

Para evaluarlas cuando $x = 0.10\text{mt}$, se sustituye este valor en la ecuación x , y se obtiene,

$$0.10 = 0.20 \cos 5.7t \quad \text{ó} \quad \cos 5.7t = 0.50,$$

donde se ve que el ángulo $5.7t$ es 60° . Utilizando este ángulo para $5.7t$ en las ecuaciones para v y a , se producirán estas cantidades cuando $x = 0.10\text{mt}$. Obteniendo:

$$v = -1.14 \sin 60^\circ = -1.0 \frac{\text{mt}}{\text{seg.}}$$

$$y \quad a = -6.5 \cos 60^\circ = -3.25 \frac{\text{mt}}{\text{seg.}^2}$$

4.- Consideraciones energéticas en el movimiento armónico simple.

Para una masa que oscila la energía mecánica total $E = K + U$ se conserva constante, siempre y cuando no obren fuerzas disipadoras. Como la elongación y velocidad de la masa que oscila cambian constantemente, las energías cinética y potencial también varían, pero la suma conserva su valor para cada instante.

La energía potencial U en un instante cualquiera, para el movimiento armónico simple, está dada por:

$$U = \frac{1}{2} kx^2,$$

si la elongación se da por $x = A \cos (wt + f)$, resulta:

$$U = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 (wt + f),$$

la energía potencial varía desde un valor mínimo de cero, hasta un valor máximo de $\frac{1}{2} kA^2$.

La energía cinética K en un instante cualquiera es: $K = \frac{1}{2} m v^2$,

aplicando las relaciones,

$$v = \frac{dx}{dt} = -wA \sin (wt + f) \quad \text{y} \quad w^2 = \frac{k}{m}, \quad \text{se obtiene:}$$

$$K = \frac{1}{2} m w^2 A^2 \sin^2 (wt + f)$$

$$K = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2 (wt + f),$$

Ecuación 4-14.

La energía cinética varía desde un valor mínimo de cero hasta un valor máximo de $\frac{1}{2} k A^2$.

Para obtener la energía mecánica total E , basta sumar las ecuaciones 4-13 y 4-14.

$$E = K + U = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2 (wt + f) + \frac{1}{2} k A^2 \cos^2 (wt + f)$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2.$$

Ecuación 4-15.

En el punto de equilibrio, la energía potencial es cero, mientras que la energía cinética es máxima. Cuando la elongación es máxima la energía potencial alcanza su máximo valor, mientras que la energía cinética se reduce a cero.

En otras posiciones, en la cuales la energía cinética aumenta (o disminu--

ye); la energía potencial debe disminuir (o aumentar), ya que la suma de estos dos energías debe dar siempre un valor constante de $\frac{1}{2} K A^2$.

La energía total de una partícula que tiene un movimiento armónico simple es proporcional al cuadrado de la amplitud del movimiento.

De la ecuación 4-15, se puede escribir:

$$K + U = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K A^2$$

y obtener

$$v^2 = \left(\frac{K}{m}\right) (A^2 - x^2), \text{ o sea,}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \pm \sqrt{\frac{K}{m} (A^2 - x^2)}, \quad \text{Ecuación 4-16}$$

Esta ecuación indica claramente que la velocidad es máxima en el punto de equilibrio $x=0$, y que es nula en la posición de máxima elongación $x=A$.

Ejemplo 4-2.

a) Calcular las energías cinética y potencial de la masa del ejemplo 4-1, para la posición que indica la pregunta c; así como la energía total del sistema oscilante. b) Calcular la energía potencial máxima y la energía cinética máxima.

Para esta posición $x = 0.10 \text{ mt}$, $v = -1 \frac{\text{MT}}{\text{seg}}$ y $a = -3.25 \frac{\text{MT}}{\text{seg}^2}$

por lo tanto:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (0.060) (-1)^2 = 0.030 \text{ NT-MT.}$$

$$U = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} (1.96) (0.10)^2 = 0.0098 \text{ NT-MT.}$$

Puesto que se conserva la energía total, se puede calcular en cualquier etapa del movimiento. Haciendo uso de los resultados anteriores, se tiene:

$$E = K+U = 0.030 + 0.0098 = 0.0398 \text{ nt-mt. (masa en } x=0.10\text{m).}$$

$$U_{\text{max}} = \frac{1}{2} K X_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} (1.96) (0.20)^2 = 0.0392 \text{ nt-mt. (masa en } x=A).$$

$$v_{\text{max}} = \omega A = 5.7 \times 0.20 = 1.14 \text{ mt/seg.}$$

$$K_{\text{max}} = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} (0.060) (1.14)^2 = 0.039 \text{ nt-mt. (masa en } x=0).$$

5.- Aplicaciones del movimiento armónico simple.

Péndulo simple, péndulo de torsión, y péndulo físico.

El péndulo común es un sistema físico que sufre movimiento oscilatorio. -- Que el movimiento sea armónico simple, o no lo sea, es decir, de forma sendidal depende de si el sistema obedece la ecuación diferencial 4-5 o no lo hace.

A continuación se hará un estudio de algunos sistemas físicos que se mueven con movimiento armónico simple.

El péndulo simple:

El péndulo simple consiste en una masa de pequeñas dimensiones suspendida-