2 = \frac{1}{2}x$

Ecuación de una parábola con vértice en (0, 3)

EJERCICIO I

Graficar las siguientes ecuaciones paramétricas, tomando t y θ como parámetro. Encontrar la ecuación rectangular en cada caso.

1) $x = t - 1$; $y = t^3$

2) $x = 7 + t$; $y = t^2 - 5t + 8$

3) $x^2 = t$; $4y^2 = 9t + 36$

4) $x = t - 3$; $y = 4 + 2t$

5) $x = \cos \theta$; $y = \operatorname{sen} \theta$

6) $x = \tan \theta$; $y = \sec^2 \theta$

7) $x = \csc \theta$; $y = \cot \theta$

ELIMINACION DEL PARAMETRO.-

A veces es conveniente, teniendo las ecuaciones paramétricas de un lugar geométrico, eliminar el parámetro para encontrar la ecuación cartesiana de la curva.

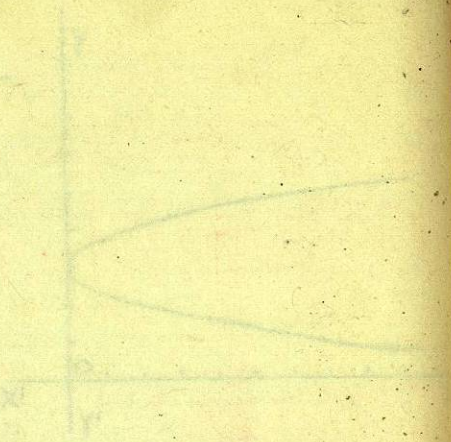

Fig. 86

[illegible] $x = 2t^2$ (1) $y = t + 3$ [illegible]

[illegible] y se sustituye en (1) [illegible]

[illegible] $(y - 3)^2 = $ [illegible]

Ecuación [illegible] con vértice en (0, 3)

[illegible] I

Graficar [illegible] ecuaciones paramétricas tomando t y θ como parámetro. Encontrar la ecuación rectangular en cada caso.

1) [illegible] ; $y = t$ [illegible]

2) [illegible] ; $y = t^2 - 5t + 8$ [illegible]

3) [illegible] ; $y^2 = 9t + 36$

4) [illegible] ; $y = 4 + 2t$

5) $x = $ [illegible] ; $y = \text{sen}\ \theta$

6) $x = \tan\theta$; $y = \sec^2\theta$

7) $x = \csc$ [illegible] ; $y = \cot\theta$

UNIVERSIDAD DE NUEVO LEON

ALERE FLAMMAM VERITATIS