### Efectua las siguientes conversiones de unidades.

# Objetivo 2.8

a)	1.	150 km a m	15.	28 min a seg
	2.	15,000 m a millas	16.	4 dias a seg
	3.	20 pie a pulg	17.	2m <sup>2</sup> a cm <sup>2</sup>
	4.	3,500 m a km	18.	50,000 cm <sup>2</sup> a m
	5.	5 m a km	19.	80 mm a cm
	6.	50 m a pie	20.	/ litros a cm <sup>3</sup>
	7.	8 g a kg	21.	$30m^3 a cm^3$
	8.	6 yar a m	22.	6 gal a lt
	9.	29 lb a kg	23.	50 gal a lt
	10.	15 lb a g	24.	15,000cm <sup>3</sup> a m <sup>3</sup>
	11.	16 pulg a cm	25.	10 pie <sup>3</sup> a pulg
	12.	3 pies a pulg	26.	35 lt a gal
	13.	19 dias a hr	27.	20m <sup>3</sup> a pie <sup>3</sup>
	14.	30 hr a min		5m <sup>3</sup> a pulg <sup>3</sup>
				1,

### Problemas con mayor grado de dificultad.

1.	300 pulg a m	6.	5m <sup>2</sup> a pulg <sup>2</sup>
ċ.	15m a pulg	7.	100 pulg <sup>2</sup> a r
3.	5 millas a pulg	8.	500 lt a m <sup>3</sup>
4.	10 ton a kg	9.	$5m^3$ a pulg <sup>3</sup>
5.	5 ton a lib.	10.	$6 \text{cm}^3 \text{ a pulg}^3$

# UNIDAD 3. HERRAMIENTAS MATEMATICAS

### 2.5 POTENCIAS DE BASE 10

Objetivo 3. a

En el estudio de la física es muy común utilizar potencias de base 10, ya que ello nos permite expresar grandes o pequeñas cantidades con mayor facilidad. Recordemos que cuando un número se eleva a una potencia, la potencia nos indica las veces que el número se multiplica por sí mismo. Ejemplos:

$$6^2 = 6 \times 6$$
;  $9^3 = 9 \times 9 \times 9$ 

En el caso de potencias de base 10, siempre será el 10 el que esté elevando a una potencia:

Si observamos cada caso, encontraremos que cuando la base 10 está elevada a una potencia, el resultado es igual al número 1 seguido de tantos ceros como indique la potencia.

Ejemplo. 108 es igual al 1 seguido de 8 ceros

$$10^8 = 100\,000\,000$$

Podemos tener ahora el caso, de elevar el 10 a una potencia negativa. Esto equivale a dividir 1 entre 10 elevado a esa misma potencia, pero con signo positivo. Ejemplos

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0.001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0.0001$$

$$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{10000000} = 0.000001$$

Si observamos cada caso, encontraremos que cuando la base 10 está elevada a una potencia negativa, el resultado es igual a recorrer el punto decimal a partir del número 1. tantas veces como lo señale la potencia negativa.

Ejemplo. 10<sup>-8</sup> es igual a recorrer el punto decimal 8 cifras a la izquierda, a partir del número 1.

$$10^{-8} = 0.00000001$$

El punto decimal se recorrió 8 cifras a partir del 1.

$$10^{-5} = 0.00001$$
  
 $10^{-9} = 0.000000001$ 

Apliquemos lo aprendido en la expresión de cantidades, empleando la potencia de base 10:

### Ejemplo 1

Expresar la cantidad 620 000 con una sola cifra entera, utilizando la potencia de base 10.

Como observamos, 620 000 consta de 6 cifras enteras; para expresarlo con una sola cifra entera, debemos recorrer el punto decimal 5 veces:

Por tanto, 620 000 = 6.2 X 105

Como se observa, la base 10 está elevada a la 5a. potencia, ya que fue el número de veces que recorrimos el punto decimal.

#### Ejemplo 2

Expresar las siguientes cantidades con una sola cifra entera, utilizando la potencia de base 10:

a) 500 c) 800 000

b) 75 000 d) 7000 000

Solución:

a)  $500 = 5 \times 10^2$ 

(ya que recorrimos 2 ve-

b)  $75\,000 = 7.5 \times 10^4$ 

ces el punto) (ya que recorrimos 4 ve-

c) 800 000 = 8 x 10<sup>5</sup> (ya que reco

(ya que recorrimos 5 veces el punto)

d)  $7000\ 000 = 7 \times 10^6$ 

(ya que recorrimos 6 veces el punto)

#### Ejemplo 3

Expresar la cantidad 0.000003 con una sola cifra entera, utilizando la potencia de base 10.

