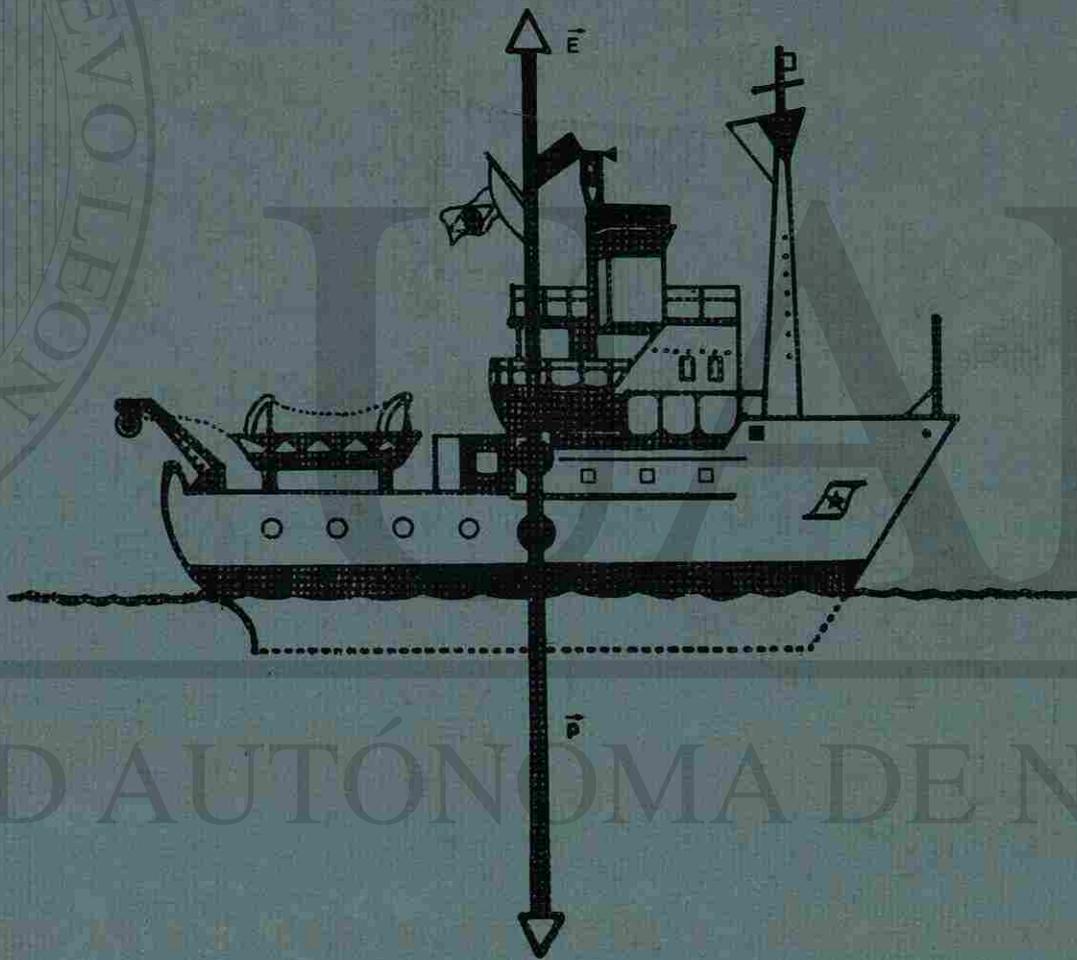


# FÍSICA III

Leticia Mata Cárdenas

Gerardo Escamilla Tristán

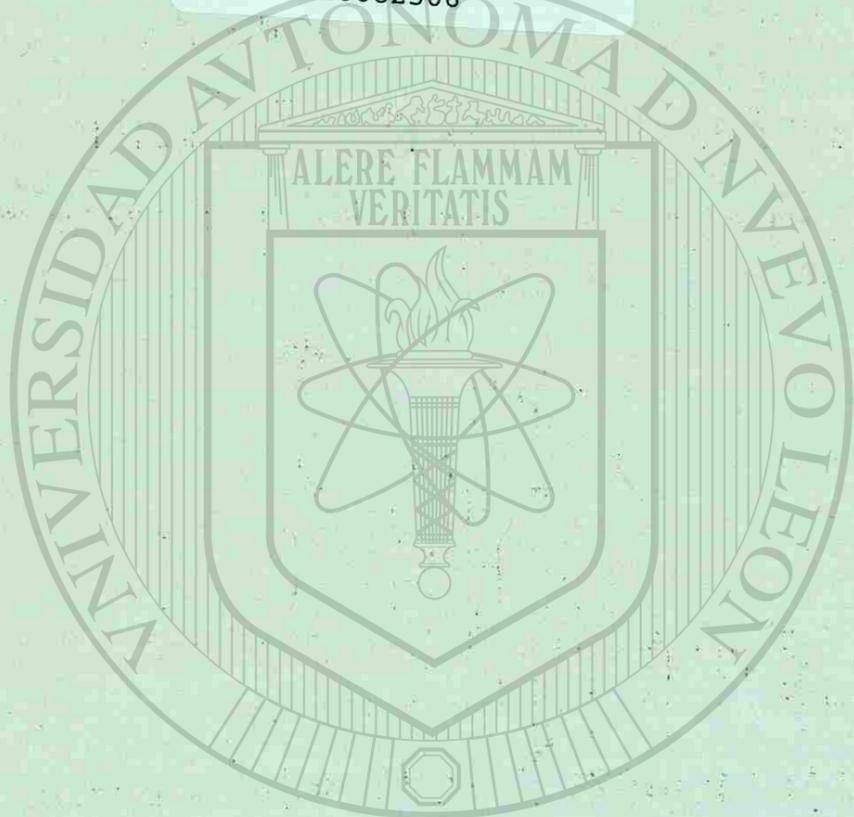


PREPARATORIA



21  
2  
32

QC-21  
.2  
132

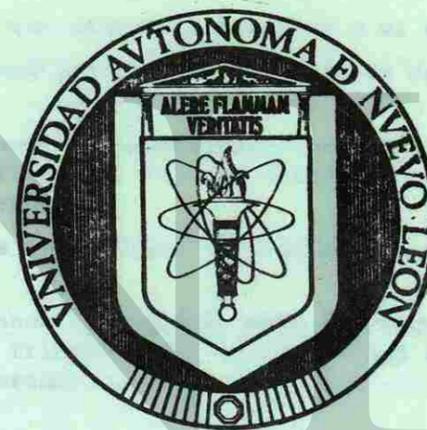


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**ESCUELA PREPARATORIA No. 16**



OBJETIVO GENERAL:  
 El término del semestre, el alumno será capaz de aplicar los conceptos de Física.

OBJETIVOS PARTICULARES:  
 UNIDAD 1. FRICCION  
 El término de la unidad, el alumno será capaz de aplicar los conceptos de fricción, en la solución de los problemas.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:  
 El Alumno:  
 1. Aplicará el término de la unidad.  
 2. Determinará el valor de la fuerza de fricción en diferentes condiciones físicas de un cuerpo.  
 3. Diferenciará entre fricción estática y fricción cinética.  
 4. Identificará las unidades de fricción y el coeficiente de fricción.  
 5. Derivará la expresión del coeficiente de fricción, por deslizamiento uniforme.  
 6. Resolverá problemas de fricción en superficies horizontales y verticales, en las siguientes condiciones:  
 a) Sin fricción, b) con fricción, c) con fricción y movimiento uniformemente acelerado.  
 7. Aplicará, significativamente, las unidades de fricción.  
 8. Resolverá problemas de plano inclinado, en las siguientes condiciones:  
 a) Sin fricción, b) con fricción, c) con fricción constante, d) con movimiento uniformemente acelerado.

UNIDAD 2. TRABAJO, ENERGIA Y POTENCIA  
 El término de la unidad, el alumno será capaz de aplicar los conceptos de trabajo, energía y potencia, en la solución de los problemas.

