

12. Encontrar la resultante de las siguientes fuerzas:
 a) 40 N a 30° b) 26 N a 120° c) 30 N a 180°
13. Determinar gráficamente la resultante de las siguientes cuatro fuerzas aplicadas al mismo cuerpo:
 a) 5 N a 20° b) 6 N a 80° c) 3 N a 180°
 d) 4 N a 225°

Objetivo
3.7

Resuelve los siguientes problemas por el método analítico

- Una fuerza de 100 N y otra de 50 N actúa sobre su punto P. La fuerza de 100 N actúa en dirección Norte. La fuerza de 50 N actúa hacia el Este.
¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza resultante?
- Un aeroplano vuela a 150 km/h con su proa dirigida 30° al Sur del Este. Al mismo tiempo sopla un viento de 50 km/h en dirección de 30° al Oeste del Sur.
¿Cuál es la velocidad resultante del avión con respecto a la tierra?
- Dos fuerzas de 10 N actúan concurrentemente sobre el punto P. Determine la magnitud de su resultante cuando el ángulo entre ellas es de
a) 90°
- Un hombre camina 50 m hacia el este y a continuación 30 m hacia el norte. Usando el teorema de Pitágoras, determina la magnitud y dirección del desplazamiento.
- Sobre un mismo cuerpo actúan dos fuerzas perpendiculares entre sí de 25 N y 40 N. Por el método analítico determine la magnitud y dirección de la fuerza resultante.

UNIDAD 4. CINEMATICA

Objetivo 4.1

La *mecánica* es una rama de la física, que estudia los movimientos y estados en que se encuentran los cuerpos. Describe y predice las condiciones de reposo y movimiento de los cuerpos, bajo la acción de las fuerzas. Se divide por lo general en dos partes:

1. *Cinemática*. Estudia las diferentes clases de movimiento de los cuerpos, sin atender a las causas que lo producen.

2. *Dinámica*. Estudia las causas que originan el movimiento de los cuerpos. La estática, que analiza las situaciones que permiten el equilibrio de los cuerpos, queda comprendida dentro del estudio de la *dinámica*.

En este libro, nos concretaremos al estudio de la *cinemática*.

MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS

Cuando decimos que un cuerpo se encuentra en movimiento, deducimos que su posición está variando respecto a un punto considerado fijo. El estudio de la *cinemática*, nos permite conocer y predecir en qué lugar se encontrará un cuerpo, qué velocidad tendrá al cabo de cierto tiempo, o bien, en qué lapso de tiempo llegará a su destino. En la descripción del movimiento de cualquier objeto material, también llamado cuerpo físico, resulta útil considerar a éste, como una partícula en movimiento, es decir, como si fuera un solo punto en movimiento.

La ventaja de considerar a un cuerpo físico como una simple partícula, es que nos evita analizar en detalle, los diferentes movimientos que un mismo cuerpo experimenta durante su desplazamiento de un punto a otro. Pensemos en lo que le sucede a un balón de fútbol cuando es pateado: en realidad, mientras se desplaza en el aire, puede ir girando, pero si lo suponemos una partícula, eliminamos los diferentes giros

que hace y consideramos únicamente un solo movimiento. Cualquier cuerpo físico puede ser considerado como una partícula. Trátese de la descripción del movimiento de un avión, o del movimiento de la Luna alrededor de la Tierra.

La trayectoria de una partícula, o sea el camino recorrido al pasar de su posición inicial a su posición final, puede ser recta o curva, resultando así los movimientos rectilíneos o curvilíneos; mismos que pueden ser uniformes o variados, dependiendo de que la velocidad permanezca constante o no.

SISTEMA DE REFERENCIA

En la descripción del movimiento de una partícula, es necesario señalar perfectamente cuál es su posición, para ello, se usa un sistema de referencia. Existen dos clases de sistemas de referencia: el absoluto y el relativo. El sistema de referencia absoluto, es aquél que considera un sistema fijo de referencia. El relativo, es aquél que considera al sistema de referencia, móvil. En realidad, el sistema de referencia absoluto, no existe, por ejemplo, si al estar "parada" una persona en una esquina, observa que un automóvil circula por allí a una velocidad de 50 km/h hacia el norte, podría considerar que el automóvil se mueve respecto a un punto fijo que es la persona misma, parada en la esquina; pero en realidad, la persona también se mueve, puesto que la Tierra está en continuo movimiento de rotación y de translación alrededor del Sol. Sin embargo, resulta útil considerar a los movimientos que se producen sobre la superficie de la Tierra, suponiendo a ésta, como un sistema de referencia absoluto, es decir, fijo.

