UNIDAD V.

FUERZAS EQUILIBRADAS Y FUERZAS NO EQUILIBRADAS.

...El cisne tira hacia las nubes
el cangrejo hacia atrás, y el
lucio hacia el agua.

Esto quiere decir que una fuerza, la del cisne, está dirígida hacia arriba, la del lucio hacia un lado, y la tercera la del cangrejo, hacia atrás. Pero no podemos olvidar que existe otra fuerza, el peso del carro cargado, que está dirigida verticalmente hacia abajo. Según esta fábula, "el carro hasta ahora está en el mismo sitio", es decir, que la resultante de todas las fuerzas aplicadas a él es igual a cero.

OBJETIVOS.

1.- Definir cada uno de los conceptos, término, leyes o principios incluidos en este capítulo.

2.- Ejemplificar equilibrio dinámico y equilibrio estático.

3.- Definir el concepto de equilibrio en fuerzas concurrentes.

4.- Resolver problemas donde se aplique la primera condición de equilibrio.

5.- Determinar, gráficamente, el centro de gravedad.

6.- Definir el concepto equilibrio en fuerza no concurrentes.

PROCEDIMIENTO,

1.- Lectura rápida del capítulo.

2.- Segunda lectura para subrayar lo más importante.

3.- Realizar un resumen del capítulo.

4.- Realizar despacio los ejemplos resueltos.

5.- Resolver los problemas para "hacerlo inmediatamente.

6.- Resolver los problemas de la autoevaluación.

NOTA: **Para tener derecho a presentar esta unidad, deberás entregar en hojas tamaño carta, la autoevaluación del capítulo IV de tu libro de texto.**

CAPITULO IV.

EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS RÍGIDOS.

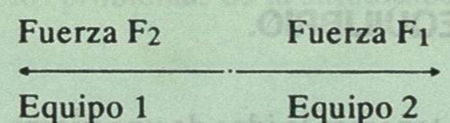
4-1 FUERZAS EN EQUILIBRIO.

Todos nosotros tenemos la idea de una fuerza, ya que la ligamos íntimamente con nuestra actividad muscular. Para mover un mueble, levantar un objeto, pegarle a un balón, nuestros músculos nos indican que estamos aplicando una fuerza a un objeto. La fuerza y el movimiento están asociados en forma natural en nuestras mentes con la actividad muscular. Cuando pensamos en cambiar la forma de un objeto, moverlo de lugar, o cambiar su movimiento, pensamos automaticamente en la sensación muscular de aplicar fuerza a ese objeto. Estas ideas comunes sobre la fuerza, aunque no todas, nos serán útiles en la mejor comprensión de la física.

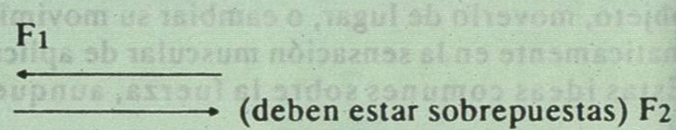
Pero además de que las fuerzas pueden hacer que los objetos se muevan, también pueden hacer que se queden quietos. Las estructuras de grandes edificios estan bajo la influencia de poderosas fuerzas, sin embargo, estan en reposo. Aparentemente, se requiere más que una simple aplicación de fuerzas para mover un objeto.

Si observamos una competencia en que dos equipos tiran de una cuerda, se ejercen grandes fuerzas de cada lado, pero puede la cuerda permanecer en reposo. Podemos decir que las fuerzas **se balancean** o **se anulan**. Un físico diría que la cuerda estaba en **equilibrio**. Esto quiere decir, que la suma de todas las fuerzas aplicadas a un extremo de la cuerda es de igual magnitud que la suma de las fuerzas aplicadas al otro lado, aunque ambas tienen direcciones diferentes. También el físico establecerá que la **fuerza neta en la cuerda es igual a cero**. Por lo tanto, un cuerpo en equilibrio no puede empezar a moverse, a menos que se añada una fuerza nueva y **desbalanceada** que rompa el equilibrio.

Si conocemos por separado cada una de las fuerzas que se aplican a un objeto en reposo, podemos predecir si va a permanecer así. Veamos el siguiente diagrama:



Vamos a suponer que estas fuerzas, F_1 y F_2, se miden con toda exactitud y en forma separada. Luego las dibujamos de nuevo en las direcciones y escalas correctas. Sin embargo, esta vez las pondríamos por los orígenes, como se muestra en la figura siguiente.



