culas de un cuerpo en rotación tienen la misma velocidad angular (excepto las - que estan sobre el eje).

Ejemlo 1-3.

Un fonógrafo con un disco de 18cm. de diámetro, rota a 45 $\frac{rev.}{min.}$ a) Encontrar la línea de velocidad de un punto que se encuentra a 4 cm. del eje y b) -- Uno que se encuentra sobre la orilla del disco.

$$45\ \frac{rev}{min} \times 0.105\ \frac{rad/seg}{rev/min} = 4.725\ \frac{rad}{seg.}$$

a) $V_T = R\,w = 4\ cm \times 4.725\ \frac{rad}{seg} = 18.9\ \frac{cm}{seg.}$

b) $V_T = 9\ cm \times 4.725\ \frac{rad}{seg} = 42.525\ \frac{cm}{seg.}$

ACELERACION TANGENCIAL.

Para encontrar la aceleración tangencial a_T de la partícula de la figura - 1-3. Se toma la derivada respecto al tiempo de la ecuación 1-4, manteniendo R - constante. Esto da:

$$\frac{dV_T}{dt} = R\,\frac{dw}{dt}$$

Siendo $\frac{dV_T}{dt}$ la aceleración tangencial y $\frac{dw}{dt}$ la aceleración angular, se obtiene:

$$a_T = R\alpha \qquad \text{Ecuación 1-5}$$

Debiendo estar α en $\frac{rad.}{seg^2.}$

Ejemplo 1-4.

Suponiendo que en el motor del ejemplo 1-2, se cambia su velocidad de 1800 a 1200 $\frac{rev.}{min.}$ por medio de un reostáto y se deja girar libremente hasta el reposo en un tiempo de 15 seg.

a) Determinar la aceleración tangencial para un punto que se encuentra sobre la orilla del rotor (parte móvil del motor), sabiendo que el diámetro de este es 15 cm.

$$1200\ \frac{rev}{min} \times 0.105\ \frac{rad/seg.}{rev/min.} = 126\ \frac{rad.}{seg.}$$

$$\alpha = \frac{w}{t} = \frac{126\ rad/seg.}{15\ seg.} = 8.4\ \frac{rad.}{seg^2.}$$

$$a_T = R\alpha = 7.5cm \times 8.4\ \frac{rad}{seg^2.} = 63\ \frac{cm}{seg^2.}$$

ACELERACION RADIAL.

Para encontrar la aceleración radial de una partícula que se desplaza so-- bre un círculo, es conveniente analizar el origen de coordenadas X y Y, en el -

cuida de un cuerpo en rotación tienen la misma velocidad angular (excepto los que están sobre el eje).

Ejemplo 1-3.

Un fonógrafo con un disco de 18cm. de diámetro, gira a 45 $\frac{rev}{min}$. Al encontrar a) la línea de velocidad de un punto que se encuentra a 4 cm. del eje y b) uno que se encuentra sobre la orilla del disco.

$$45 \frac{rev}{min} \times 0.105 \frac{rad/seg}{rev/min} = 4.725 \frac{rad}{seg}$$

$$a)\ V_T = R\omega = 4\ cm \times 4.725 \frac{rad}{seg} = 18.9 \frac{cm}{seg}$$

$$b)\ V_T = 9\ cm \times 4.725 \frac{rad}{seg} = 42.525 \frac{cm}{seg}$$

ACELERACION TANGENCIAL.

Para encontrar la aceleración tangencial a_T de la partícula de la figura 1-3. Se toma la derivada respecto al tiempo de la ecuación 1-4, manteniendo R constante. Esto da:

$$\frac{dV_T}{dt} = R\frac{d\omega}{dt}$$

Siendo $\frac{dV_T}{dt}$ la aceleración tangencial y $\frac{d\omega}{dt}$ la aceleración angular se obtiene:

$$a_T = R\alpha \qquad \text{Ecuación 1-5}$$

Debiendo estar α en $\frac{rad}{seg^2}$.

Ejemplo 1-4.

Suponiendo que en el motor del ejemplo 1-2, se cambia su velocidad de 1800 a 1200 $\frac{rev}{min}$. por medio de un reostato y se deja girar libremente hasta el reposo en un tiempo de 15 seg.

a) Determinar la aceleración tangencial para un punto que se encuentra sobre la orilla del rotor (parte móvil del motor), sabiendo que el diámetro de este es 15 cm.

$$1200 \frac{rev}{min} \times 0.105 \frac{rad/seg}{rev/min} = 126 \frac{rad}{seg}$$

$$\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{126\ rad/seg}{15\ seg} = 8.4 \frac{rad}{seg^2}$$

$$a_T = R\alpha = 7.5cm \times 8.4 \frac{rad}{seg^2} = 63 \frac{cm}{seg^2}$$

ACELERACION RADIAL.