Objetivo 4.2 Movimiento de traslación.- Es cuando un cuerpo o partícula pasa de un punto a otro definido recorriendo así una distancia.

Movimiento de rotación.- Es cuando un cuerpo gira alrededor de su eje.

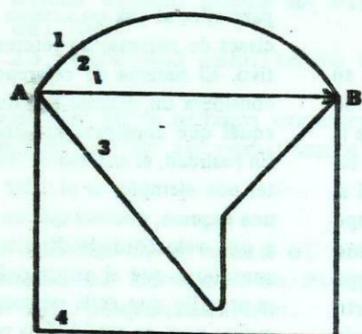
Movimiento de vibración.- Oscilación rápida y de escasa amplitud de un cuerpo en torno de su posición de equilibrio.

Distancia y desplazamiento

El movimiento de un cuerpo se caracteriza básicamente por su trayectoria, desplazamiento, velocidad y aceleración en función de la longitud y tiempo.

Una partícula al moverse del punto A al punto B (figura 2-4) puede hacerlo por gran número de trayectorias si recorre en cada una de ellas cierta distancia; en la figura 2-4 se indican 4 trayectorias, cada una con distancias diferentes: la primera de 15.7 m, la 2a. 10 m, la 3a. de 17 m y la 4a. de 26 m. La trayectoria 2, recta que une la posición inicial con la final, es su desplazamiento. No importa la trayectoria que siga el cuerpo, su desplazamiento siempre será el mismo, la recta que une la posición inicial con la final. (segmento dirigido). El desplazamiento es una magnitud vectorial, se representa por un vector \vec{AB} cuya magnitud es de 10 m, dirección horizontal y sentido de \vec{A} hacia \vec{B} .

Distancia. Es la longitud total recorrida sin importar la dirección.



- Trayectoria 1: S = 15.7 m
- Trayectoria 2: S = 10.0 m
- Trayectoria 3: S = 17.0 m
- Trayectoria 4: S = 26.0 m
- Trayectoria 2: Desplazamiento

FIG. 2-4. Trayectoria 2: Desplazamiento.

Velocidad y rapidez

La rapidez de una partícula es la distancia S recorrida en la unidad de tiempo t; es una magnitud escalar.

$$v = \frac{\text{Distancia (escalar)}}{\text{Tiempo (escalar)}} = \frac{S}{t}$$

En el Sistema Internacional se mide en metros/segundo (m/s). Velocidad es la rapidez en una dirección y sentido determinado.

$$\vec{v} = \frac{\vec{S}}{t} = \frac{\text{desplazamiento (vector)}}{\text{tiempo (escalar)}}$$

En el S.I. se mide en m/s. La velocidad es una magnitud vectorial que tiene la misma dirección que el desplazamiento y cuya magnitud es igual a la distancia recorrida por unidad de tiempo (rapidez).

VELOCIDAD Y RAPIDEZ

La velocidad y la rapidez, generalmente se usan como sinónimos en forma equivocada; no obstante, la diferencia está en que la rapidez es una cantidad escalar que indica únicamente la magnitud de la velocidad. La velocidad es una magnitud vectorial, ya que para quedar bien definida requiere que se señale, además de su magnitud, cuál es su dirección y su sentido. Cuando un móvil sigue una trayectoria en línea recta, recorriendo distancias iguales en cada unidad de tiempo, su rapidez y velocidad permanecen constantes; en cambio, si en una trayectoria curva el móvil logra conservar una rapidez constante, por ejemplo, 30 km/h, su velocidad va cambiando ya que no obstante que su magnitud, o sea la rapidez, no varía, su sentido sí va modificándose. En conclusión, cuando en física se habla de velocidad, no se refiere solamente a la rapidez a la que se mueve un cuerpo, sino también en qué dirección lo hace.

La velocidad se define como el desplazamiento que realiza un móvil, dividido entre el tiempo que tarda en efectuarlo.

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$$

donde: \vec{v} = velocidad del móvil.

\vec{d} = desplazamiento del móvil. (Entendiendo a éste, como una magnitud vectorial que corresponde a una distancia medida en una dirección particular entre dos puntos.)

t = tiempo en que se realiza el desplazamiento.

