AUTOEVALUACIÓN.

1.- Se dibuja una elipse con el eje mayor de 8 m y el eje menor de 4 cm. Encontrar: a) la excentricidad, b) la distancia de apogeo, c) la distancia de perigeo y d) la distancia entre los focos.

2.- Se construye una elipse con un eje mayor de 10 m y un eje menor de 4 m. Encontrar: a) la excentricidad, b) la distancia de apogeo, c) la distancia de perigeo, d) la distancia entre los focos y e) la longitud de la cuerda que deben usarse.

3.- Un satélite gira en órbita de 708 km de la Tierra. Encontrar: a) su velocidad, b) su período en minutos.

4.- Un satélite está en órbita de la Tierra a una altura de 227 km. Calcular: a) la velocidad orbital, b) su período de revolución en minutos.

5.- ¿Cuál debe ser la velocidad de un satélite si su órbita alrededor de la Tierra es de 1,250 km de la superficie? ¿Cuál será su período?

6.- Calcular la intensidad del campo gravitacional sobre la superficie del planeta Saturno.

7.- Calcular la intensidad del campo gravitacional sobre la superficie de los siguientes planetas: a) Júpiter, b) Marte, c) Mercurio, d) Venus, e) Urano.

8.- Calcular la velocidad de escape en m/seg, de un cohete si su combustible se agota a 100 km de la superficie de la Tierra.

9.- Encontrar la velocidad de escape para un proyectil que sale de la superficie de los siguientes planetas: a) Tierra, b) Marte, c) Júpiter, d) Venus, e) Urano.

UNIDAD IV.

SUMA DE VECTORES APLICANDO EL MÉTODO DE LAS COMPONENTES.

El desarrollo de la trigonometría tuvo como motivación la astronomía cuantitativa y la medición del tiempo. Su fundador fue Hiparco, de quien no se tiene trabajos escritos directamente, pero cuyas contribuciones están acreditadas por Ptolomeo en su obra **"Colección Matemática o Almagest"**. Aquí se encuentra la conexión con la herencia de Babilonia del uso de las fracciones sexadecimales y la introducción de la función seno a través de las cuerdas de un círculo.

OBJETIVOS.

1.- Definir cada uno de los términos, conceptos, principios o leyes incluidas en este capítulo.

2.- Descomponer un vector sobre un par de ejes coordenados.

3.- Calcular la resultante y su dirección de dos ó más vectores, después de haber descompuesto los vectores sobre un par de ejes coordenados (método de las componentes).

PROCEDIMIENTO.

1.- Lectura general y rápida del capítulo.

2.- Segunda lectura para subrayar lo más importante.

3.- Escribe un resumen del capítulo.

4.- Análiza detenidamente los ejemplos resueltos.

5.- Tomando como base los ejemplos resueltos, resuelve los problemas incluidos para "hacerlos inmediatamente" llegando a los resultados marcados.

NOTA: **Para tener derecho al examen de esta unidad, deberás entregar, en hojas tamaño carta, la autoevaluación del capítulo III.**

CAPÍTULO 3.

MÉTODO DE LAS COMPONENTES.

Cuando observamos un objeto que está en movimiento, nos preguntamos ¿cuál es el fenómeno que provoca ese movimiento? La respuesta a esta pregunta es: **una fuerza que actúa en la dirección del movimiento.** **Pero, ¿qué pasa cuando un cuerpo está estático? ¿Habrá fuerzas que provoquen el equilibrio y no se mueva el cuerpo?**

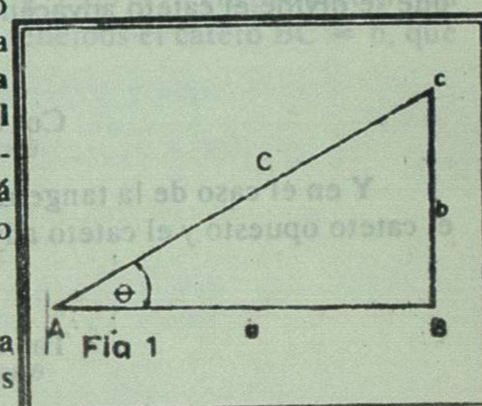


Fig 1

Para facilitar la comprensión a estas respuestas, estudiaremos varios métodos en los cuales intervienen fuerzas aplicadas a un mismo cuerpo.

3-1 BASES DE TRIGONOMETRÍA.

Muchos de los problemas de la mecánica son más fáciles de resolver por el método llamado **"método de las componentes"**.