Para encontrar la aceleración radial de una partícula que se desplaza sobre un círculo, es conveniente analizar el origen de coordenadas X y Y, en el

centro del círculo como lo muestra la figura 1-4

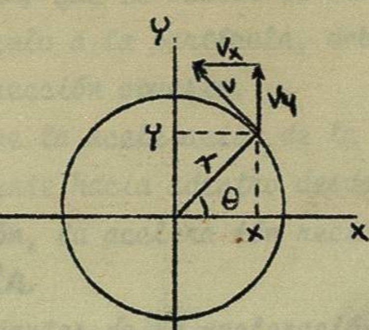


FIGURA 1-4

Obteniendo que las coordenadas de la partícula son:

$$X = r\cos\theta \qquad Y = r\,\mathrm{Sen}\,\theta$$

donde θ es función del tiempo y r se mantiene constante.

Suponiendo que la partícula desplaza alrededor del círculo con una velocidad angular constante w, y haciendo uso de la ecuación 1-1a que dice $\theta = wt$, ya que para este caso $\overline{w} = w$.

Sutituyendo esta expresión en las ecuaciones de X y Y, se encuentra que:

$$X = r\cos wt \qquad Y = r\,\mathrm{Sen}\,wt \qquad \text{Ecuación 1-6}$$

Sabiendo que la componente en el eje X de la velocidad de la partícula es $V_x = \frac{dx}{dt}$ y en el eje Y es $V_y = \frac{dy}{dt}$ y derivando la ecuación 1-6, con respecto al tiempo, se encuentra que:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d(r\cos wt)}{dt} \qquad \frac{dy}{dt} = \frac{d(r\,\mathrm{Sen}\,wt)}{dt}$$

$$V_x = -rw\,\mathrm{Sen}\,wt. \qquad V_y = rw\cos wt. \qquad \text{Ecuación 1-7}$$

En general claro esta W no sería constante. Sin embargo es conveniente restringirnos al caso en que la partícula se desplaza en torno del círculo a velocidad constante, de tal manera que $\alpha = \frac{dw}{dt} = 0'$

Obsérvese que tanto Vx como Vy son función del tiempo. Por lo tanto, en virtud de que las velocidades cambian con el tiempo la partícula debe irse acelerando aunque su rápidez en el círculo sea constante.

Para encontrar las componentes X y Y de la aceleración, se hace uso del hecho que:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} \qquad a_y = \frac{dV_y}{dt}.$$

y derivando con respecto al tiempo la ecuación 1-7, se encuentra que:

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{-rwd(\mathrm{Sen}\,wt)}{dt} \qquad \frac{dV_y}{dt} = \frac{rwd(\cos wt)}{dt}$$

$$a_x = -rw^2\cos wt. \qquad a_y = -rw^2\,\mathrm{Sen}\,wt. \qquad \text{Ecuación 1-8.}$$

Las componentes de aceleración son proporcionales al negativo de los despcentro del círculo como lo muestra la figura 1-4.

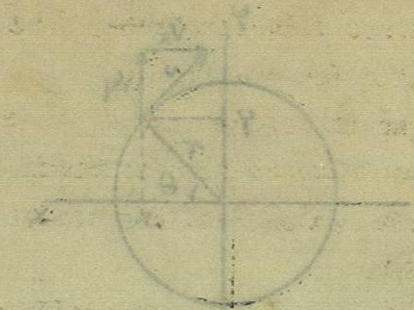


FIGURA 1-4

Obteniendo que las coordenadas de la partícula son:

$$X = r\,Cos\,\theta \qquad Y = r\,Sen\,\theta$$

donde θ es función del tiempo y r permanece constante.

Suponiendo que la partícula se mueve alrededor del círculo con una velocidad angular constante ω, y haciendo uso de la ecuación 1-4a que dice $\theta = \omega t$, ya que para este caso $\theta_0 = 0$.