El alumno:  
 1. Definirá el concepto de trabajo.  
 2. Citará los tipos de trabajo.  
 3. Distinguirá entre trabajo positivo y negativo.  
 4. Diferenciará entre trabajo y potencia.  
 5. Aplicará los conceptos de trabajo y potencia en que se expresan, para la resolución de los problemas.

**FISICA III®**

ACADEMIA DE FISICA

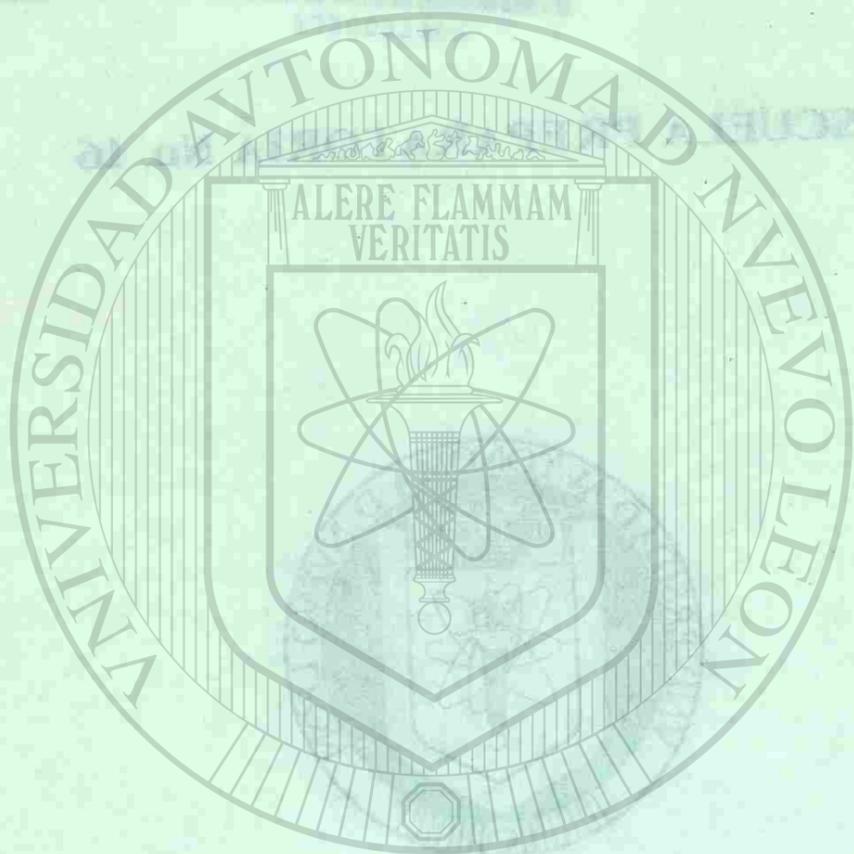
AGOSTO DE 1989

83228  
10028

QC 21

.2

M 32



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO UNIVERSITARIO

36384

### FISICA III

#### OBJETIVO GENERAL:

Al término del semestre, el alumno será capaz de aplicar los conceptos de fricción, trabajo, energía y potencia y leyes de la conservación e hidrostática, en la solución de problemas afines.

#### OBJETIVOS PARTICULARES:

##### UNIDAD I FRICCION

Al término de la unidad, el alumno: Aplicará los principios básicos de la fricción, en la solución de problemas.

#### OBJETIVOS ESPECIFICOS:

El Alumno:

- 1.1 Explicará el término fricción.
- 1.2 Determinará el valor de la normal, en diferentes condiciones físicas de un cuerpo.
- 1.3 Diferenciará entre coeficiente de fricción estático y cinético.
- 1.4 Identificará las unidades que maneja la fricción y el coeficiente de fricción.
- 1.5 Deducirá la expresión matemática para el coeficiente de fricción, por deslizamiento uniforme.
- 1.6 Resolverá problemas de planos horizontales, bajo las siguientes condiciones:  
a) sin fricción, b) con fricción, c) con velocidad constante, d) con movimiento uniformemente acelerado.
- 1.7 Ubicará, gráficamente, las fuerzas que inciden sobre un cuerpo en un plano inclinado.
- 1.8 Resolverá problemas de planos inclinados, bajo las siguientes condiciones:  
a) sin fricción, b) con fricción, c) con velocidad constante, d) con movimiento uniformemente acelerado.

