lares y nucleares tienen valores definidos.

Si se considera que el sol, los planetas y satélites sean particular que no tienen movimiento de rotación intrínseco, la cantidad de movimiento angular del sistema solar no sería constante. Pero esto no sucede así ya que estos cuerpos si tienen rotaciones intrínsecas probocadas por las fuerzas de marea que convierten una parte de esa cantidad de movimiento angular de rotación intrínseca en cantidad de movimiento angular orbital de los planetas y satélites.

La conservación de la cantidad de movimiento angular total es importante para valorizar las teorías del origen del sistema solar, de la contracción de estrellas gigantes y de otros problemas en astronomía.

Esta forma simple de analizar la cantidad de movimiento angular total de los sistemas atómicos o astronomicos, es un teorema de que la cantidad de movimiento angular total L de un sistema cualquiera con respecto al origen de un marco de referencia inercial se puede calcular sumando la cantidad de movimiento angular con respecto a su centro de masa con la cantidad de movimiento angular que proviene del movimiento del centro de masa con respecto al origen.

Las leyes de la conservación de la energía total y de la cantida de movimiento lineal y la cantidad de movimiento angular son fundamentales en física, y son válidas para todas las teorías de físicas modernas.

5.- Resumen.

En la tabla 3-1 se han reunido todas las ecuaciones que tratan de la dinámica de los movimientos de rotación y se ha hecho un comentario acerca de las condiciones bajo las cuales se pueden usar.

TABLA 3-1

RESUMEN DE LAS ECUACIONES DEL MOVIMIENTO DE ROTACION

ECUACION	NOTAS
	I.- Ecuaciones de definición
$\tau = r \times F$	Momento de rotación de una partícula con respecto a un punto 0, debido a una fuerza resultante F
$\tau_{ext.} = \sum \tau_i = \sum (r_i \times F_i)$	Momento de rotación externo resultante sobre un sistema de partículas con respecto a un punto 0
$L = r \times p$	Cantidad de movimiento angular de una partícula con respecto a un punto 0
$L = \sum L_i = \sum (r_i \times p_i)$	Cantidad de movimiento angular resultante de un sistema de partículas con respecto a

...s y mecánica tienen valores definidos.

Si se considera que el sol, los planetas y satélites como partículas que tienen movimientos de rotación intrínseca, la cantidad de movimiento angular del sistema solar no sería constante. Pero esto no sucede, así es que estos cuerpos tienen rotaciones intrínsecas producidas por las fuerzas de marea que convierten una parte de (su) cantidad de movimiento angular de rotación intrínseca en cantidad de movimiento angular orbital de los planetas y satélites.

La conservación de la cantidad de movimiento angular total es importante en (las) teorías del origen del sistema solar, de la evolución de estrellas gigantes y de otros problemas en astronomía.

Esta forma simple de enunciar la cantidad de movimiento angular total de los sistemas atómicos o astronómicos, es un teorema de que la cantidad de movimiento angular total L de un sistema cualquiera con respecto al origen de un marco de referencia inercial se puede calcular sumando la cantidad de movimiento angular con respecto a su centro de masa con la cantidad de movimiento angular que proviene del movimiento del centro de masa con respecto al origen.

Las leyes de la conservación de la energía total y de la cantidad de movimiento lineal y la cantidad de movimiento angular son fundamentales en física, son válidas para todas las teorías de física moderna.

5.- Resumen:

En la tabla 3-1 se han reunido todas las ecuaciones que tratan de la dinámica de los movimientos de rotación y se ha hecho un comentario acerca de las condiciones bajo las cuales se pueden usar.

