Objetivo 3.d y 3.7 Método analítico

LA FUERZA Y SU REPRESENTACIÓN VECTORIAL

A la acción de empujar o tirar de un cuerpo se le llama *fuerza*. Un resorte estirado ejerce fuerzas sobre los dos objetos a los que sus extremos están unidos; el aire comprimido ejerce una fuerza sobre las paredes del recipiente que lo contiene; y una locomotora ejerce una fuerza sobre los vagones que arrastra. Es probable que la fuerza que nos es más familiar sea la de la atracción gravitacional que la Tierra ejerce sobre cada cuerpo. A esta fuerza se le llama *peso* del cuerpo. Una fuerza bien definida existe aunque no haya contacto entre la Tierra y los cuerpos que atrae. El SI de unidades tiene al *newton* (N) como unidad de fuerza. Su relación con la unidad del sbg, la libra (lb), es:

1 lb = 4.45 N 1 N = 0.225 lb

Dos de los efectos producidos por fuerzas y que se pueden medir son:

1. Cambiar las dimensiones o forma de un cuerpo
2. Cambiar el movimiento del cuerpo

Dado que en el primer caso no existe desplazamiento resultante del cuerpo, la fuerza que causa el cambio de forma se denomina *fuerza estática*. Si una fuerza cambia el movimiento del cuerpo, recibe el nombre de *fuerza dinámica*. Ambos tipos de fuerzas son convenientemente representadas por vectores, como en el ejemplo 2-4.

La efectividad de cualquier fuerza depende de la dirección en la que actúa. Por ejemplo, es más fácil arrastrar un trineo por el piso por medio de una cuerda inclinada, como se muestra en la figura 2-4, que empujarlo. En ambos casos la fuerza aplicada está produciendo más de un efecto simple. Es decir, la fuerza ejercida sobre la cuerda (acción de tirar) está a la vez levantando el trineo y moviéndolo hacia adelante. Similarmente, al empujar el trineo se produce el efecto de añadir peso al trineo a la vez que se le empuja. Llegamos así a la idea de los *componentes de una fuerza*, es decir, los valores efectivos de la fuerza en otras direcciones diferentes a la de la fuerza misma. En la figura 2-4, la fuerza **F** puede ser reemplazada por sus componentes horizontal y vertical $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$.

Si una fuerza es representada gráficamente en términos de sus coordenadas polares (R, θ), sus componentes a lo largo de las direcciones x y y pueden ser encontradas analíticamente al determinar sus correspondientes coordenadas rectangulares (x,y). Una fuerza **F** que actúa a un ángulo sobre la horizontal, se encuentra representado gráficamente en la figura 2-5. El segmento que va de O al pie de la perpendicular al eje x que parte de A recibe el nombre de *componente x de* **F**. (o componente horizontal) y se suele marcar como $\mathbf{F}_x$. El segmento que va de O al pie de la perpendicular al eje y que parte de A se denomina *componente y de* **F** (o componente vertical) y se suele marcar $\mathbf{F}_y$. Cualquiera de los dos triángulos así formados pueden ser usados para determinar las componentes rectangulares de **F**. Las dos componentes, al actuar simultáneamente, tienen el mismo efecto neto que la fuerza original **F**.

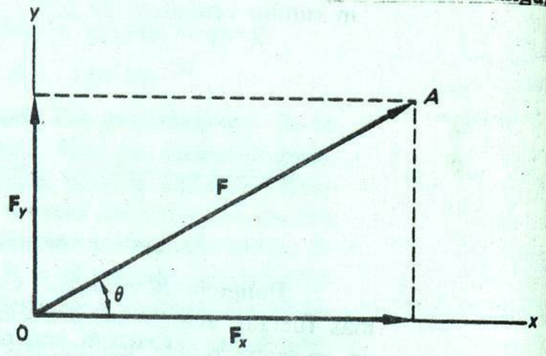


Fig. 2-5 Representación gráfica de las componentes.

Ejemplo 2-5 Una fuerza de 10 N actúa en una dirección a 30° sobre la horizontal. Encuentre sus componentes x y y *a)* gráficamente y *b)* analíticamente.