Como observamos 0.000003, no tiene ninguna cifra entera, para expresarlo con una cifra entera, debemos recorrer el punto decimal 6 veces así:

### 0,000003

Por tanto,  $0.000003 = 3 \times 10^{-6}$ 

Como se observa, la base 10 está elevada a la 6a. potencia, ya que fue el número de veces que recorrimos el punto decimal. El signo es negativo, cada vez que convertimos una fracción decimal a entero.

#### Ejemplo 4

Expresar las siguientes cantidades con una sola cifra entera, utilizando la potencia de base 10:

- a) 0.003 c) 0.0000705
- b) 0.000135d) 0.000000001

#### Solución:

a) $0.003 = 3 \times 10^{-3}$	(ya que recorrimos 3

b) 0.000135 = 1.35 X 10<sup>-4</sup> (ya que recorrimos 4 veces el punto)

c)  $0.0000705 = 7.05 \times 10^{-5}$  (ya que recorrimos 5

d) 0.000000001 = 1 X 10<sup>-9</sup> (ya que recorrimos 9 veces el punto)

### Suma y Resta en Notación Científica

Suponga que necesita sumar o restar números expresados en notación científica. Si tienen el mismo exponente, se suman y restan simplemente sumando o restando los coeficientes y manteniendo la misma potencia de 10.

## Ejemplos: Sumas y Restas con Exponentes Iguales

(a) 
$$4 \times 10^8 + 3 \times 10^8 = 7 \times 10^8$$

(b) 
$$4 \times 10^{-8} + 3 \times 10^{-8} = 7 \times 10^{-8}$$

(c) 
$$8 \times 10^6 - 4 \times 10^6 = 4 \times 10^6$$

(d) 
$$8 \times 10^{-6} - 4 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-6}$$

Si las potencias de 10 no son iguales, deben igualarse antes de que los números se sumen o se resten. Esto se lleva a cabo moviendo los puntos decimales hasta que los exponentes sean iguales.

### **PROBLEMAS**

Determine el valor de cada una de las siguientes ecuaciones. (Exprese sus respuestas en notación científica.)

12. (a) 
$$5 \times 10^7 + 3 \times 10^7$$

(c) 
$$4.2 \times 10^4 + 3.6 \times 10^4$$

(b) 
$$6 \times 10^8 + 2 \times 10^8$$

(d) 
$$1.8 \times 10^9 + 2.5 \times 10^9$$

13. (a) 
$$5 \times 10^{-7} + 3 \times 10^{-7}$$
  
(b)  $4 \times 10^{-3} + 3 \times 10^{-3}$ 

(c) 
$$1.66 \times 10^{-19} - 2.30 \times 10^{-19}$$
  
(d)  $7.2 \times 10^{-12} + 2.6 \times 10^{-12}$ 

14. (a) 
$$6 \times 10^8 - 4 \times 10^8$$

(c) 
$$5.8 \times 10^9 - 2.8 \times 10^9$$

(b) 
$$3.8 \times 10^{12} - 1.9 \times 10^{12}$$
  
15. (a)  $6 \times 10^{-8} - 4 \times 10^{-8}$ 

(c) 
$$5.8 \times 10^{-9} - 2.8 \times 10^{-9}$$

### (b) $3.8 \times 10^{-12} - 1.9 \times 10^{-12}$

## Multiplicación y División en Notación Científica

Los números expresados en notación científica se pueden multiplicar aun cuando los exponentes de 10 no sean iguales. Primero, multiplique los números que anteceden la potencia de diez. Después, sume los exponentes de 10 para obtener la potencia de 10 correcta que corresponde al producto.

## Ejemplos: Multiplicación en Notación Científica

(a) 
$$(3 \times 10^6)$$
  $(2 \times 10^3) = 6 \times 10^9$ 

(b) 
$$(2 \times 10^{-5})$$
  $(4 \times 10^{9}) = 8 \times 10^{4}$ 

(c) 
$$(4 \times 10^3)$$
  $(5 \times 10^{11}) = 20 \times 10^{14} = 2 \times 10^{15}$ 

Los números expresados en notación científica también se pueden dividir aun cuando los exponentes no sean iguales. Primero, divida los números que anteceden las potencias de diez. Después reste el exponente del denominador del exponente del numerador. El resultado será la potencia de diez para la respuesta.

