

... se le llama tubo de flujo. El tubo de flujo se define como el espacio limitado por líneas de corriente y que contiene a un fluido que se mueve en una sola dirección...

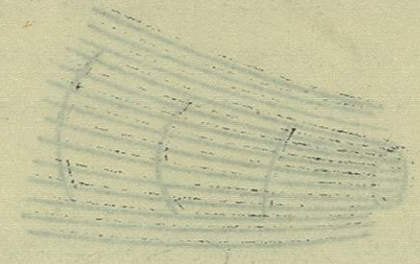


FIGURA 6-2

... la velocidad de avance  $V_2$ . Por consiguiente, el fluido aumenta su velocidad al ir de 1 a 2. El aumento de la velocidad puede ser debido a una diferencia de presión que obra sobre la partícula de fluido que va de 1 a 2.

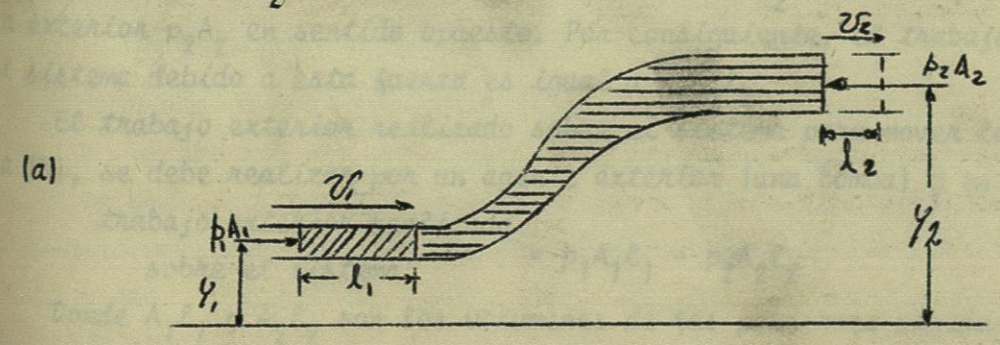


FIGURA 6-3

En un tubo de flujo horizontal, la fuerza gravitacional no cambia. Por lo tanto, podemos concluir que en el flujo horizontal, de tipo estable, la presión es máxima donde la velocidad es mínima.

4.- Ecuación de Bernoulli.

La Ecuación fundamental de la hidrodinámica es la correspondiente a la ecuación de Bernoulli, en ella relaciona la presión, velocidad y altura en los puntos situados a lo largo de una línea de corriente, y se deducirá a partir del teorema del trabajo y la energía. La figura 6-4 representa una porción de tubo en el cual se mueve, con movimiento estable, un flujo incompresible y no viscoso. La parte del tubo representada en la figura tiene una sección transversal  $A_1$  en la izquierda. En este lugar el flujo es horizontal y se encuentra a una altura  $y_1$  sobre un nivel de referencia; a la sección  $A_1$  le sigue una región cuya sección transversal va aumentando y levantándose y finalmente tiene una sección transversal  $A_2$  donde el flujo es horizontal y se encuentra a una altura  $y_2$



viceversa.

El hecho de que el producto  $A V$  permanece cte. a lo largo del tubo de flujo, permite dar una interpretación al mapa de líneas de corriente. En la parte angosta del tubo las líneas de corriente están mas próximas entre sí, mientras que en la parte ancha están mas espaciadas. Por lo tanto, conforme disminuye la distancia entre las líneas de corriente, aumenta la velocidad del fluido. Apartir de esto se llega a la conclusión de que líneas de corriente muy próximas indican regiones de alta velocidad, y líneas de corriente muy espaciadas representan regiones de baja velocidad.

Así pues, aplicando la segunda ley del movimiento al flujo de un fluido entre 1 y 2 de la figura 6-3. Se encuentra que una partícula de fluido que tiene una velocidad  $V_1$  en el punto 1 debe de aumentar su velocidad conforme avanza al adquirir la velocidad de avance  $V_2$ . Por consiguiente, el fluido aumenta su velocidad al ir de 1 a 2. El aumento de la velocidad puede ser debido a una diferencia de presión que obra sobre la partícula de fluido que va de 1 a 2.