Si la punta del segundo vector cae exactamente sobre el orígen de la otra, entonces sabemos que los efectos de ambas fuerzas se balancean. Como ambas son iguales y actúan en direcciones contrarias, la resultante es cero.

Conclusión: Si un objeto permanece en reposo, la suma de las fuerzas que actúan sobre él será igual a cero. El reposo es un ejemplo del estado de equilibrio, pero también en el movimiento uniforme se tiene un ejemplo, ya que, todas las fuerzas que actúan sobre el objeto, se encuentran balanceadas.

4-2 CONDICIONES DE EQUILIBRIO.

Si un cuerpo está en reposo y permanece en él, se dice que está en **equilibrio estático**. Si sabemos que un cuerpo está en equilibrio estático y, por consiguiente, que tiene aceleración igual a cero, por las leyes de Newton sabemos que la fuerza neta que actúa sobre el cuerpo es igual a cero.

1.- $a = 0$ **La aceleración del centro de masa vale cero.**

2.- $\alpha = 0$ **La aceleración angular alrededor de un eje fijo en un marco de referencia inercial vale cero.**

Puesto que la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo es en general, la suma de varias fuerzas, esto puede escribirse de la siguiente forma:

$$\Sigma F = 0$$

Si cada una de las fuerzas se resuelve en componentes rectangulares a lo largo de dos ejes perpendiculares entre sí **x** e **y**, esta ecuación vectorial puede escribirse como dos ecuaciones algebráicas.

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

Si lo incluimos en tres ejes perpendiculares **x**, **y** y **z**, tendremos:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma F_z = 0$$

Para simplificar, nos limitaremos a considerar objetos que pueden ser tratados como puntos, objetos a los que llamaremos partículas. Si lo hacemos así, podemos ignorar deformaciones y rotaciones.

Si la fuerza neta ejercida sobre una partícula es igual a cero, las leyes de Newton nos dicen que la aceleración de la partícula se mueven con velocidad constante. Si la velocidad de una partícula que estaPh' en **equilibrio dinámico.** Condición 1 marcada anteriormente.

Con la condición 2, esto también se cumple cuando trabajamos el movimiento de rotación.

De lo expuesto aquí, podemos notar que el cuerpo no necesita estar en reposo para que se encuentre en equilibrio. En otras palabras, no se necesita la falta de movimiento. Si se presenta el movimiento, desde luego éste debe ser uniforme.

Si $v \neq 0$, debe ser constante (tanto en dirección y sentido como en magnitud), y si el cuerpo gira con la velocidad angular $w \neq 0$, debe ser constante (tanto en dirección como en sentido y magnitud). Esto será un equilibrio dinámico.

Si $\omega = 0$ y $v = 0$, hablamos de un equilibrio estático.

4-3 FUERZAS CONCURRENTES.

Siempre que las líneas de acción de un conjunto de vectores de fuerza, que actúan sobre un cuerpo, se cortan en un solo punto, se dice que dichos vectores de fuerza son concurrentes.

Ejemplo1.

De un cuerpo que está sostenido por dos cables, como muestra la fig. 1, calcular el valor de las fuerzas en los cables.

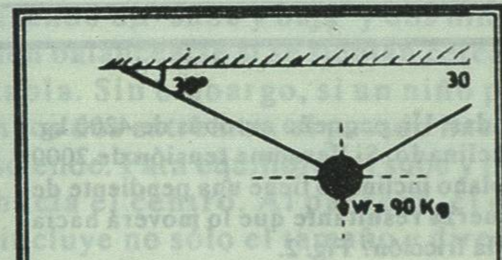


Fig. 1.