##### UNIDAD 2 TRABAJO, ENERGIA Y POTENCIA:

Al término de la unidad, el alumno: Aplicará los conceptos y ecuaciones de trabajo, energía y potencia, en la solución de problemas.

El Alumno:

- 2.1 Definirá el concepto de energía.
- 2.2 Citará los diferentes tipos de energía.
- 2.3 Distinguirá los conceptos de trabajo, energía y potencia.
- 2.4 Diferenciará entre energía cinética y energía potencial.
- 2.5 Identificará las unidades de trabajo, energía mecánica y potencia.
- 2.6 Utilizará los conceptos básicos sobre trabajo, energía, potencia, y las unidades en que se expresan, para la resolución de problemas.

#### EXAMEN DE MEDIO CURSO

##### UNIDAD 3 LEYES DE CONSERVACION:

Al término de la unidad, el alumno: Aplicará las leyes de la Conservación de la cantidad de movimiento y de la energía, en la solución de problemas.

El Alumno:

- 3.1 Definirá cantidad de movimiento e impulso.
- 3.2 Deducirá las unidades de cantidad de movimiento e impulso.
- 3.3 Enunciará la ley de la conservación de la energía.
- 3.4 Expresará ejemplos que muestren la validez de la ley de la conservación de la energía.
- 3.5 Enunciará la ley de la conservación de la cantidad de movimiento.
- 3.6 Utilizará las leyes de la conservación de la energía y de la conservación de la cantidad de movimiento, en la resolución de problemas en una sola dimensión.

UNIDAD 4 HIDROSTÁTICA

Al término de la unidad, el alumno: Aplicará los principios de la hidrostática, en la solución de problemas.

El Alumno:

- 4.1 Definirá los conceptos siguientes: hidrostática, fluido, fluido viscoso, fluido ideal
- 4.2 Distinguirá los siguientes estados físicos: sólido, líquido, gaseoso.
- 4.3 Mencionará las condiciones de un líquido, en reposo y en movimiento.
- 4.4 Enunciará el concepto de presión y sus unidades en los sistemas C.G.S.. N.K.S., inglés y otros.
- 4.5 Explicará los conceptos de densidad (masa específica), peso específico y densidad relativa.
- 4.6 Resolverá problemas aplicando los conceptos anteriores.
- 4.7 Enunciará la ley fundamental de la hidrostática.
- 4.8 Resolverá problemas relacionados con la ley fundamental de la hidrostática.
- 4.9 Enunciará el principio de Pascal.
- 4.10 Resolverá problemas relacionados con el principio de Pascal.
- 4.11 Explicará el funcionamiento de la prensa hidráulica.
- 4.12 Resolverá problemas afines a la prensa hidráulica.
- 4.13 Enunciará el principio de Arquímedes.
- 4.14 Utilizará el principio de Arquímedes en la solución de problemas.

EXAMEN FINAL (GOBAL)

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

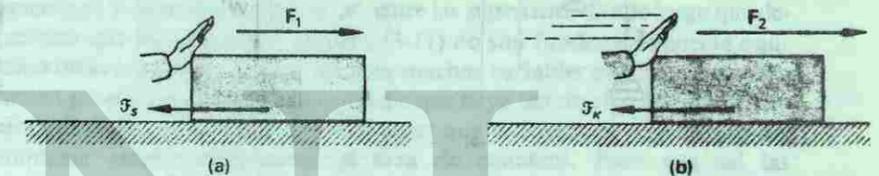
ROZAMIENTO O FRICCIÓN

Siempre que un cuerpo se mueve estando en contacto con otro objeto, existen fuerzas de rozamiento que se oponen al movimiento relativo. Estas fuerzas son consecuencia de la adhesión de una superficie a la otra y por la trabazón de las irregularidades en las superficies en roce. Es precisamente este rozamiento lo que mantiene a un clavo dentro de una tabla, la que nos permite caminar y la que hace que los frenos de un automóvil funcionen. En todos estos casos el rozamiento tiene un efecto deseable.