Para su estudio es necesario que conozcamos los conceptos básicos de la trigonometría aplicada a un triángulo rectángulo tal y como se muestra en la figura 1.

Empezaremos definiendo **a** como el cateto adyacente al ángulo, **b** como el cateto opuesto al ángulo y **c** la hipotenusa.

En un triángulo, la función **"seno"** será la relación que existe entre el cateto opuesto y la hipotenusa.

$$\text{Sen}\,\theta = \frac{b}{c}$$

Al igual que el seno, la función coseno es una relación, en la que se divide el cateto adyacente entre la hipotenusa.

$$\text{Cos}\,\theta = \frac{a}{c}$$

Y en el caso de la tangente también es una relación, pero entre el cateto opuesto y el cateto adyacente.

$$\text{Tan}\,\theta = \frac{b}{a}$$

Si despejamos los catetos en las funciones seno y coseno, nos quedaría:

$$b = C \cdot \text{Sen}\,\theta$$

$$a = C \cdot \text{Cos}\,\theta$$

Si sustituimos estos valores en la definición de la tangente, tendremos:

$$\text{Tan}\,\theta = \frac{C \cdot \text{Sen}\,\theta}{C \cdot \text{Cos}\,\theta} \quad \text{eliminando C}$$

$$\text{Tan}\,\theta = \frac{\text{Sen}\,\theta}{\text{Cos}\,\theta}$$

3-2 DESCOMPOSICIÓN DE UNA FUERZA EN SUS COMPONENTES.

Si hacemos una comparación de la Fig. 1 con la fig. 2, en la fig. 1 tenemos el cateto AB = a, que en la fig. 2 sería F_x (la proyección en el eje de las x del vector F. En la fig. 1 tenemos el cateto BC = b, que en la figura 2 sería F_y, obtendríamos:

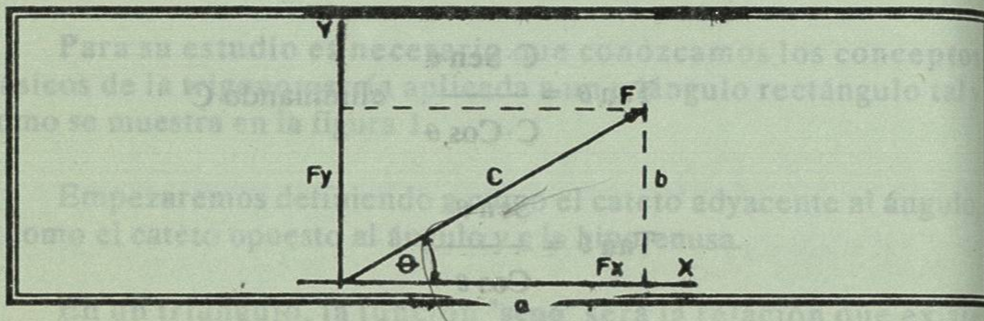
$$F_x = F \cdot \text{Cos}\,\theta$$

$$\text{Sen}\,\theta = \frac{F_y}{F}$$

$$F_y = F \cdot \text{Sen}\,\theta$$

$$\operatorname{Tan}\theta = \frac{F_y}{F_x}$$

Con estos conceptos podemos trazar cualquier fuerza con respecto a cualquier par de ejes coordenados y tratarlo como si fuera un triángulo (fig. 2) y saber el valor de sus catetos que representan para nosotros los valores de la fuerza sobre el eje x y sobre el eje Y.



Ejemplo 1.

Descomponer una fuerza de 80 N a 45° sobre la horizontal.

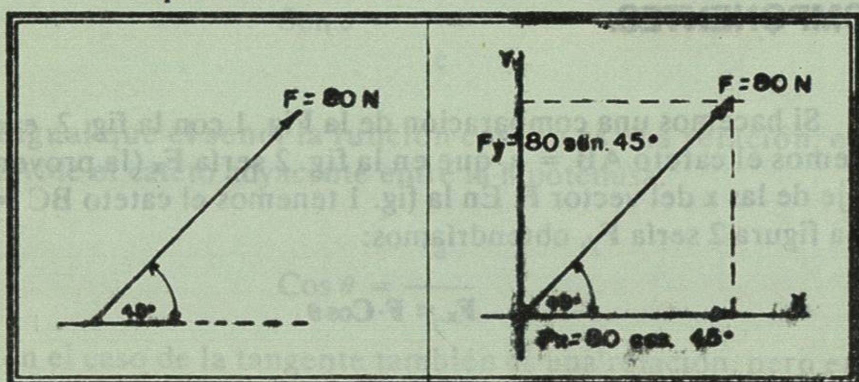


Fig. 3a **Fig. 3b**

Solución:

Sabemos que tenemos que tomar la fuerza de 80 N como la hipotenusa de un triángulo rectángulo (fig. 3-1) y que los catetos del triángulo, serán, las proyecciones de la fuerza

en cada uno de los ejes.