Solución a) Escójase una escala arbitraria tal como 1 pulg = 5 N; dibújese entonces un diagrama a escala, como se muestra en la figura 2-6. Construyase un rectángulo y márquense los segmentos que representan a $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$. Al medir con una regla, encontraremos que F_x = 1.73 pulg y F_y = 1.0 pulg. Dado que 1 pulg = 5 N, tendremos

$$F_x = (1.73\ \cancel{\text{pulg}})\ \frac{5\ \text{lb}}{\cancel{\text{pulg}}} = 8.65\ \text{lb}$$

$$F_y = (1.0\ \cancel{\text{pulg}})\ \frac{5\ \text{lb}}{\cancel{\text{pulg}}} = 5.0\ \text{lb}$$

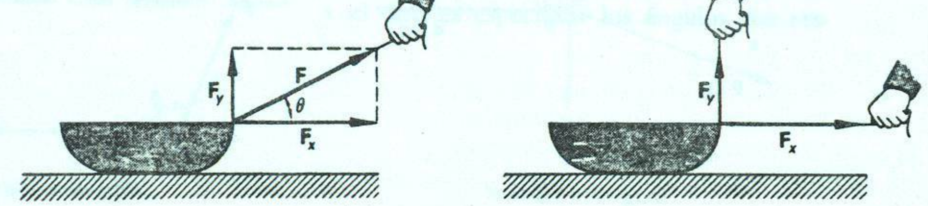


Fig. 2-4 La fuerza F ejercida a un ángulo, puede ser reemplazada por sus componentes horizontal y vertical.

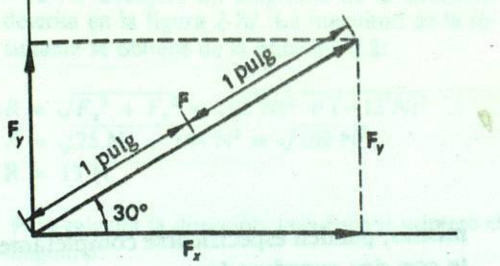


Fig. 2-6 Encontrando las componentes de una fuerza por medio del método gráfico.

Solución b) La solución analítica se encuentra utilizando las funciones trigonométricas. Primero calculamos F_x a partir de

$$\cos 30° = \frac{F_x}{10\ \text{N}}$$

o sea

$$F_x = (10\ \text{N})(\cos 30°) = 8.66\ \text{N}$$

Similarmente, calculamos F_y a partir de

$$\operatorname{sen} 30° = \frac{F_y}{10\ \text{N}}$$

o sea

$$F_y = (10\ \text{N})(\operatorname{sen} 30°) = 5\ \text{N}$$

Cuando tanto la componente x como la y de un vector se expresan en términos del ángulo θ entre el vector y el eje x positivo.