### Ejemplos: División en Notación Científica

(a) 
$$\frac{8 \times 10^6}{2 \times 10^3} = 4 \times 10^{6-3} = 4 \times 10^3$$
  
(b)  $\frac{8 \times 10^6}{2 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{6-} (^{-2}) = 4 \times 10^8$ 

### **PROBLEMAS**

Determine el valor de las siguientes expresiones:

19. (a) 
$$(2 \times 10^4)$$
  $(4 \times 10^8)$   
(b)  $(3 \times 10^4)$   $(2 \times 10^6)$   
(c)  $(6 \times 10^{-4})$   $(5 \times 10^{-8})$   
(d)  $(2.5 \times 10^{-7})$   $(2.5 \times 10^{16})$   
20. (a)  $\frac{6 \times 10^8}{2 \times 10^4}$  (b)  $\frac{6 \times 10^8}{2 \times 10^{-4}}$  (c)  $\frac{6 \times 10^{-8}}{2 \times 10^4}$  (d)  $\frac{6 \times 10^{-8}}{2 \times 10^{-4}}$  (e)  $\frac{(2.5 \times 10^6)}{5 \times 10^6}$  (f)  $\frac{(2.5 \times 10^6)}{5 \times 10^2}$  (g)  $\frac{(3 \times 10^4)}{6 \times 10^{-4}}$  (g)  $\frac{(3 \times 10^4)}{6 \times 10^{-4}}$  (g)  $\frac{(6 \times 10^{12})}{5 \times 10^2}$  (g)  $\frac{(6 \times 10^{12})}{5 \times 10^{-6}}$ 

# Objetivo 3.2 DESPEJE DE INCOGNITAS EN UNA ECUACION

Para hacer despejes de incógnitas en una ecuación, debemos recordar lo siguiente:

- Si en una igualdad un número está sumando, puede pasar al otro lado del signo igual, restando.
- Si en una igualdad un número está restando, puede pasar al otro lado del signo igual, sumando.
- Si en una igualdad un número está multiplicando, puede pasar al otro lado del signo igual, dividiendo.
- 4. Si en una igualdad un número está dividiendo, puede pasar al otro lado del signo igual, multiplicando.

### **Ejemplos**

1. Despejar y de la siguiente ecuación:

$$y+b=a$$
.

Para despejar a y, debemos pasar al otro lado del signo igual a b como está sumando, pasará restando. Por tanto:

$$y = a - b$$

2. Despejar r de la siguiente ecuación:

$$y+r=b+a$$
$$\therefore r=b+a-y$$

3. Despejar h de la siguiente ecuación:

$$g=h-s$$

Para despejar h debemos pasar al otro lado del signo igual a s, como está restando, pasará sumando. Por tanto:

$$h = s + g$$

4. Despejar d de la siguiente ecuación:

$$d-r=b-c$$

$$\therefore d=b-c+r$$

5. Despejar m de la siguiente ecuación:

$$F = m a$$

Para despejar m debemos pasar a al otro lado del signo igual y como está multiplicando, pasará dividiendo.

Por tanto:

$$\frac{F}{a} = m$$
 objen  $m = \frac{F}{a}$ 

6. Despejar F de la siguiente ecuación:

$$T = F d$$

$$\therefore F = \frac{T}{d}$$

7. Despejar d de la siguiente ecuación:

$$p = \frac{d}{t}$$

Para despejar a d debemos pasar al otro lado del signo igual a t como está dividiendo, pasará multiplicando, por tanto:

$$d = vt$$

8. Despejar F de la siguiente ecuación

$$P = \frac{F}{A}$$

$$: F = PA$$

9. Despejar a de la siguiente ecuación:

$$d = \frac{a t^2}{2}$$

Para despejar a debemos pasar al otro lado del signo igual a t<sup>2</sup> y al 2. Para hacer estos despejes, es recomendable pasar *primero* al otro lado del signo igual, lo que esté dividiendo y después lo que está multiplicando:

### Objetivo 3 3

# 3 3 TRIGONOMETRÍA

La mayoría de los problemas en Física requieren de una comprensión de las relaciones entre los diferentes lados o catetos de un triángulo rectángulo. En la figura A-1 se da un ejemplo de un triángulo rectángulo. Se llama hipotenusa al mayor de los lados R. El lado y es el cateto opuesto al ángulo  $\theta$  o el cateto adyacente al ángulo  $\phi$ . El lado x es el cateto adyacente al ángulo  $\theta$  u opuesto al ángulo  $\phi$ . Para que el triángulo sea rectángulo se requiere que y sea perpendicular a x.