En muchas otras circunstancias, sin embargo, es deseable minimizar el efecto del rozamiento. Por ejemplo, el rozamiento aumenta el trabajo necesario para operar alguna máquina, causa desgaste y genera calor, que en muchos casos provoca a su vez daños adicionales. Los automóviles y los aviones son diseñados aerodinámicamente para reducir el rozamiento con el aire, que resulta ser muy grande a altas velocidades.

Siempre que una superficie se desliza sobre otra, la fuerza de rozamiento ejercida por cada cuerpo sobre el otro es paralela o tangente a las dos superficies y actúa de tal manera que se opone al movimiento relativo de las superficies. Es importante notar que estas fuerzas no sólo existen cuando ocurre un movimiento relativo, sino que también están presentes en cuanto uno de los cuerpos tiende a deslizarse sobre el otro.

Fig. 3-11 a) En la fricción estática, el movimiento está impedido; b) en la fricción cinética, las dos superficies están en movimiento relativo.



Supóngase que una fuerza se ejerce sobre un bloque que descansa en reposo sobre una superficie horizontal como se muestra en la figura 3-11. Al principio el bloque no se moverá debido a la acción de una fuerza llamada fuerza de rozamiento estático  $F_s$ . Pero a medida que la fuerza aplicada se aumenta, llega un momento en que se provoca el movimiento del bloque, y la fuerza de rozamiento ejercida por la superficie horizontal mientras el bloque se encuentra en movimiento se denomina fuerza de rozamiento cinético  $F_k$ .

Las leyes que gobiernan a las fuerzas de rozamiento se determinan experimentalmente en el laboratorio por medio de un aparato similar al que se ilustra en la figura 3-12a. Una caja de peso  $W$  se coloca sobre una mesa horizontal y un cordel ligero que está atado a la caja se pasa por una polea con rozamiento despreciable, y se cuelga del otro extremo del cordel una serie de pesas conocidas. Todas las fuerzas que actúan sobre la caja y las pesas se muestran en sus correspondientes diagramas de cuerpo libre (Figs. 3-12b y 3-12c).

Consideremos que el sistema está en equilibrio, para lo cual la caja debe permanecer en reposo o moviéndose con velocidad constante. En cualquiera de los casos podemos aplicar la primera condición de equilibrio. Consideremos el diagrama de fuerzas como se muestra en la figura 3-12c.

$$\sum F_x = 0 \quad \mathcal{F} - T = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \mathcal{N} - W = 0$$

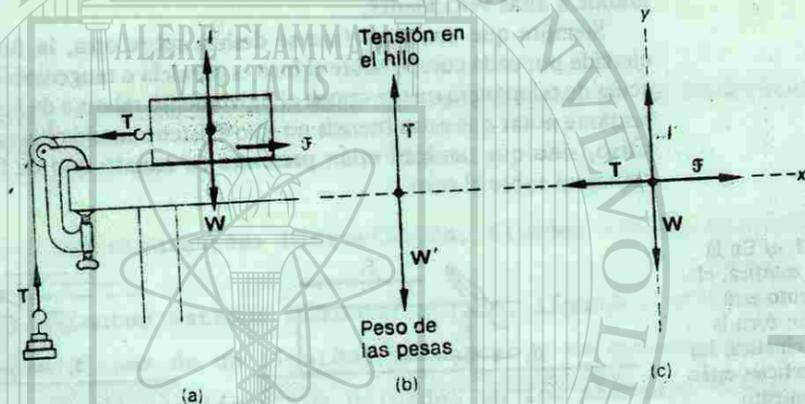
o sea

$$\mathcal{F} = T \quad \text{y} \quad \mathcal{N} = W$$

Vemos así que la fuerza de rozamiento es de magnitud igual que la tensión en el cordón y que la fuerza normal ejercida por la mesa sobre la caja es igual al peso de la caja. Nótese que la tensión en el cordón es a su vez igual al peso de las pesas más el peso de su soporte.