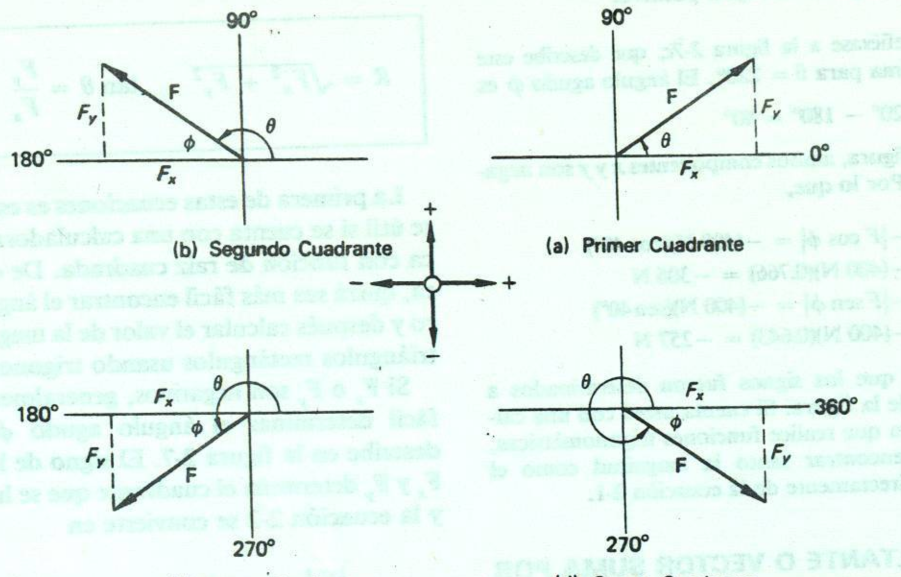


Fig. 2-7 *a)* En el primer cuadrante, el ángulo θ está entre 0° y 90°; tanto F_x como F_y son positivas. *b)* En el segundo cuadrante, el ángulo θ está entre 90° y 180°; F_x es negativa y F_y es positiva. *c)* En el tercer cuadrante, el ángulo θ está entre 180° y 270°; tanto F_x como F_y son negativas. *d)* En el cuarto cuadrante, el ángulo θ está entre 270° y 360°; F_x es positiva y F_y es negativa.

$$F_x = F \cos \theta$$
$$F_y = F \operatorname{sen} \theta \qquad \text{(2-1)}$$

El signo de una componente dada puede ser determinado de un diagrama de vectores. Las cuatro posibilidades se muestran en la figura 2-7. La magnitud de la componente puede ser hallada al utilizar el ángulo agudo ϕ cuando el ángulo polar θ de la ecuación 2-1 sea mayor de 90°.

Ejemplo 2-6 Encuentre el valor de las componentes x y y de una fuerza de 400 N que actúa a un ángulo de 220° a partir del eje x positivo.

Solución Refiérase a la figura *2-7c*, que describe este problema para $\theta = 220°$. El ángulo agudo ϕ es

$$\phi = 220° - 180° = 40°$$

De la figura, ambos componentes x y y son negativas. Por lo que,

$$F_x = -|F \cos \phi| = -(400\ \text{N})(\cos 40°)$$
$$= -(400\ \text{N})(0.766) = -306\ \text{N}$$
$$F_y = -|F \operatorname{sen} \phi| = -(400\ \text{N})(\operatorname{sen} 40°)$$
$$= -(400\ \text{N})(0.643) = -257\ \text{N}$$

Nótese que los signos fueron determinados a partir de la figura. Si cuenta usted con una calculadora que realice funciones trigonométricas, podrá encontrar tanto la magnitud como el signo directamente de la ecuación 2-1.

RESULTANTE O VECTOR SUMA POR EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN RECTANGULAR

Generalmente varias fuerzas de magnitud, dirección y punto de aplicación diferentes actúan en forma simultánea sobre un cuerpo. Esta sección estudia el efecto único producido por dos o más fuerzas simultáneas. Primero definamos algunos términos.

Fuerzas coplanares son cualesquiera fuerzas que actúan en el mismo plano y, por lo mismo, pueden especificarse completamente con dos coordenadas

Fuerzas Concurrentes son fuerzas que intersectan en un punto común o tienen el mismo punto de aplicación.

Fuerza resultante es una fuerza única cuyo efecto es el mismo que el de un conjunto de fuerzas concurrentes coplanares.

En el caso especial en que dos fuerzas $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$ son perpendiculares entre sí, como en la figura 2-4, la resultante se puede obtener de

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \qquad \tan \theta = \frac{F_y}{F_x} \qquad \text{(2-2)}$$

La primera de estas ecuaciones es especialmente útil si se cuenta con una calculadora electrónica con función de raíz cuadrada. De otra manera, quizá sea más fácil encontrar el ángulo primero y después calcular el valor de la magnitud R de triángulos rectángulos usando trigonometría.

Si $\mathbf{F}_x$ o $\mathbf{F}_y$ son negativos, generalmente es más fácil determinar el ángulo agudo ϕ como se describe en la figura 2-7. El signo de las fuerzas $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$ determina el cuadrante que se ha de usar, y la ecuación 2-2 se convierte en

$$\tan \phi = \left|\frac{F_y}{F_x}\right|$$

Solamente se necesitan los valores absolutos de $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$. Si se desea, se puede calcular el ángulo θ que parte del eje x positivo al conocer el ángulo agudo ϕ. En cualquiera de los casos se deberá identificar claramente la dirección.

Ejemplo 2-7 ¿Cuál es la resultante de una fuerza de 5 N dirigida horizontalmente a la derecha y una fuerza de 12 N dirigida verticalmente hacia abajo?