Solución:

Por las condiciones de equilibrio en fuerzas concurrentes tenemos:

$$F_x = F_1 \cos 30^0 - F_2 \cos 30^o$$

$$F_y = F_1 \operatorname{sen} 30^0 + F_2 \operatorname{sen} 30^o - 90 \text{ kg}$$

Por lo tanto:

$$F_1 \times 0.866 - F_2 \times 0.866 = 0$$

$$F_1 \times 0.500 + F_2 \times 0.866 = 90$$

Si multiplicamos por 0.866 la ecuación (2) y por 0.500 la ec. (1), serán ahora ecuaciones simultáneas y tenemos:

$$F_1 x 0.433 - F_2 x 0.433 = 0$$

$$F_1 x 0.433 + F_2 x 0.433 = 77.94$$

$$F_1 x 0.866 = 77.94$$

$$F_1 = 77.94 \text{ kg} / 0.866$$

$$F_1 = 90 \text{ kg.}$$

Sustituyendo en la ecuación (2), obtenemos:

$$90 \text{ kg} \times 0.500 + F_2 \times 0.500 = 90$$

$$45 \text{ kg} + F_2 \times 0.500 = 90$$

$$F_2 = \frac{90 \text{ kg} - 45 \text{ kg}}{0.500}$$

$$F_2 = 90 \text{ kg.}$$

Ejemplo 2.

Fuerzas no equilibradas. Un pequeño autobús de 4200 kg. sube por un plano inclinado. Si lleva una tensión de 2000 kg. hacia arriba y el plano inclinado tiene una pendiente de 32 %, Cuál será la fuerza resultante que lo moverá hacia arriba sin considerar la fricción? Fig. 2.

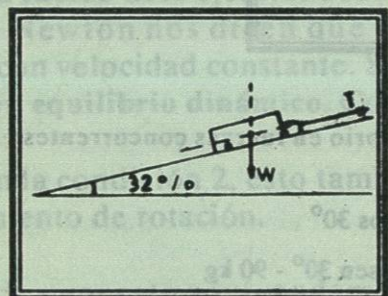


Fig.2.

Solución:

La única fuerza que contra-rrestará a la fuerza de 2000 kg será la componente sobre el plano inclinado del peso del móvil. Para calcular necesitamos primero el valor del ángulo del plano inclinado. Fig. 3.

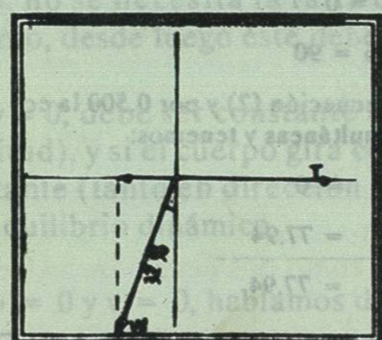


Fig. 3.

Arc tan 0.32 = 17.74^0

por lo tanto, el valor de W_x será:

$$W_x = W \text{ sen } A$$

$$W_x = W \text{ sen } 17.74^0$$

$$W_x = 4200 \text{ kg} \times 0.3047$$

$$W_x = 1279.73 \text{ kg.}$$

la fuerza resultante:

$$F_x = T - W_x$$

$$F_R = 2000 \text{ kg} - 1279.73 \text{ kg}$$

$$F_R = 720.27 \text{ kg.}$$

4-4 FUERZAS NO CONCURRENTES.

Analizando un "sube y baja" y dos niños que tienen el mismo peso, pueden balancearse si se sientan cerca de los extremos opuestos de la tabla. Sin embargo, si un niño pesado y otro ligero se colocan en los dos extremos, el pesado hace descender su lado y el segundo asciende. Para equilibrar el sube y baja, el niño pesado debe moverse hacia el centro. Al parecer, el equilibrio con fuerzas paralelas incluye no sólo el tamaño y dirección de la fuerza, sino también su distancia al centro de rotación.

4-5 CENTRO DE MASAS.

El centro de masas de un cuerpo dado o de un sistema de cuerpos es un punto tal, que para cualquier plano que pase por él, los momentos de las masas a un lado del plano son iguales a los momentos de las masas del otro lado.

Momento de la masa es el producto de la masa del cuerpo por el radio de giro.

$$m_1 r_1 = m_2 r_2$$

4-6 CENTRO DE GRAVEDAD.

Una de las fuerzas que se encuentran en los problemas de equilibrio es la de la gravedad. El **centro de gravedad** se define como la posición donde se puede considerar que actúa la gravedad.

Los objetos pequeños cercanos a la superficie de la Tierra, tenemos:

$$F_g = mg$$

El centro de gravedad y el centro de masas coinciden.