En un tubo de flujo horizontal, la fuerza gravitacional no cambia. Por lo tanto, podemos concluir que en el flujo horizontal, de tipo estable, la presión es máxima donde la velocidad es mínima.

El hecho de que el producto  $A \cdot V$  permanece constante a lo largo del tubo de flujo, permite dar una interpretación al mapa de líneas de corriente. En la parte superior del tubo las líneas de corriente están más próximas entre sí, mientras que en la parte inferior están más separadas. Por lo tanto, conforme disminuye la distancia entre las líneas de corriente, aumenta la velocidad del fluido. Aparte de esto se sigue a la conclusión de que líneas de corriente muy próximas en esas regiones de alta velocidad, y líneas de corriente muy separadas representan las regiones de baja velocidad.

Así pues, al avanzar la región del movimiento de flujo de un fluido en un tubo, se encuentra que una porción de fluido que tiene una velocidad  $V_1$  en el punto 1 debe de aumentar su velocidad conforme avanza a lo largo del tubo. Por consiguiente, el fluido aumenta su velocidad a lo largo del tubo. El aumento de la velocidad puede ser debido a una fuerza exterior que actúa sobre el fluido que va de 1 a 2. En un tubo de flujo horizontal, la fuerza gravitacional no cambia. Por lo tanto, podemos concluir que en el flujo horizontal, de tipo estable, la presión en un punto donde la velocidad es menor.

El teorema del trabajo y la energía establece que: "El trabajo efectuado por la fuerza resultante que actúa sobre un sistema es igual al cambio de la energía cinética del sistema". En la figura 6-4 las fuerzas que producen trabajo sobre el sistema, son las fuerzas de presión  $p_1 A_1$  y  $p_2 A_2$  que están obrando sobre los extremos izquierdo y derecho del sistema así como la fuerza de la gravedad. Cuando el fluido se mueve por el tubo el efecto requerido es llevar la cantidad de fluido, representada por la zona rayada diagonalmente en la figura 6-4a, a la posición mostrada en la figura 6-4b. Cuando la parte izquierda del sistema avanza una distancia  $l_1$  paralela a la fuerza exterior  $p_1 A_1$ , se encuentra que el trabajo realizado sobre el sistema por esta fuerza es igual a  $p_1 A_1 l_1$ . La parte de la derecha avanza una distancia  $l_2$  mientras que actúa una fuerza exterior  $p_2 A_2$  en sentido opuesto. Por consiguiente, el trabajo realizado por el sistema debido a esta fuerza es igual a  $p_2 A_2 l_2$ . El trabajo exterior realizado sobre el sistema para mover la posición (a) a la (b), se debe realizar por un agente exterior (una bomba) y es igual a;

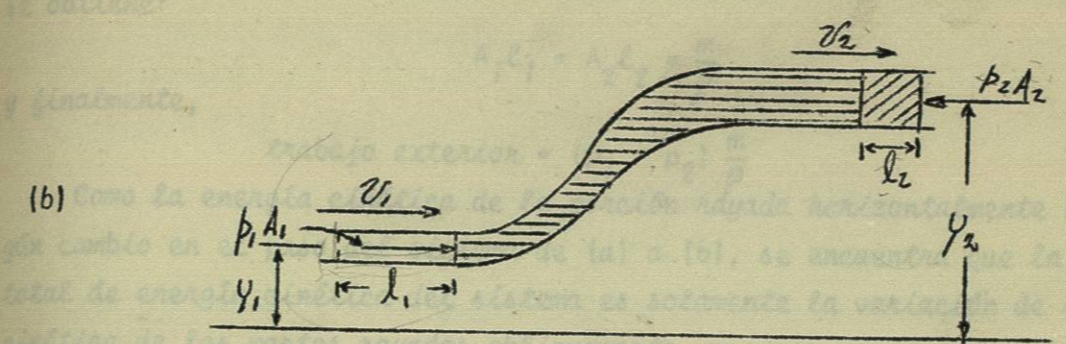
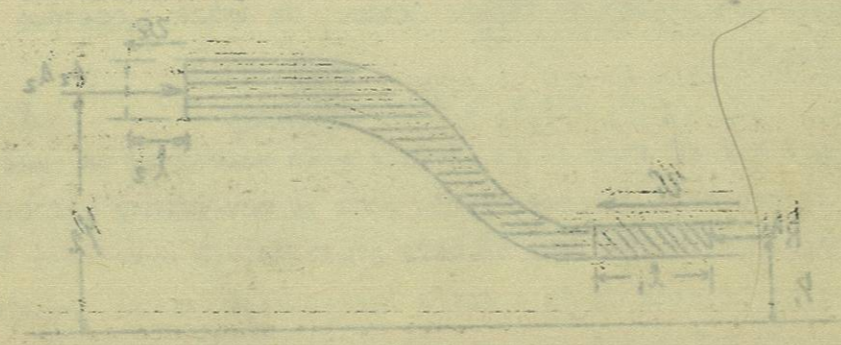