Empezamos el experimento colocando gradualmente pesas en el soporte, para aumentar lentamente la tensión del cordel. Al aumentar la tensión, la fuerza de rozamiento estático, que es igual en magnitud pero opuesta en dirección, también aumenta. Si T se aumenta lo suficiente, la caja se empezará a mover, indicando que T ha sobrepasado la máxima fuerza de rozamiento estático  $\mathcal{F}_{s, \text{máx}}$ . Así, aunque la fuerza de rozamiento estático  $\mathcal{F}_s$  variará de acuerdo con los valores de la tensión del cordel, existe un valor máximo único  $\mathcal{F}_{s, \text{máx}}$ . Sólo este

Fig. 3-12 Experimento para determinar la fuerza de fricción.



valor máximo es útil en la solución de problemas de fricción. Por lo tanto, en este libro  $\mathcal{F}_s$  se entenderá que representa a  $\mathcal{F}_{s, \text{máx}}$ .

Para continuar el experimento, supóngase que agregamos peso a la caja, con lo que aumentaríamos la presión normal entre la caja y la mesa. Nuestra fuerza normal será ahora

$$\mathcal{N} = W + \text{peso agregado.}$$

Al repetir nuestro experimento anterior, veremos que un nuevo valor de T proporcionalmente mayor será necesario para contrarrestar  $\mathcal{F}_s$ . En otras palabras, al duplicar la fuerza normal entre las dos superficies, la máxima fuerza de rozamiento estático que debemos contrarrestar también se duplica. Si  $\mathcal{N}$  se triplica,  $\mathcal{F}_s$  también se triplica, y así ocurre para los demás factores. Puede decirse por tanto que la máxima fuerza de rozamiento estático es directamente proporcional a la fuerza normal entre las dos superficies. Esta proporcionalidad puede escribirse como

que puede escribirse como ecuación:

$$\mathcal{F}_s = \mu_s \mathcal{N} \quad (3-10)$$

en la que  $\mu_s$  es una constante de proporcionalidad denominada *coeficiente de rozamiento estático*. Dado que  $\mu_s$  es una relación constante entre dos fuerzas, es una cantidad sin dimensiones.

En el experimento que precede debe notarse que una vez que T ha superado en magnitud a  $\mathcal{F}_s$ , la caja aumentará su velocidad, o se acelerará, hasta topar con la polea. Esto indica que un valor menor que T bastaría para mantener a la caja

moviéndose con velocidad constante. Por tanto, la fuerza de rozamiento cinético  $\mathcal{F}_k$  debe ser menor que  $\mathcal{F}_s$  para las mismas superficies. En otras palabras, se requiere de más fuerza para iniciar el movimiento de un bloque que para mantenerlo moviéndose a velocidad constante. En este último caso la primera condición de equilibrio también se satisface; así, el mismo razonamiento que nos llevó a derivar la ecuación (3-10) para el rozamiento estático, nos dará la siguiente proporcionalidad para el rozamiento cinético:

$$\mathcal{F}_k \propto \mathcal{N}$$

$$\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N} \quad (3-11)$$

que puede también expresarse como una ecuación, como antes:

donde  $\mu_k$  es una constante de proporcionalidad llamada *coeficiente de rozamiento cinético*.

Se puede demostrar que los coeficientes de proporcionalidad  $\mu_s$  y  $\mu_k$  dependen de la rugosidad de las superficies pero no del área de contacto entre las superficies. Puede verse de las ecuaciones anteriores que  $\mu$  depende tan sólo de la fuerza de rozamiento  $\mathcal{F}$  y de la fuerza normal  $\mathcal{N}$  entre las superficies. Desde luego que debemos aceptar que las ecuaciones (3-10) y (3-11) no son fundamentalmente rigurosas como otras ecuaciones físicas. Existen muchas variables que interfieren con la aplicación general de estas fórmulas. Nadie que haya tenido algo de experiencia en carreras de autos, por ejemplo, podrá creer que la fuerza de rozamiento sea completamente independientemente al área de contacto. Pero aun así las ecuaciones son herramientas útiles para determinar en forma estimativa las fuerzas de resistencia en casos específicos.