Solución Márquense las dos fuerzas $F_x = 5$ N y $F_y = -12$ N. Dibújese un diagrama de la situación descrita en la figura *2-7d*. La magnitud de la resultante se obtiene de la ecuación 2-2:

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5\ \text{N})^2 + (-12\ \text{N})^2}$$
$$R = \sqrt{25\ \text{N}^2 + 144\ \text{N}^2} = \sqrt{169\ \text{N}^2}$$
$$\mathbf{R} = 13\ \text{N}$$

Para calcular la dirección, encuéntrese primero el ángulo ϕ:

$$\tan \phi = \left|\frac{-12\ \text{N}}{5\ \text{N}}\right| = 2.4$$

$$\phi = 67.4° \text{ hacia abajo del eje } x$$

El ángulo θ medido contra las manecillas del reloj a partir del eje x positivo es

$$\theta = 360° - 67.4° = 292.6°$$

Si usted no cuenta con una calculadora con función de raíz cuadrada, la magnitud de R en el ejemplo anterior puede calcularse a partir de

$$R = \frac{F_y}{\operatorname{sen} \phi} \quad \text{o} \quad R = \frac{F_x}{\cos \phi} \qquad \text{(2-3)}$$

Si lo desea puede comprobar sus resultados por este método.

Objetivo
3.a

1. Convierte de notación común a notación científica las siguientes cantidades.

a) 86,000 ________ f) .00502 ________

b) .00008 ________ g) 180,565 ________

c) .0425 ________ h) 1609 ________

d) 405,000 ________ i) .454 ________

e) .20 ________ j) 300221 ________

2. Convierte de notación científica a notación común las siguientes cantidades.

a) 16.25×10^{-6} ________ f) 94.6×10^{4} ________

b) 2.0×10^{3} ________ g) 200×10^{2} ________

c) 6.67×10^{-11} ________ h) 32.6×10^{-1} ________

d) $.06 \times 10^{4}$ ________ i) 7500×10^{-5} ________

e) $.25 \times 10^{-2}$ ________ j) 30×10^{5} ________

Objetivo
3.1

1. Resuelve las siguientes operaciones. Expresa el resultado en notación científica.

a) $\dfrac{8000 + 7200}{(700)(800)}$ f) $(35,000)(8,000)(6000)(.009)$

b) $\dfrac{(8000)(12000)}{600 + 200}$ g) $\dfrac{(.007)(.170)(.06)}{(.1)(.02).03)}$

c) $\dfrac{.0048}{6000}$ h) $\dfrac{(200) - (1600)}{.004}$

d) $\dfrac{42,000}{.007}$ i) $\dfrac{(3500) - (2000)}{(.00096) + (.0002)}$

e) $\dfrac{(150)(20)}{(30)(.6)}$ j) $(.004)(.08)(6500)$

Objetivo
3.2

1. Despeja las variables que se indican en cada problema.

1. $ax = 5b + c$ Despeja a, b y c

____

____

____

2. $V = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$ Despeja r y h

____

____

3. $C^2 = a^2 + b^2$ Despeja a y b

____

____

4. $\text{Sen } \Theta = \dfrac{Y}{R}$ Despeja Y y R

____

____

5. $\text{Tan } \Theta = \dfrac{Y}{X}$ Despeja Y y X

____

____

6. $S = V_o t + \frac{1}{2} a t^2$ Despeja V_o

____

____

7. $a = \dfrac{V_f - V_o}{t}$ Despeja V_o, V_f y t

____

____

8. $V_f^2 = V_o^2 + 2as$ Despeja V_o y d

____

____

9. $E_p = mgh$ Despeja m, g y h

____

____

10. $E_k = \frac{1}{2} m V^2$ Despeja m y V

____

____

Objetivo
3.4

1. Define cada uno de los siguientes conceptos:

a) Seno ________

____

b) Coseno ________

____

c) Tangente ______________________________

d) Teorema de Pitágoras ______________________________

____

____

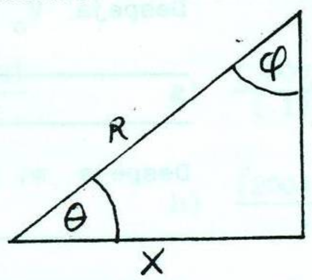
2. Utiliza la tabla de las Funciones Trigonométricas para encontrar el valor de los ángulos asociados con cada una de las funciones trigonométricas que se indican.