TABLA 3-1

RESUMEN DE LAS ECUACIONES DEL MOVIMIENTO DE ROTACIÓN

ECUACIÓN	NOTAS
	I.- Ecuaciones de definición
$\tau = r \times F$	Momento de rotación de una partícula con respecto a un punto 0, debido a una fuerza resultante F
$\tau_{ext.} = \sum \tau_i = \sum (r_i \times F_i)$	Momento de rotación externo resultante total de un sistema de partículas con respecto a un punto 0
$L = r \times p$	Cantidad de movimiento angular de una partícula con respecto a un punto 0
$L = \sum L_i = \sum (r_i \times p_i)$	Cantidad de movimiento angular resultante de un sistema de partículas con respecto a un punto 0

ECUACIÓN	NOTAS
	II.- Relaciones generales
$\tau = \frac{dL}{dt}$	Ley de movimiento de una sola partícula sobre la que está aplicado un momento de rotación. Es válida solamente si τ y L se miden con respecto a un punto cualquiera 0 fijo en un marco de referencia inercial. Y es el análogo rotacional de $F = \frac{dp}{dt}$
$\tau_{ext.} = \frac{dL}{dt}$	Ley del movimiento de un sistema de partículas sobre el que obra un momento de rotación externo resultante $\tau_{ext.}$ Es válida solamente si $\tau_{ext.}$ y L se miden con respecto a (a) un punto cualquiera 0 fijo en un marco de referencia inercial, o bien, (b) con respecto al centro de masa del sistema. Es la ley rotacional análoga de $F = \frac{dP}{dt}$
	III.- Caso especial de un cuerpo rígido girando alrededor de un eje en un marco de referencia inercial
$\tau = I\alpha$	α está obligada a conservarse a lo largo del eje; I debe referirse también a este eje y τ debe ser la componente escalar de $\tau_{ext.}$ dirigida sobre ese mismo eje. Es la ley rotacional análoga de F = Ma del movimiento rectilíneo.
$L = I\omega$	w está obligada a conservarse a lo largo del eje; y debe referirse también a este eje y L debe ser la componente escalar de la cantidad de movimiento total sobre ese mismo eje. Si el eje de rotación tiene alguna simetría especial (esto es, si es un eje principal), entonces L y w estarán ambos dirigidos sobre el eje. Está ley es la análoga rotacional de $P = M\upsilon$ para el movimiento rectilíneo.

PROBLEMAS

1.- Un trompo está girando a 30 rev/seg alrededor de un eje que forma un ángulo de 30° con la vertical. Su masa es de 0.50 kg y su momento de inercia es de $5x10^{-4}$ kg-mt^2. El centro de masa se encuentra a 4cm de la punta del pivote.- Si la rotación es en el sentido de las manecillas del reloj vista desde arriba, ¿Cuál será la magnitud y dirección de la velocidad angular de precesión?
R.- 2 rad/seg; en el sentido de las manecillas del reloj, visto desde arriba.

2.- a) Suponiendo que el electrón se mueve en una órbita circular alrededor del protón en un átomo de hidrógeno, si la fuerza centrípeta sobre el electrón es producida por una fuerza eléctrica $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r^2}$, siendo e la magnitud de la carga de un electrón y de un protón, r el radio de la órbita, y ε_o una constante, demostrar que el radio de la órbita es

$$r = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o m v^2}$$

siendo m la masa del electrón y v su velocidad.
b) Supóngase ahora que la cantidad de movimiento angular del electrón alrededor del núcleo puede tener solamente valores que sean múltiplos enteros n de $h/2\pi$ siendo h una constante que se llama constante de Planck. Demostrar que las únicas órbitas electrónicas posibles son aquellas de radio

$$r = \frac{nh}{2\pi m v}$$

c) Combinar estos resultados para eliminar a v y demostrar que las únicas órbitas para las cuales se cumplen ambos requisitos son las que tienen radios

$$r = \frac{n^2\varepsilon_o h^2}{\pi m e^2}$$

por consiguiente los radios permitidos son proporcionales a los cuadrados de los números enteros n = 1,2,3, etc. Cuando n=1, r tiene el valor más pequeño posible que es de 0.528×10^{-10}m.

3.- Determinar a) la cantidad de movimiento angular de rotación de la Tierra alrededor de su propio eje, b) la cantidad de movimiento angular de movimiento orbital de la Tierra alrededor del Sol.

R:
a) 6.94×10^{33} kg-mt^2/seg
b) 2.61×10^{40} kg-mt^2/seg.