La tabla 3-2 muestra algunos valores representativos de los coeficientes de rozamiento estático para diferentes tipos de superficies. Estos valores son aproximados y dependen de las condiciones en que se encuentren las superficies.

Tabla 3-2 Coeficientes de fricción aproximados

Material	$\mu_s$	$\mu_k$
Madera sobre madera	0.7	0.4
Acero sobre acero	0.15	0.09
Metal sobre cuero	0.6	0.5
Madera sobre cuero	0.5	0.4
Hule sobre concreto, seco	0.9	0.7
húmedo	0.7	0.57

Los problemas que incluyen fricción se resuelven como otros problemas de fuerzas, excepto que se deben considerar los siguientes puntos:

1. Las fuerzas de rozamiento son paralelas a las superficies y se oponen directamente al movimiento relativo de las superficies entre sí.
2. La fuerza de rozamiento estático es mayor que la fuerza de rozamiento cinético para los mismos materiales.
3. Al dibujar diagramas de cuerpo libre, generalmente resulta más expeditivo elegir el eje x paralelo al plano del movimiento y el eje y normal al plano del movimiento.
4. Se puede aplicar la primera condición del equilibrio para obtener dos ecuaciones que representan las fuerzas a lo largo del plano de movimiento y normales a él. (Los problemas más complicados en los que se incluye una fuerza resultante serán estudiados en un capítulo posterior.)
5. Las relaciones  $\mathcal{F}_s = \mu_s \mathcal{N}$  y  $\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N}$  se pueden aplicar para obtener la cantidad deseada.

**EJEMPLO 5**

Un bloque de 50 lb descansa sobre una superficie horizontal. Se requiere una fuerza horizontal de 10 lb para iniciar el movimiento del bloque. Una vez en movimiento, sólo se necesita una fuerza de 5 lb para mantener una velocidad constante. Encuéntrense los coeficientes de fricción estática y cinética.

**Solución**

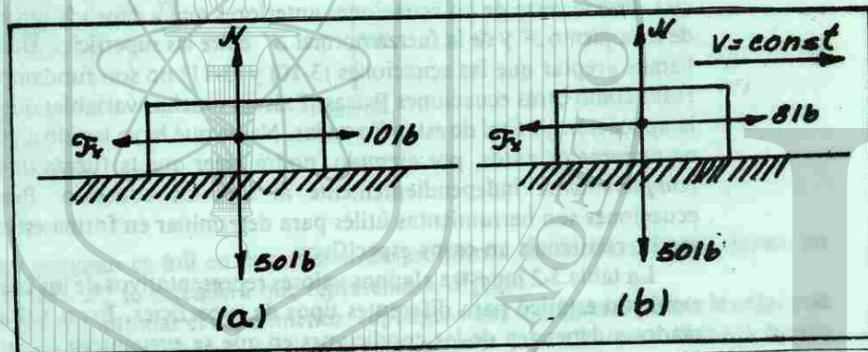
Las palabras clave que deben ser reconocidas son *para iniciar el movimiento y movimiento con velocidad constante*. Las primeras implican fricción estática, mientras que las últimas se refieren a fricción cinética. En cada caso existe una condición de equilibrio. Los diagramas de cuerpo libre correctos se ilustran en las figuras 3-13a y 3-13b. Consideremos la fuerza que contrarresta la fricción estática. Al aplicar la primera condición del equilibrio en la figura 3-13a obtenemos

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad 10 \text{ lb} - \mathcal{F}_s = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad \mathcal{N} - 50 \text{ lb} = 0 \end{aligned}$$

de lo que podemos observar que

$$\mathcal{F}_s = 10 \text{ lb} \quad \mathcal{N} = 50 \text{ lb}$$

Fig. 3-13 a) Se requiere una fuerza de 10 lb para contrarrestar la fuerza máxima de fricción estática. b) Se requiere una fuerza de solamente 5 lb para mover el bloque con velocidad constante.