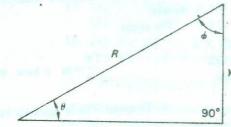


Fig. A-1

Todos los problemas que en este texto requieren del uso de la trigonometria pueden resolverse con sólo recordar las tres definiciones relacionadas con las razones entre los lados del triángulo rectángulo: Paso 1. El 2 que está dividiendo pasa al otro lado del signo igual, multiplicando:

$$2d = at^2$$

Paso 2. t<sup>2</sup> que está multiplicando pasa al otro lado del signo igual, dividiendo:

$$\frac{2d}{t^2} = a \quad \text{o bien} \quad a = \frac{2d}{t^2}$$

10. Despejar v<sub>f</sub> de la ecuación:

$$a = \frac{v_f - v_o}{t}$$

Paso 1. t que está dividiendo, pasa al otro lado del signo igual, multiplicando:

$$at = v_f - V_o$$

Paso 2. vo que está restando, pasa al otro lado del signo igual, sumando:

Seno = cateto opuesto
hipotenusa

Coseno = cateto adyacente hipotenusa

Tangente = cateto opuesto cateto adyacente

Cuando estas definiciones se aplican a la figura A-1 se observa que

$$sen \theta = \frac{y}{R} \qquad sen \phi = \frac{x}{R}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{R} \qquad \cos \phi = \frac{y}{R}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \qquad \tan \phi = \frac{x}{y}$$

A modo de ejercicio el lector debe de verificar estas conclusiones. Las relaciones trigonométricas sólo se aplican a los ángulos agudos  $\theta$  y  $\phi$ ; estas relaciones no se aplican al ángulo de 90°.

La función trigonométrica de un ángulo dado es constante independientemente del tamaño del triángulo. Por ejemplo, si  $\theta = 30^{\circ}$  en la figura A-1, la razón del cateto y la hipotenusa R siempre será un medio. Es decir, sen  $30^{\circ} = \frac{1}{2} = 0.5$ .

Objetivo 3.5 Cantidad escalar: Se especifica completamente por su magnitud. Consiste en un número y una unidad. Ejemplos: Rapidez (15m/s), distancia (12 km.), volumen (144 cm<sup>3</sup>), etc.

Cantidad vectorial: Se especifica completamente por su magnitud (núme ro y unidad), dirección y sentido. Consiste en un número, una unidad y una orientación angular. Ejemplos: Desplazamiento (20 m, norte), velocidad (10 m/s, 30°), etc.

Objetivo 3.6 Métodos para sumar vectores:

1 Gráficos: Triángulo, paralelogramo y poligono de fuerzas.

2 Analítico:

Objetivo 3.c Métodos gráficos

Suma de vectores. El proceso de la suma de vectores será ilustrado primero por un ejemplo que incluye dos desplazamientos. Supongamos que un barco arranca desde el punto A y navega hacia el Norte una distancia de 6 km hasta el punto B, donde cambia de curso y navega al Este una distancia de 4 km hasta el punto C. Aunque el barco haya navegado una distancia total de 6 + 4 (o sean 10) km, es obvio que la distancia al punto de partida no es esta suma aritmética.

Para encontrar el desplazamiento real, o sea, la distancia desde el punto de partida, puede dibujarse a escala un diagrama parecido al de la figura 7 A. Con un lápiz y una

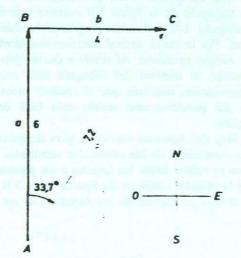


Fig. 7 A. Esquema que ilustra la suma de vectores aplicada a desplazamientos.

regla (graduada en cm), se dibuja una línea vertical AB de 6 cm de largo, para repre-

Norte. La línea BC se dibuja después hacia la derecha desde B con 4 cm, para indicar 4 kilómetros al Este. Finalmente, se completa el triángulo uniendo A y C, con una flecha apuntando hacia C, la hipotenusa R mide 7,2 cm. y representa el desplazamiento resultante de 7,2 km.