Así, tenemos que:

$$\cos\theta = F_x/F$$

despejando $F_x = F z \cos\theta$

$$F_x = 80\ N \times \cos 45^o$$

$$\cos 45^o = 0.707 \text{ (Tablas de trigonometría)}$$

$$F_x = 80\ N \times 0.707$$

$$F_x = 56.56\ N$$

Además:

$$\operatorname{Sen}\theta = F_y/F$$

Despejando $F_y = F \operatorname{Sen}\theta$

$$F_y = 80\ N \times \operatorname{Sen} 45^o$$

$$\operatorname{Sen} 45^o = 0.707 \text{ (tablas de trigonometría)}$$

$$F_y = 80\ N \times 0.707$$

$$F_y = 56.56\ N$$

Hacerlo inmediatamente.

1.- Descomponer una fuerza de 500 dinas a 22.5° de eje + x. [F_x = 461.94 dinas, F_y 191.34 dinas].

2.- Descomponer una fuerza de 48 kg a 300° del eje + x. [F_x = 24 kg, F_y = -41.57 kg].

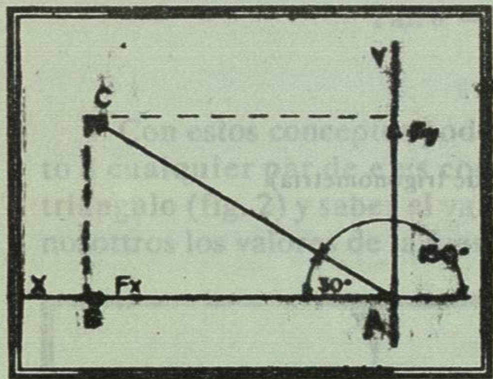
3.- Descomponer una fuerza de 60 N a 180° del eje + x. [F_x = - 60 N, F_y = 0 N].

Ejemplo 2.

Descomponer una fuerza de 120 kg actuando a 150° del eje + x.

En este caso el vector se encuentra en el segundo cuadrante (fig. 4) de un par de ejes coordenados. Lo podemos trabajar igual, pero recordando que es más fácil

trabajar con ángulos menores de 90°. Formemos el triángulo ABC con 30° en lugar de 150°, ya qué Cos 150° = -Cos 30° y Sen 150° = Sen 30°



Por lo tanto:

$$F_x = 120\ \text{kg} \times \text{Cos}\ 150^\circ$$
$$= 120\ \text{kg} \times (-\text{Cos}\ 30^\circ)$$
$$= 120\ \text{kg} \times (-0.866)$$
$$= -103.92\ \text{kg}$$

$$F_y = 120\ \text{kg} \times \text{Sen}\ 150^\circ$$
$$= 120\ \text{kg} \times \text{Sen}\ 30^\circ$$
$$= 120\ \text{kg} \times 0.5$$
$$= 60\ \text{kg}$$

3-3 SUMA DE VECTORES POR EL MÉTODO DE LAS COMPONENTES.

Cuando varias fuerzas actúan sobre un mismo cuerpo, simultáneamente, su fuerza resultante puede ser calculada por cualquiera de los varios métodos diferentes. Algunos métodos son largos y pesados, mientras que otros comprenden un mínimo de operaciones simples. De las soluciones gráficas de problemas de fuerza, el método del polígono es indudablemente el más sencillo. De las soluciones analíticas, **el método de las componentes"**, es el más corto y preferido por su simplicidad.

Observemos las figuras del ejemplo 3 (figuras 5, 6, 7 y 8) donde se muestra un sistema en el que están actuando cuatro fuerzas concurrentes (fig. 5). Ahora sigamos los siguientes pasos:

1o. Cada fuerza se descompone en su componente sobre el eje "x" (fig. 6).

$$F_x = F \times \text{Cos}\,\theta$$

2o. Cada fuerza se descompone en su componente sobre el eje "y" (fig. 7).

$$F_y = F \times \text{Sen}\,\theta$$

3o. Se suman las componentes "x" para dar la componente resultante "x" (vector sobre el eje "x" en la fig. 8)

$F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + \ldots + F_{xn} = \Sigma F_x$ (Sumatoria de fuerzas en "x").