Las unidades de velocidad son:

En el SI $v = \text{m/seg}$ en el C.G.S. cm/seg

6.4 MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME

Cuando un móvil sigue una trayectoria recta, en la cual realiza desplazamientos iguales en tiempos iguales, se dice que efectúa un movimiento rectilíneo uniforme. Supongamos un móvil que en un segundo se desplaza dos metros, al transcurrir dos segundos, se habrá desplazado cuatro metros, al transcurrir tres segundos, se habrá desplazado 6 metros y así sucesivamente; en este caso, observaremos que la velocidad permanece constante ya que por cada incremento en el tiempo de un segundo, tendrá un incremento de 2 metros en su desplazamiento. Para representar algún cambio en una variable, se utiliza la letra griega Δ (delta) por tanto, podemos escribir la fórmula de la velocidad en función de los cambios en su desplazamiento, respecto al cambio en el tiempo, de la siguiente forma:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{t_2 - t_1}$$

Siempre que se trate del movimiento de un móvil en línea recta, recorriendo desplazamientos iguales en tiempos iguales, la relación $\frac{\Delta \vec{d}}{\Delta t}$ será un valor constante.

VELOCIDAD MEDIA

La mayoría de los movimientos que realizan los cuerpos no son uniformes. Es decir, los desplazamientos que efectúan generalmente no son proporcionales al cambio de tiempo, debido a ello, es necesario considerar el concepto de velocidad media: Por ejemplo, cuando oímos decir que de la Ciudad de México a la de Puebla se hace una hora treinta minutos, al recorrer la distancia de 128 kilómetros que las separa, podemos calcular qué velocidad media se tiene durante el viaje:

$$v_m = \frac{d}{t} = \frac{128 \text{ km}}{1.5 \text{ h}} = 85.3 \text{ km/h}$$

Es evidente que la velocidad durante el viaje no puede ser constante, ya que en las partes rectas la velocidad será mayor que en las curvas. Por tanto, una velocidad media representa la relación entre el desplazamiento total hecho por un móvil y el tiempo que tarda en efectuarlo.

Cuando durante su movimiento, un móvil experimenta dos velocidades distintas o más, se puede obtener una velocidad promedio si sumamos las velocidades y las dividimos entre el número de velocidades sumadas.

Ejemplo 1

Encuentre la velocidad promedio de un móvil que durante su recorrido hacia el norte tuvo las siguientes velocidades: $v_1 = 18.5 \text{ m/seg}$, $v_2 = 22 \text{ m/seg}$, $v_3 = 20.3 \text{ m/seg}$, $v_4 = 21.5 \text{ m/seg}$.

Solución:

$$v_m = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4}{4} = \frac{82.3 \text{ m/seg}}{4} = 20.57 \text{ m/seg al norte}$$

Ejemplo 2

Calcular la velocidad media de un móvil si partió al este con una velocidad inicial de 2 m/seg y su velocidad final fue de 2.7 m/seg.

Solución:

$$v_m = \frac{v_f + v_o}{2} = \frac{2 \text{ m/seg} + 2.7 \text{ m/seg}}{2} = 2.35 \text{ m/seg al este}$$

Ejemplo 4

Determine el tiempo en que un móvil recorre una distancia de 30 m si lleva una velocidad media de 3 m/seg al sur.

Solución:

$$v_m = \frac{d}{t} \therefore t = \frac{d}{v_m} = \frac{30 \text{ m}}{3 \text{ m/seg}} = 10 \text{ seg}$$

Ejemplo 5

Determine la distancia en metros que recorrerá un motociclista durante 10 segundos si lleva una velocidad media de 60 km/h al oeste.

Solución:

Conversión de 60 km/h a m/seg

$$60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ seg}} = 16.66 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

$$v_m = \frac{d}{t} \therefore d = v_m t = 16.66 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \times 10 \text{ seg} = 166.6 \text{ m al oeste}$$

Ejercicios

- Determine la velocidad media de un móvil que lleva una velocidad inicial de 3 m/seg y su velocidad final es de 4.2 m/seg

Resultado: $v_m = 3.6 \text{ m/seg}$

Velocidad uniforme.— Cuando el móvil realiza desplazamientos iguales en tiempos iguales.