FIGURA 6-4

Fijando la atención en la porción del fluido representada por las dos partes rayadas oblicua y horizontalmente y llamando a este fluido el "sistema". -- considerese el movimiento del sistema desde la porción representada en (a) hasta la indicada en (b). En todos los puntos que se encuentran en la parte angosta del tubo, la presión es  $p_1$  y la velocidad  $V_1$  mientras que los que se encuentran en la parte ancha, la presión es  $p_2$  y la velocidad  $V_2$ .

El teorema del trabajo y la energía establece que: "El trabajo efectuado por la fuerza resultante que actúa sobre un sistema es igual al cambio de la energía cinética del sistema".

En la figura 6-4 las fuerzas que producen trabajo sobre el sistema, son las fuerzas de presión  $p_1 A_1$  y  $p_2 A_2$  que están obrando sobre los extremos izquierdo y derecho del sistema así como la fuerza de la gravedad.

Cuando el fluido se mueve por el tubo el efecto requerido es llevar la cantidad de fluido, representada por la zona rayada diagonalmente en la figura 6-4a, a la posición mostrada en la figura 6-4b.

Cuando la parte izquierda del sistema avanza una distancia  $l_1$  paralela a la fuerza exterior  $p_1 A_1$ , se encuentra que el trabajo realizado sobre el sistema por esta fuerza es igual a  $p_1 A_1 l_1$ .

La parte de la derecha avanza una distancia  $l_2$  mientras que actúa una fuerza exterior  $p_2 A_2$  en sentido opuesto. Por consiguiente, el trabajo realizado por el sistema debido a esta fuerza es igual a  $p_2 A_2 l_2$ .

El trabajo exterior realizado sobre el sistema para mover la posición (a) a la (b), se debe realizar por un agente exterior (una bomba) y es igual a;

$$\text{trabajo exterior realizado sobre el sistema} = p_1 A_1 l_1 - p_2 A_2 l_2$$

Donde  $A_1 l_1$  y  $A_2 l_2$  son los volúmenes de las porciones rayadas diagonalmente las cuales son iguales puesto que el fluido es incompresible.

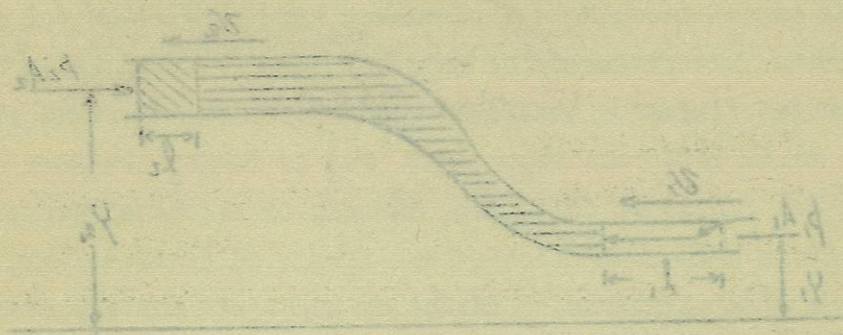


FIGURA 6-1

El teorema del trabajo y la energía establece que: "El trabajo efectuado por la fuerza resultante que actúa sobre un sistema es igual al cambio de la energía cinética del sistema".