Vectorialmente, escribimos

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$
 o sea  $\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$ 

Usando un transportador, el ángulo medido es de 33,7°. La dirección del vector resultante R es, por lo tanto, 33,7° al este del norte.

Se acostumbra, en cualquier diagrama vectorial, representar todas las cantidades vectoriales por flechas, cada una de ellas trazada en la dirección y con la longitud apropiadas. Un poco de práctica al dibujar mostrará que, sin importar la escala a la que se dibuje el diagrama, la resultante tendrá siempre las mismas magnitud y dirección, y que, cuanto más cuidadosamente se dibuje el diagrama, más preciso será el resultado medido.

Para calcular la magnitud de la resultante R en la figura 7 A, se hace uso del teorema de Pitágoras de geometría, que se expresa así: Para cualquier triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados.

$$R^2 = a^2 + b^2$$

Sustituyendo los dos valores de a y b

SUMA DE VECTORES Y COMPOSICION DE FUERZAS

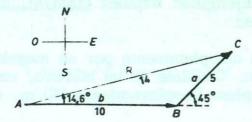


Fig. 7 B. Diagrama vectorial para el ejemplo 1

$$R^2 = (6)^2 + (4)^2 = 52$$

Extrayendo la raiz cuadrada\* de 52. obtenemos

$$R = 7.21 \text{ km}$$

Ejemplo 1. Un hombre camina hacia el este una distancia de 10 km. luego voltea al nordes te y camina 5 km. Encontrar el desplazamiento resultante.

Solución Siguiendo el procedimiento indicado antes, primero se traza la linea horizontal 4B de 10 unidades de largo y rotulada como aparece en la figura 7B El segundo vector. BC, se dibuja luego en la dirección NE o sea. a 45°, con 5 unidades de largo. Entonces, se dibuja la resultante R y se mide, se encuentra que su longitud es de 14 unidades, las cuales representan un desplazamiento de 14 km El angulo A se mide con un transportador y es de 14.6° El resultado por lo tanto es catorce kilómetros en la dirección 14.6° al norte del este.

Para calcular la magnitud de R, se ve que puede formarse un triángulo rectángulo como se ilustra en la figura 7 C El teorema del triángulo rectángulo se aplica al triángulo B C D

$$(BC)^2 = (BD)^2 + (CD)^2$$

Puesto que los dos ángulos BCD son iguales entre sí, el triángulo es isósceles y los lados BD y CD son iguales. BD = CD. Por lo tanto,

$$(BC)^2 = 2(BD)^2 = 25$$

de la cual (BD)- = 25 2

$$BD = \sqrt{12.5}$$
 3.54

\* Un metodo simplificado para encontrar la raiz cuadrada de un numero con una precisión de tres cifras, es siguiente. Por tanteo, se hace una conjetura de las dos primeras citras de la raiz cuadrada. Por ejemplo, si el número es 68% los ensavos muestran que la raiz esta citra 20.2° 400 5 30.2° 900, y que una suposicion tazonable puede ser 25. Entônces se divide el número primitivo entre 25 y da 27.4. La media aritmética de estas los cantidades. 26.2 es la raiz cuadrada de tres cifras si se desea mayor precision, se puede considerar el número obtenido por el promedio como presunción original repetir el proceso.

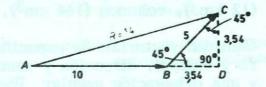


Fig. 7 C. Diagrama vectorial para el ejemplo 1.

Aplicando el mismo teorema del triángulo rectángulo ADC, obtenemos

$$R^2 = (3.54)^2 + (13.54)^2 = 195.8$$

de donde R = 14.0 km

7.2. Él método del paralelogramo de la suma de vectores. Hay dos métodos, generalmente aceptados, para la suma de vectores, a saber, el método del triángulo descrito en la sección anterior y mostrado en las figuras 7 A y 7 B, y el método del paralelogramo que se describe a continuación. Consideremos como una ilustración del último, la suma de los mismos dos vectores de la figura 7 B, b = 10 km, y a = 5 km, formando los dos entre si un ángulo de 45°.