Hacerlo inmediatamente.

1.- Calcular el centro de masas de 2 cuerpos, uno de 8 kg. y otro de 14 kg. separados 45 cm. {28.64 cm de la masa de 8 kg. ó 16.36 cm de la de 14 kg.}

2.- Calcular el centro de masas de 2 cuerpos, uno de 15 kg y otro de 25 kg separados 80 cm. {50 cm. de la masa de 15 kg ó 30 cm. de la masa de 25 kg.

El centro de masas de dos cuerpos es un punto en el cual se pueden considerar como concentrados todos los pesos. Por esta razón, el centro de masas es a menudo llamado el **centro de gravedad**. En el ejemplo 3, podríamos sustituir a los dos cuerpos por uno solo de 7 g de masa situado a 4 cm de la masa de 5 g.

Ejemplo 3.

Encontrar el centro de masas de dos cuerpos $m_1 = 2$ g y $m_2 = 5$ g, separados 14 cm. Figura 4.

Solución:

Por el diagrama tenemos:

$$r_1 + r_2 = 14 \text{ cm}$$

$$r_2 = 14 \text{ cm} - r_1$$

Sustituyendo en la ecuación (3), tenemos:

$$m_1 \times r_1 = m_2 \times r_2$$

$$2g \times r_1 = 5g \times (14 \text{ cm} - r_1)$$

$$2g \times r_1 = 70 \text{ g-cm} - 5g \times r_1$$

$$7g \times r_1 = 70 \text{ g-cm}$$

$$r_1 = 70 \text{ g-cm} / 7 \text{ g}$$

$$r_1 = 10 \text{ cm}$$

$$r_2 = 14 \text{ cm} - 10 \text{ cm}$$

$$r_2 = 4 \text{ cm}$$

4-7 PARES.

Cuando varias fuerzas actúan sobre un cuerpo rígido, el equilibrio completo no se asegura solo con el cumplimiento de la primera condición de equilibrio. En la fig. , por ejemplo, se presenta un cuerpo sobre el cual actúan 2 fuerzas iguales, pero opuestas. Aunque $F_x = 0$ ó $F_y = 0$ están satisfechas, el cuerpo no esta en completo equilibrio. Actúa sobre él un par que tiende a ponerlo en rotación. para evitar este giro, sobre el cuerpo rígido debe actuar otro par igual pero opuesto. En otras palabras, para estar en equilibrio de rotación, deben estar compensados los pares.

Un par se define como dos fuerzas iguales, de sentido opuesto, que no actúan a lo largo de la misma línea. La magnitud de un par está dada por el producto de las fuerzas y la distancia perpendicular entre ellas.

$$\text{Par} = F \times r$$

Este producto de F x r, el momento de un par se compara con el momento de una fuerza. Un par formado por dos fuerzas pequeñas con una gran separación entre ellas.

Un cuerpo rígido se define como aquel cuyas diversas partes no cambian sus posiciones relativas, cuando se le aplican fuerzas en diferentes puntos. En realidad, no se conocen cuerpos que satisfagan esta condición, pero para propósitos práticos, la mayoría de los cuerpos sólidos se pueden considerar como rígidos.

4-8 PAR MOTOR.

Cuando una sola fuerza actuando sobre un cuerpo, tiende a producir rotación, se dice que ejerce un par motor. El par motor es sinónimo de momento de fuerza y se define como el producto de la fuerza por el brazo de palanca, siendo ésta la distancia perpendicular desde el punto de giro a la fuerza.

$$L = F \times r$$

Ejemplo:

Se tiene una barra de 5 m. de largo y está pivoteada (puede girar) en uno de sus extremos. Si se le aplica una fuerza de 10 newtons, calcular su par motor.

$$L = F \times r$$

$$L = 10\ N \times 4\ m$$

$$L = 50\ N\text{-}m$$

Las unidades que hemos obtenido es en N-m que aparentan ser iguales a las unidades de trabajo, julio = N-m, pero no lo son, ya que, en el trabajo, la fuerza y la distancia tienen la misma dirección y en el caso del momento, la fuerza y la distancia son perpendiculares. Las unidades de trabajo y las unidades de momento no son las mismas.

4-9 EQUILIBRIO DE ROTACIÓN.