Sustituyendo esta expresión en las ecuaciones de X y Y, se encuentra que:

$$X = r\,Cos\,\omega t \qquad Y = r\,Sen\,\omega t \qquad \text{Ecuación 1-6.}$$

Sabiendo que la componente en el eje X de la velocidad de la partícula es $V_x = \frac{dx}{dt}$ y en el eje Y es $V_y = \frac{dy}{dt}$ y derivando la ecuación 1-6, con respecto al tiempo, se encuentra que:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d(r\,Cos\,\omega t)}{dt} \qquad \frac{dy}{dt} = \frac{d(r\,Sen\,\omega t)}{dt}$$

$$V_x = -r\omega\,Sen\,\omega t. \qquad V_y = r\omega\,Cos\,\omega t. \qquad \text{Ecuación 1-7}$$

En general claro está ω no sería constante. Sin embargo es conveniente restringirnos al caso en que la partícula se desplaza en torno del círculo a velocidad constante, de tal manera que $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0$.

Obsérvese que tanto V_x como V_y son función del tiempo, por lo tanto, en virtud de que las velocidades cambian con el tiempo la partícula debe estar acelerando aunque su rapidez en el círculo sea constante.

Para encontrar las componentes X y Y de la aceleración, se hace uso del hecho que:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} \qquad a_y = \frac{dV_y}{dt}$$

y derivando con respecto al tiempo la ecuación 1-7, se encuentra que:

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{-r\omega\,d(Sen\,\omega t)}{dt} \qquad \frac{dV_y}{dt} = \frac{r\omega\,d(Cos\,\omega t)}{dt}$$

$$a_x = -r\omega^2 Cos\,\omega t \qquad a_y = -r\omega^2 Sen\,\omega t \qquad \text{Ecuación 1-8.}$$

Las componentes de aceleración son proporcionales al negativo de los desp-

lazamientos, esto significa; que el vector de desplazamiento que es el radio -- vector del centro del círculo a la partícula, debe ser proporcional al vector - de aceleración pero de dirección opuesta.

De donde se deduce que la aceleración de la partícula en el círculo es un-vector que apunta radialmente hacia adentro desde la partícula hacia el centro-del círculo. Por esta razón, la acelera ión recibe el nombre de aceleración radial y se representa por a_R.

Conociendo las componentes de la aceleración y sabiendo que la resultante-R de dos vectores componentes Rx y Ry esta dada por:

$$R^2 = R^2x + R^2y \qquad \text{se obtiene que:}$$

$$a^2_R = a^2_x + a^2_y$$

$$a^2_R = r^2\omega^4 Cos^2(\omega t) + r^2\omega^4 Sen^2(\omega t)$$

$$a^2_R = r^2\omega^4 (Cos^2\omega t + Sen^2\omega t).$$

Sabiendo que $Cos^2\theta + Sen^2\theta = 1$ se encuentra que:

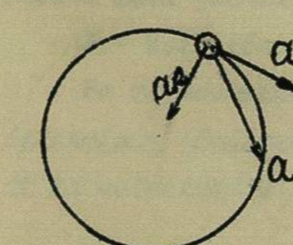
$$a_R = r\omega^2 \qquad \text{Ecuación 1-9.}$$

Aunque la partícula se desplaza en torno del círculo con velocidad constan te, su velocidad cambia de dirección. La razón de cambio de este vector de velo cidad es la aceleración radial de la partícula.

La partícula esta acelerada a lo largo de un radio hacia el centro del cír culo.

Ejemplo 1-5.

Calcular la magnitud de la aceleración total de una partícula moviéndose - en un círculo de radio 0.4 mts. En el instante que esta partícula tiene una velocidad angular de $2\ \frac{rad}{seg}$ y una aceleración angular de $5\ \frac{rad}{seg^2}$.



$$a_T = \alpha r = 5\ \frac{rad}{seg^2} \times 0.4\ mt = 2\ \frac{mt}{seg^2}.$$

$$a_R = \omega^2 r = \left(2\ \frac{rad}{seg}\right)^2 \times 0.4mt = 1.6\ \frac{Mt}{seg^2}.$$

$$a = \sqrt{a^2_T + a^2_R}$$

$$a = \sqrt{(2^2 + 1.6^2)\ \frac{mt^2}{seg^4}}$$

$$a = 2.6\ \frac{mt}{seg^2}.$$

FUERZAS CENTRÍPETA Y CENTRÍFUGA.

Todos alguna vez hemos experimentado estas fuerzas al atar una piedra o -- un peso a una cuerda y dar vueltas haciendo que la piedra describa una circunfe rencia. De esta manera al dar vueltas notamos que la mano esta sometida a una - fuerza hacia afuera, e inversamente la mano tiene que ejercer una fuerza hacia-