4.- En un parque de juegos hay un pequeño carrousel de 1.22m de radio y 175kg de masa. El radio de giro es de 0.915m. Un muchacho de masa 43.8kg corre con una velocidad de 3.05 m/seg en dirección tangente a la periferia del carrousel cuando éste se encuentra en reposo y salta al carrousel. No tomando en cuenta el rozamiento, encontrar la velocidad angular del carrousel y del muchacho.

R;
0.77 rad/seg; 2.5 rad/seg.

5.- Una regla tiene una masa de 4.38kg y una longitud de 1.22m. Se encuentra inicialmente en reposo en una superficie plana horizontal sin rozamiento y recibe un golpe perpendicularmente de una fuerza impulsiva cuyo impulso es de 13.3nt-seg a una distancia 1=0.46m del centro. Determinar el movimiento que toma a partir de ese momento.

R: 11.2 rad/seg.

6.- Una rueda está girando con una velocidad angular de 500 rev/min en un- eje cuyo momento de inercia es insignificante. Una segunda rueda idéntica a la- primera, y que inicialmente está en reposo, repentinamente se acopla al mismo - eje. ¿Cuál es la velocidad angular de la combinación que resulta al acoplar el- eje y las dos ruedas?

R: 26.25 rad/seg.

7.- Un hombre está de pie en una plataforma giratoria sin rozamiento, que- está girando con una velocidad de 1 rev/seg; sus brazos están estirados y sos- tiene una pesa en cada mano. Con sus manos en esta posición, el momento de iner cia total del hombre y de la plataforma es de 6kg-mt^2. Si al acercar las pesas- al cuerpo, el hombre disminuye el momento de inercia a 2kg-mt^2, a) ¿Cuál es la- velocidad angular resultante de la plataforma? b) ¿Cuánto aumenta la energía ci nética?

R: 18.9 rad/seg; 236.6 joules.

8.- Una cucaracha, de masa m, corre en sentido contrario a las manecillas- del reloj por el borde de un platillo giratorio montado sobre un eje vertical - de radio R y momento de inercial I sobre apoyos sin rozamiento. La velocidad de la cucaracha con relación a la tierra es V, mientras que el platillo gira en el sentido de las manecillas del reloj con una velocidad angular W_0. La cucaracha- encuentra una migaja de pan en el borde y, por supuesto, se detiene. ¿Cuál es - la velocidad angular del platillo después de que se detiene la cucaracha?

R: $$W = \frac{RW_0 - 2V}{3R}$$

9.- Una partícula se dispara horizontalmente a lo largo del interior de un cazo semiesférico de radio r que está en reposo figura 3-6. Queremos encontrar- la velocidad inicial V_0 que se requiere para que la partícula llegue apenas al- borde del cazo. Encontrar a V_0 como función de θ_0, la posición angular inicial- de la partícula

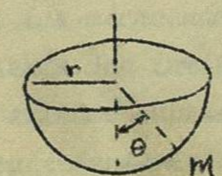

FIGURA 3-6

R: $$V_0 = \frac{2\,g\,r}{\cos\theta_0}$$

10.- Un disco plano uniforme de masa M y radio R gira alrededor de un eje - horizontal que pasa por su centro con una velocidad angular W_0. a) ¿Cuál es su- energía cinética? ¿Cuál es su cantidad de movimiento angular? b) Una astilla de masa m se desprende del borde del disco en un instante tal que la astilla se e- leva verticalmente sobre el punto en donde se rompió figura 3-7. ¿A qué altura- sobre el punto sube antes de comenzar a caer? c) ¿Cuál es la energía y la canti dad de movimiento angular finales?

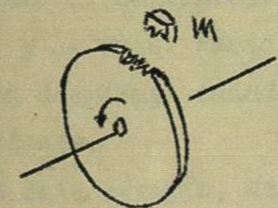

FIGURA 3-7

R:

a) $K = \frac{1}{4} MR^2W_0^2$; $L = \frac{MR^2}{2} W_0$

b) $h = \frac{\frac{1}{2} R^2W_0^2}{g}$

c) $K_f = \frac{R^2W_0^2}{2} (\frac{M}{2} - M)$; $L_f = R^2W_0 (\frac{M}{2} - M)$