En la figura 6-1 las fuerzas que producen trabajo sobre el sistema son las fuerzas de presión  $p_1 A_1$  y  $p_2 A_2$  que están obrando sobre los extremos rayados y derecho del sistema así como la fuerza de la gravedad.

Cuando el fluido se mueve por el tubo el efecto resultante es llevar la cantidad de fluido, representada por la zona rayada diagonalmente en la figura 6-1, a la posición mostrada en la figura 6-2.

Cuando la parte rayada del sistema avanza una distancia  $\Delta x$  la fuerza exterior  $p_1 A_1$  se encuentra que el trabajo realizado sobre el sistema por esta fuerza es igual a  $p_1 A_1 \Delta x$ .

La parte de la derecha avanza una distancia  $\Delta x$  mientras que acción una fuerza exterior  $p_2 A_2$  en sentido opuesto. Por consiguiente, el trabajo realizado por el sistema debido a esta fuerza es igual a  $-p_2 A_2 \Delta x$ .

El trabajo exterior realizado sobre el sistema para mover la porción (a) a (b) se debe realizar por un agente exterior (una bomba) y es igual al trabajo exterior realizado sobre el sistema.

Las partes rayadas de las porciones (a) y (b) son los volúmenes de fluido que son iguales cuando el fluido es incompresible.

Si  $m$  es la masa de cada una de estas porciones y  $\rho$  la densidad del fluido, se obtiene:

$$A_1 l_1 = A_2 l_2 = \frac{m}{\rho}$$

y finalmente,

$$\text{trabajo exterior} = (p_1 - p_2) \frac{m}{\rho}$$

Como la energía cinética de la porción rayada horizontalmente no tiene ningún cambio en el paso del sistema de (a) a (b), se encuentra que la variación total de energía cinética del sistema es solamente la variación de la energía cinética de las partes rayadas oblicuamente, o sea:

$$\text{variación de energía cinética} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

El trabajo realizado por la gravedad sobre el sistema, está relacionado -- con elevar el fluido rayado diagonalmente, de la altura  $y_1$  a la altura  $y_2$  y es igual a:

$$\begin{aligned} \text{variación de energía} \\ \text{potencial gravitatoria} &= m g y_2 - m g y_1 \end{aligned}$$

A partir de la definición del teorema del trabajo y la energía, se tiene -- que,

$$W = \Delta K$$

igualando entonces el trabajo neto realizado sobre el sistema a la suma de los incrementos de esas energías, cinéticas y potencial gravitatoria, se obtiene:

$$(p_1 - p_2) \frac{m}{\rho} = \left( \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \right) + m g y_2 - m g y_1$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 \quad \text{Ecuación 6-2}$$

puesto que los subíndices 1 y 2 se refieren a dos puntos cualesquiera situados a lo largo del tubo, se puede escribir:

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{constante.} \quad \text{Ecuación 6-2a}$$

a esta ecuación se le conoce con el nombre de ecuación de Bernoulli, y es aplicable a un flujo de tipo estable, no viscoso, incompresible.

En la ecuación 6-2a,  $p$  es la presión absoluta y se expresa en  $\frac{kg}{mt^2}$ ,  $\frac{NT}{mt^2}$ , --  $\frac{dinas}{cm^2}$ , o  $\frac{lb}{ft^2}$ . La densidad  $\rho$  debe de estar en  $kg/mt^3$ ,  $grs/cm^3$ , o  $slugs/ft^3$ .

Hecho esto, cada término de la ecuación de Bernoulli tiene dimensiones de presión. La presión  $p + \rho gh$ , que habría aún cuando no hubiera flujo ( $v = 0$ ), se le llama presión estática; al término  $\frac{1}{2} \rho v^2$  se le llama presión dinámica.

Así como la estática de una partícula es un caso especial de la dinámica -- de la misma, de igual forma, la estática de los fluidos es un caso especial de la dinámica de los mismos. Por lo tanto, la ley de los cambios de presión con --