Velocidad variable.— Cuando el móvil realiza desplazamientos diferentes en tiempos iguales.

PROBLEMAS

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME

- ¿Qué distancia recorre una bicicleta en un tiempo de 5 h. si lleva una velocidad de 20 km/h.?
- Un cuerpo tiene una velocidad de 10 km/h. y recorre una distancia de 40 km. Calcular el tiempo que tarda en recorrer dicha distancia.
- Una carrera de 200 m. planos se ganó en un tiempo de 21.2 seg. Calcular la velocidad media en
 - m/seg
 - Km/h.
- Un cuerpo se mueve uniformemente y en línea recta con una velocidad de 8 m/seg. ¿Qué distancia habrá recorrido en 15 seg.?
- Un automóvil recorre 360 km. en 5 h. ¿Calcular la velocidad media en:
 - Km/h.
 - m/seg.
- Un automóvil marcha a 40 km/h. durante 4 min. A continuación va a 80 km/h. durante 8 min. y finalmente a 32 km/h. durante 2 min. Calcular:
 - La distancia total recorrida por el automóvil.
 - La velocidad media en km/h.
- La luz del sol necesita 8.3 min. para llegar a la tierra. La velocidad de la luz es de $3 \times 10^8 \text{ m/seg}$. en kilómetros. ¿Qué tan lejos del sol se encuentra la tierra?

- Determine la distancia en metros que recorrerá un ciclista durante 7 segundos, si lleva una velocidad media de 30 km/h al norte.

Resultado: $d = 58.33 \text{ m al norte.}$

- Calcular el tiempo en horas en que un automóvil recorre una distancia de 3 km si lleva una velocidad media de 50 km/h al sur.

Resultado: $t = 0.06 \text{ h}$

VELOCIDAD INSTANTANEA

Cuando en el movimiento de un cuerpo, los intervalos de tiempo considerados son cada vez más pequeños, la velocidad media se aproxima a una velocidad instantánea. Cuando el intervalo de tiempo es muy pequeño que casi tiende a cero, la velocidad del móvil será la instantánea:

$$v_{inst} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Cuando la velocidad media de un móvil permanece constante, la velocidad media y la velocidad instantánea son iguales.

Sin embargo, como es muy común que la velocidad de un móvil esté variando constantemente, si se desea conocer cuál es la velocidad que lleva en un momento dado, debemos calcular su velocidad instantánea.

Objetivos 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10 y 4.11

MOVIMIENTO ACELERADO

En la mayor parte de los casos, la velocidad de un objeto cambia a medida que el movimiento evoluciona. A este tipo de movimiento se le denomina *movimiento acelerado*. La relación de cambio de la velocidad al tiempo transcurrido recibe el nombre de *aceleración*. Por ejemplo, supóngase que observamos el movimiento de un cuerpo durante un lapso t . Definiremos la velocidad inicial v_0 del cuerpo como la velocidad que tenía al iniciar el período de tiempo, es decir, cuando $t = 0$. La velocidad final v_f será definida como la velocidad del cuerpo al final del período de tiempo, cuando $t = t$. Así, si podemos medir estos valores inicial y final de la velocidad de un objeto en movimiento, podemos decir que su aceleración está dada por

$$a = \frac{\text{cambio de velocidad}}{\text{intervalo de tiempo}}$$

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} \quad (5-2)$$

La aceleración escrita tal como se muestra arriba, es una cantidad vectorial y por tanto depende de cambios en la dirección tanto como en cambios de la magnitud. Si la dirección del movimiento es en línea recta, sólo la rapidez del objeto está cambiando. Si sigue una trayectoria curva, ocurren cambios tanto direccionales como de magnitud y por tanto la aceleración no tiene la misma dirección del movimiento. De hecho, si la trayectoria curva siguiera un círculo perfecto, la aceleración siempre sería perpendicular

al movimiento. En ese caso sólo la dirección del movimiento cambia, mientras que la rapidez en cualquier punto del círculo es constante. Este último tipo de movimiento será estudiado en un capítulo posterior.

MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO

La clase más simple de aceleración es el movimiento rectilíneo, en el que la rapidez cambia con una razón constante. A este tipo de movimiento generalmente se le denomina *movimiento uniformemente acelerado* o de *aceleración constante*. Ya que no hay cambio de dirección, la diferencia de vectores de la ecuación 5-2 se convierte en la simple resta algebraica entre la magnitud de la velocidad final v_f y la magnitud de la velocidad inicial v_0 . Así, para aceleración uniforme,

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} \quad (5-3)$$

Por ejemplo, considérese un automóvil que se mueve con aceleración constante del punto A al B como se muestra en la figura 5-2. La velocidad del auto en A es de 40 pie/s y su velocidad en B de 60 pie/s. Si para aumentar esa velocidad se re-

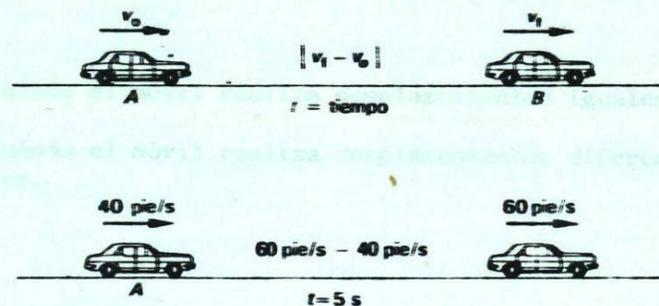


Figura 5-2 Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado.

quiere de 5 s, la aceleración se puede calcular por medio de la ecuación 5-3. Así,

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{60 \text{ pie/s} - 40 \text{ pie/s}}{5 \text{ s}}$$

$$= \frac{20 \text{ pie/s}}{5 \text{ s}} = 4 \text{ pie/s}^2$$

La respuesta se lee *cuatro pies por segundo por segundo* o *cuatro pies por segundo cuadrado*. Esto quiere decir que cada segundo el automóvil incrementa su velocidad en 4 pie/s. Ya que se contaba inicialmente con una velocidad de 40 pie/s cuando empezamos a contar nuestro tiempo ($t = 0$), después de 1, 2 y 3 s, habrá adquirido velocidades de 44, 48 y 52 pie/s, respectivamente.

Ejemplo Un tren reduce su velocidad de 60 a 30 mi/h en 10 s. Encuentre su aceleración.

Solución Por sustitución directa en la ecuación 5-3 obtenemos

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{30 \text{ mi/h} - 60 \text{ mi/h}}{10 \text{ s}}$$

de lo que

$$a = \frac{-30 \text{ mi/h}}{10 \text{ s}} = -3 \text{ mi/h} \cdot \text{s}$$

Nótese que en la respuesta aparecen simultáneamente unidades de horas y segundos. Esta inconsistencia se resuelve como sigue:

$$-3 \frac{\text{mi}}{\text{h} \cdot \text{s}} \times \frac{5280 \text{ pie}}{1 \text{ mi}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = -4.4 \text{ pie/s}^2$$

El signo negativo nos indica que la velocidad se reduce en 4.4 pie/s cada segundo. A este tipo de aceleración a veces se le llama *desaceleración*.

Muchas veces la misma ecuación se usa para despejar cantidades diferentes. Se debe, por tanto, despejar literalmente la ecuación para cada símbolo. Una de las formas más convenientes de

la ecuación surge al despejar el valor de la velocidad final. Así

$$v_f = v_0 + at \quad (5-4)$$

Velocidad final = velocidad inicial + cambio de velocidad

Ejemplo Un automóvil mantiene una aceleración constante de 8 m/s². Si su velocidad inicial era de 20 m/s, ¿Cuál será su velocidad después de 6 s?

Solución La velocidad final se obtiene de la ecuación 5-4.

$$v_f = v_0 + at = 20 \text{ m/s} + (8 \text{ m/s}^2)(6 \text{ s})$$

o sea

$$v_f = 20 \text{ m/s} + 48 \text{ m/s}$$

Por lo que la velocidad final es

$$v_f = 68 \text{ m/s}$$

Ya que los conceptos de velocidad inicial y velocidad final han sido bien entendidos, volvamos a la ecuación para la velocidad media y expresémosla en términos de velocidad inicial y velocidad final. La velocidad media de un objeto que se mueve con aceleración constante se calcula aplicando el promedio aritmético de dos cantidades. Dadas una velocidad final y una inicial, la velocidad media es simplemente

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_0}{2} \quad (5-5)$$

Al utilizar esta relación en la ecuación 5-1, obtenemos una expresión más útil para el cálculo de distancias recorridas:

$$s = \bar{v}t = \frac{v_f + v_0}{2} t \quad (5-6)$$