Como se muestra a la izquierda en la figura 7 D, primero se dibujan los vectores hacia afuera partiendo del mismo origen A. Luego, se traza con línea punteada, desde D una paralela al vector b, y desde B una línea paralela al vector u, como en el diagrama del centro. Desde el punto C. donde se cruzan las dos rectas, se dibuja la diagonal AC y se rotula con una punta de flecha como la resultante R.

Una comparación del paralelogramo con el triángulo de la figura 7 B muestra que el triángulo ABC en ambos diagramas es idéntico. Por lo tanto, ambos métodos conducen al mismo resultado. Al resolver ciertos problemas, el método del triángulo será más conveniente, mientras que al resolver otros, el del paralelogramo resulta más fácil de aplicar.

Hay dos sistemas corrientes para designar las direcciones de las cantidades vectoriales uno es referir todos los ángulos a los puntos de la brújula, como en las figuras 7 A y 7 B; y el otro es especificar los ángulos con res-

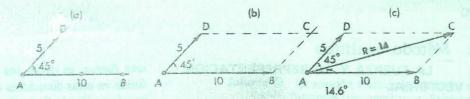


Fig. 71). Esquema del método del paralelogramo para la suma de vectores.

pecto del eje de las x. como en las figuras 7 D y 7 E En navegación, el rumbo verdadero de un barco se mide desde el norte siguiendo el movimiento de las manecillas del reloj, alrededor de la brújula. Navegar hacia el este es tener un rumbo verdadero de 90. y navegar hacia el sudoeste es tener un rumbo verdadero de 225

Cuando las direcciones se retieren al eje de las x los ángulos medidos en sentido contrario al de las manecillas del reloj desde el eje y se llaman +: los medidos en el mismo sentido desde esta línea se llaman. Por ejemplo el ángulo de dirección del segundo vector en la figura 7 E es -60° o

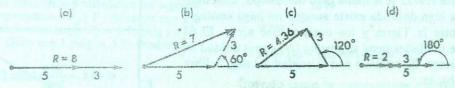


Fig. 71. Esquema del metodo del triángulo para la suma de vectores.

Poligono de suerzas. Cuando tres o más fuerzas actúan simultáneamente sobre un cuerpo, puede encontrarse una única fuerza, llamada su resultante, que actuando sola sobre el mismo, produzca el mismo resultado. Para encontrar tal fuerza resultante, frecuentemente, se emplea el método del polígono de la suma de vectores. En principio, éste es una ampliacion del método del triángulo y consiste en colocar la base de un vector en la punta de uno que le preceda, y continuar este proceso hasta que todos los vectores hayan sido añadidos.

Una ilustración del método del poligono aplicado a cinco fuerzas, se da en la figura 7 M. El esquema espacial (a la izquierda) muestra las fuerzas actuando sobre un cuerpo en P, mientras que el esquema vectorial (a la derecha) muestra la suma de vectores y la fuerza resultante R. Empezando en A como origen, se dibuja el vector AB de 8 cm

de largo paralelo al vector de 8 kg de peso en el esquema (a). El vector BC se dibuja después con 7 cm de longitud, paralelo al vector de 7 kg de peso. Luego se continua sucesivamente con los vectores CD, DE y EF. Con los cinco vectores sumados, se encuentra la resultante R, uniendo la última punta de flecha con el origen A.

Dibujando a escala, la longitud medida de R dará la magnitud de la fuerza resultante, y midiendo el ángulo θ se tendrá la dirección en la cual actúa.

Para calcular la fuerza resultante R en dicho problema, se puede dividir el poligono en triángulos y, a su turno, calcular todos los lados y ángulos de los mismos, o descomponer cada una de las fuerzas en sus componentes y sumar éstas aritméticamente El último método es, en general, el más fácil de los dos, y será tratado con detalle en la sección 8.3.

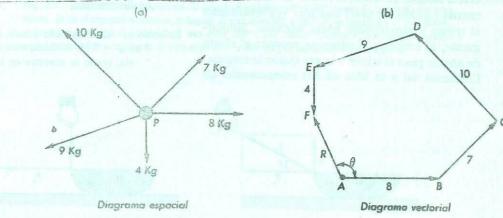


Fig. 7 M. Diagramas que ilustran la suma gráfica de cinco Juerzas para encontrar su resultante. (Método del poligono.)