a) Sen $\theta = 0.500$ ____________
b) Sen $\theta = 0.906$ ____________
c) Cos $\theta = 0.707$ ____________
d) Sen $\theta = 0.707$ ____________
e) Tan $\theta = 1.000$ ____________
f) Cos $\theta = 0.875$ ____________
g) Tan $\theta = 2.050$ ____________
h) tan $\theta = 0.364$ ____________

3. Encuentra, en la tabla de las Funciones Trigonométricas, el valor de las siguientes funciones.

a) Sen 60° ____________
b) Cos 81° ____________
c) Sen 15° ____________
d) Cos 51° ____________
e) Tan 80° ____________
f) Tan 43° ____________
g) Sen 18° ____________
h) Cos 23° ____________
i) Tan 23° ____________
j) Sen 10° ____________

Resuelve los siguientes problemas en base a la siguiente figura.



4. El ángulo θ mide 30°, la hipotenusa 8 cm. ¿Cuál es la longitud del lado X y del lado Y ?.

5. En el triángulo de la figura la longitud del lado X es de 70 cm. y la del lado Y es de 80 cm. Si el ángulo θ mide 60°, calcule el valor de la hipotenusa

6. Uno de los ángulo agudos de un triángulo rectángulo mide 26°. La hipotenusa mide 10 cm. Calcule la longitud de los otros dos lados.

7. Uno de los ángulos de un triángulo mide 50°, la longitud del cateto opuesto el ángulo de 50° es de 85 cm. Calcule la longitud del cateto adyacente y de la hipotenusa.

8. Uno de los ángulos de un triángulo rectangulo mide 45° y la longitud de la hipotenusa es de 12 cm. Calcule la longitud de los otros dos lados.

jetivo
3.6

Resuelve los siguientes problemas por el método del triangulo.

1. Dos fuerzas de 20 y 30 newtons, actúan sobre el mismo cuerpo en ángulo recto una con la otra. Encontrar, por cálculo, la magnitud de su resultante.

2. Un aeroplano vuela al sudoeste durante 200 km. luego vira y vuela al este 200 km, cuando es forzado a terrizar. ¿A qué distancia y en qué dirección está el avión de su base?

3. Un avión vuela en dirección Norte a 100 m/s, y es empujado hacia el Oeste por un viento fuerte de 50 m/s. Determine la velocidad resultante del avión (rapidez y dirección).

4. Un excursionista deja el campamento y camina 10 km en dirección Norte. El desplazamiento en este punto es de 10 km Norte. El excursionista recorre después 10 km hacia el Este. Esto agrega un segundo desplazamiento de 10 km hacía el Este del primer desplazamiento.
   a) ¿Cuál es la distancia total que caminó la persona?
   b) Determine el desplazamiento total desde el punto de partida.

5. Un barco navega hacia el sur una distancia de 320 millas marinas, luego gira y navega al noroeste 190 millas. Aplicar el método del triángulo para encontrar la distancia del barco al puesto de origen. (Resp. 229 millas marinas a 36,0° al sur del oeste).

Resuelve los siguientes problemas por el método del paralelogramo.

6. Dos fuerzas de 6 newtons y de 8 newtons, están actuando a la vez sobre el mismo objeto. Si el ángulo entre ellas es de 60°. encontrar su resultante por construcción gráfica.

7. Dos fuerzas de 60 newtons cada una, forman entre sí un ángulo de 50°. Encontrar su resultante por medio de construcción gráfica. (Resp. 108.7 newtons)

8. Dos fuerzas de 5 N y de 7 N actúan sobre el mismo cuerpo, Si el ángulo entre ellas es de 120°, calcular la magnitud de la resultante. (Resp. 10,44 N de peso).

9. Encontrar la resultante de dos fuerzas.
   a) 5 dinas a 65°   b) 8 dinas a 155°

10. Un aeroplano vuela hacia el este una distancia de 250 km. luego vira y vuela a 60° al sur del este 180 km.
   ¿A qué distancia y en qué dirección, está el areoplano de su punto de partida?

Resuelve los siguientes problemas por el método del polígono de fuerzas

11. Encontrar la resultante de las siguientes fuerzas:
   a) 8 N a 0°   b) 6 N a 90°   c) 4 N a 135°