4o. Se suman las componentes "y" para dar la componente resultante "y". (Vector sobre el eje "y" en la fig. 8).

$F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + \ldots + F_{yn} = \Sigma F_y$ (Sumatoria de fuerzas en "y")

5o. Se combinan las componentes resultantes ΣF_x y ΣF_y a ángulo recto para obtener su resultante R (fig. 8). Se trabaja en el cuadrante que corresponda a los cuatro cuadrantes de los ejes coordenados.

$$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

6o. Se calcula la dirección de la resultante (fig. 8) por medio de la función tangente con el rectángulo final.

$$\text{Tan}\,\theta = F_x/F_y$$

$$\theta = \text{Tan}^{-1} \frac{F_y}{F_x}$$

En el ejemplo 3 están todos los pasos aquí marcados.

Para hacer la combinación marcada en el 5o. paso, debemos recordar las siguientes consideraciones:

a) Cuando la suma de las componentes en X es positiva, es decir, la componente de la resultante en X es positiva, dicho vector se graficará hacia la derecha (Ver fig. 8).

b) Cuando la componente de la resultante en X es negativa, el vector se graficará hacia la izquierda.

c) Si la componente de la resultante en Y es positiva, el vector se graficará hacia arriba.

d) Si la componente de la resultante en Y es negativa, el vector se graficará hacia abajo (Ver fig. 8)

Bajo estas consideraciones, podemos concluir:

1o. Cuando ΣF_x es positiva y ΣF_y es positiva, la resultante se encuentra en el primer cuadrante.

2o. Cuando ΣF_x es negativa y ΣF_y es positiva, la resultante se encuentra en el segundo cuadrante.

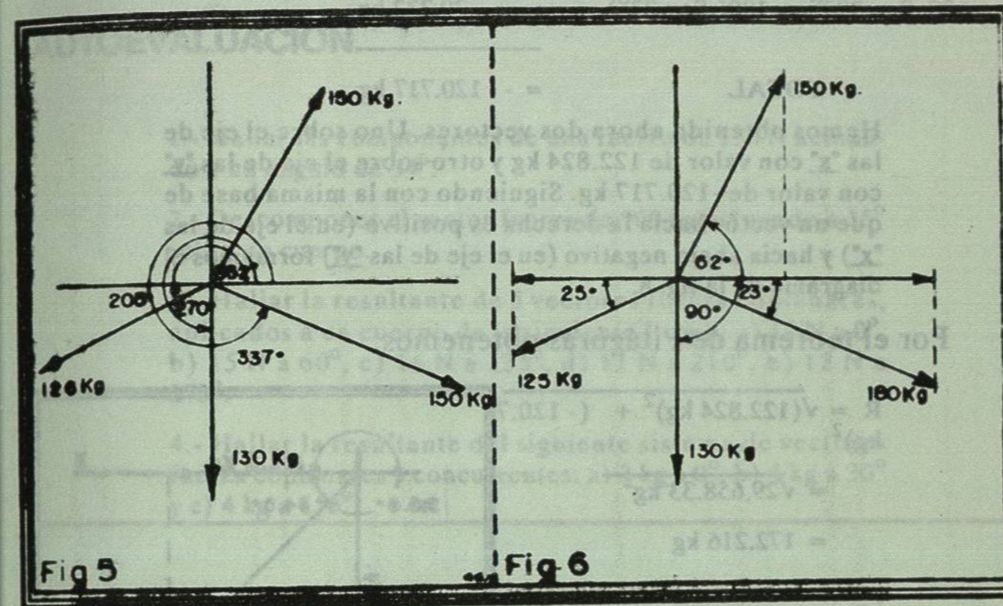
3o. Cuando ΣF_x es negativa y ΣF_y es negativa, la resultante se encuentra en el tercer cuadrante.

4o. Cuando ΣF_x es positiva y ΣF_y es negativa, la resultante se encuentra en el cuarto cuadrante.

$+\sum F_x$	$+\sum F_y$	1er. cuadrante
$-\sum F_x$	$+\sum F_y$	2do. cuadrante.
$-\sum F_x$	$-\sum F_y$	3er. cuadrante.
$+\sum F_x$	$-\sum F_y$	4to. cuadrante.

Ejemplo 3.

Encontrar la resultante de las siguientes fuerzas: a) 150 kg a 62°, b) 125 kg a 205°, c) 130 kg a 270° y 180 kg a 337° (ver fig. 5).