Cuando mencionamos el equilibrio de traslación, dijimos que se debía de cumplir las condiciones de que la suma de fuerzas en **x** y la suma de fuerzas en **y** debían de ser iguales a cero ($F_x = 0$ y $F_y = 0$).

Para estar en equilibrio de rotación, la suma de todos los pares motores debe ser igual a cero. Por lo tanto, para que el cuerpo en el que se aplican fuerzas no concurrentes esté en equilibrio total, se debe cumplir:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum L = 0$$

Ejemplo 4.

Equilibrio de rotación. Calcular los valores de R_1 y R_2 del problema de la fig. 5.

Por las condiciones de equilibrio: $F_x = 0$, F_y y $L = 0$, tomando como base el punto R_1, obtenemos:

$\sum L_{R1} = 60\ N \times 1m + 80\ N \times 4m + 60\ N \times 7.5m - R_2 \times 8m = 0$

Puedes observar que los tres primeros momentos son positivos, porque si tuvieran facilidad de hacer girar la viga, generarían un giro en el mismo sentido (a favor de las manecillas del reloj) y a la última se le puso el signo negativo, porque el giro sería en sentido contrario (en contra de las manecillas del reloj).

$\sum L_{R1} = 60\ n\text{-}m + 320\ N\text{-}m + 450\ N\text{-}m - R_2 \times 8\ m = 0$

$= 830\ N\text{-}m - R_2 \times 8\ m = 0$

Despejando tenemos:

$R_2 = 830\ N\text{-}m / 8m$

$R_2 = 103.75\ N$

$\sum F_y = -60\ N - 80\ N - 60\ N + 103.75\ N + R_1 = 0$

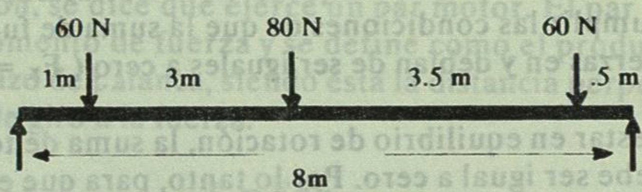


Fig. 5.

En la suma de fuerzas en Y las tres primeras son negativas porque van hacia abajo, en cambio R_1 y R_2 van hacia arriba, por ello son positivas.

$F_y = -200\ N + 103.74\ N + R_1 = 0$

$F_y = -96.25\ N + R_1 = 0$

$R_1 = 96.25\ N$

Hacerlo inmediatamente.

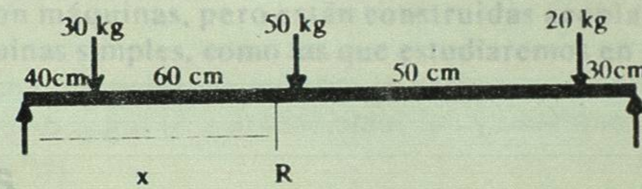
3.- En la fig. del ejemplo 4, cambiar las fuerzas por 75 kg, 100 kg y 125 kg respectivamente y calcular R_1 y R_2. {R_1 = 176.56 kg y R_2 = 123.44 kg.}

4.- En la fig. del ejemplo 4, cambiar las distancias de 0.5 m por 1.5 m y la de 8 m por 9 m. Calcular R_1 y R_2\T. {R_1 = 92.22 N y R_2 = 107.78 N}.

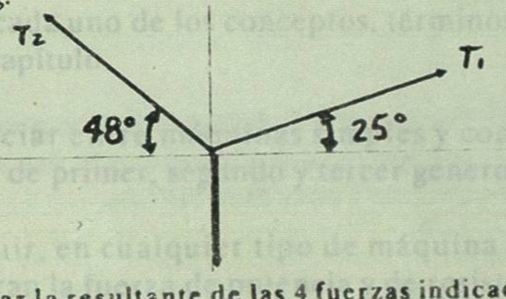
AUTOEVALUACIÓN.

1.- Las condiciones para el equilibrio del cuerpo sólido son:

2.- Hallar la resultante R de las tres fuerzas indicadas en la sig. figura.



3.- Calcular T_1 y T_2 del problema de la siguiente figura. W = 100 kg.



4.- Hallar la resultante de las 4 fuerzas indicadas en el siguiente diagrama y los valores de R_1 y R_2.