Solución:

Primero debemos descomponer cada uno de los vectores sobre el eje "x" ver fig, 6), y debemos de tomar la siguiente consideración: los vectores, que al descomponerlos nos indiquen a la derecha, son positivos y los que indique hacia la izquierda son negativos.

$150 \cdot \text{Cos } 62^o$		=	70.421 kg
$125 \cdot \text{Cos } 205^o$	$= 125(-\text{Cos } 25^o)$	=	-113.288 kg
$180 \cdot \text{Cos } 337^o$	$= 180(+\text{Cos } 23^o)$	=	+ 165.691 kg
$130 \cdot \text{Cos } 270^o$	$= 130(\text{ Cos } 0^o)$	=	0.00
TOTAL		=	+ 122.824 kg

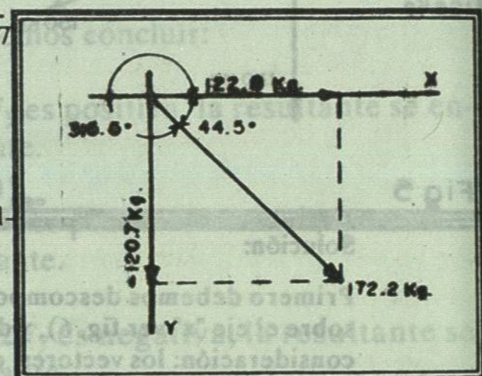
Ahora, sobre el eje "y" tenemos los vectores mostrados en la fig. 7 y también debemos de considerar: los vectores que

indiquen hacia arriba son positivos, y los que indiquen hacia abajo son negativos.

$150 \cdot \text{Sen } 62^o$		=	$+132.442$ kg
$125 \cdot \text{Sen } 205^o$	$= 125(-\text{Sen } 25^o)$	=	$-\ 52.827$ kg
$130 \cdot \text{Sen } 270^o$	$= 130(-\text{Sen } 90^o)$	=	$-\ 130.000$ kg
$180 \cdot \text{Sen } 337^o$	$= 180(-\text{Sen } 23^o)$	=	$-\ 70.332$ kg
TOTAL		=	$-\ 120.717$ kg

Hemos obtenido ahora dos vectores. Uno sobre el eje de las "x" con valor de 122.824 kg y otro sobre el eje de las "y" con valor de -120.717 kg. Siguiendo con la misma base de que un vector hacia la derecha es positivo (en el eje de las "x") y hacia abajo negativo (en el eje de las "y") formamos el diagrama de la fig. 8.

Por el teorema de Pitágoras obtenemos:



$$R = \sqrt{(122.824\text{ kg})^2 + (-120.717\text{ kg})^2}$$

$$= \sqrt{29{,}658.33\text{ kg}^2}$$

$$= 172.216\text{ kg}$$

y la dirección del vector resultante será:

$$\text{Tan }\theta = \frac{-120.717\text{ kg}}{122.824\text{ kg}}$$

$$\text{Tan }\theta = -0.9828$$

$$\text{arc tan } -0.9828 = -44.5^o$$

La dirección es igual a -44.5^o ó 315.5^o

Hacerlo inmediatamente.

4.- Encontrar la resultante y su dirección de las siguientes fuerzas: a) 180 N a 135^o y b) 240 N a 85^o. [381.49 N, 106.19^o].

5.- Encontrar la resultante de las siguientes fuerzas: a) 15 kg a 0^o, b) 70 kg a 120^o y c) 50 kg a 240^o. [48.22 kg,

158.95^o].

6.- Encontrar la resultante y su dirección de las siguientes fuerzas: a) 250 dinas a 30^o, b) 370 dinas a 180^o, c) 500 dinas a 250^o y d) 500 dinas a 330^o. [604.66 dinas, 280.34^o].

AUTOEVALUACIÓN.

1.- Hallar las componentes de una fuerza de 156 N actuando a un ángulo de 34^o.

2.- Descomponer el vector fuerza de 900 kg actuando a 15^o sobre un cuerpo.

3.- Hallar la resultante de 5 vectores fuerza coplanares, aplicados a un cuerpo de la siguiente forma: a) 19 N a 0^o, b) 15 N a 60^o, c) 16 N a 135^o, d) 11 N a 210^o, e) 12 N a 270^o.

4.- Hallar la resultante del siguiente sistema de vectores fuerza coplanares y concurrentes: a) 3 kg a 0^o, b) 4 kg a 30^o y c) 4 kg a 150^o.