De este modo podemos calcular el coeficiente de fricción estática a partir de la ecuación (3-8).

$$\mu_s = \frac{\mathcal{F}_s}{\mathcal{N}} = \frac{10 \text{ lb}}{50 \text{ lb}} = 0.2$$

La fuerza que contrarresta la fricción cinética es de 5 lb. De aquí que la suma de las fuerzas a lo largo del eje x resulte

$$5 \text{ lb} - \mathcal{F}_k = 0$$

o sea

$$\mathcal{F}_k = 5 \text{ lb}$$

La fuerza normal es aún 50 lb, y así

$$\mu_k = \frac{\mathcal{F}_k}{\mathcal{N}} = \frac{5 \text{ lb}}{50 \text{ lb}} = 0.1$$

**EJEMPLO 6**

¿Qué fuerza T con ángulo de 30° sobre la horizontal se requiere para arrastrar un bloque de 40 lb hacia la derecha a velocidad constante si  $\mu_k = 0.2$ ?

**Solución**

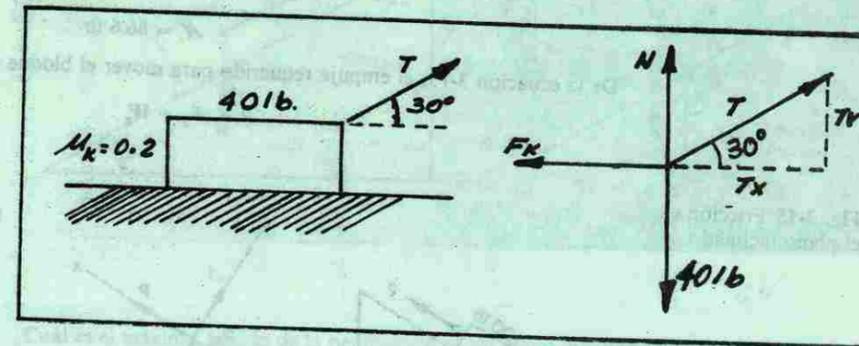
Dibujemos primero un bosquejo del problema y tracemos después el diagrama de cuerpo libre tal como se muestra en la figura 3-14. Al aplicar la primera condición del equilibrio obtenemos

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad T_x - \mathcal{F}_k = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad \mathcal{N} + T_y - 40 \text{ lb} = 0 \end{aligned} \quad (3-12)$$

La última ecuación muestra que la fuerza normal es

$$\mathcal{N} = 40 \text{ lb} - T_y \quad (3-13)$$

Fig. 3-14 La fuerza T con un ángulo sobre la horizontal reduce la fuerza normal, resultando en una fuerza de fricción menor.



Nótese que la fuerza normal está disminuida por la componente y de T. Sustituyendo  $\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N}$  en la ecuación (3-12) nos da

$$T_x - \mu_k \mathcal{N} = 0$$

Pero  $\mathcal{N} = 40 \text{ lb} - T_y$ , de acuerdo con la ecuación (3-12), con lo que

$$T_x - \mu_k(40 \text{ lb} - T_y) = 0 \quad (3-14)$$

Del diagrama de cuerpo libre podemos notar que

$$T_x = T \cos 30^\circ = 0.866T$$

y

$$T_y = T \sin 30^\circ = 0.5T$$

De aquí, y recordando que  $\mu_k = 0.2$ , podemos escribir la ecuación (3-14) como

$$0.866T - (0.2)(40 \text{ lb} - 0.5T) = 0$$

De la que podemos resolver T como sigue:

$$0.866T - 8 \text{ lb} + 0.1T = 0$$

$$0.966T - 8 \text{ lb} = 0$$

$$0.966T = 8 \text{ lb}$$

$$T = \frac{8 \text{ lb}}{0.966} = 8.3 \text{ lb}$$

Por lo tanto se necesita una fuerza de 8.3 lb para arrastrar el bloque a velocidad constante si la cuerda hace un ángulo de 30° sobre la horizontal.

**EJEMPLO 7**

Un bloque de 100 lb descansa sobre un plano inclinado de 30°. Si  $\mu_k = 0.1$ , ¿qué empuje P paralelo al plano y dirigido hacia arriba se requerirá para que el bloque se mueva a) hacia arriba a velocidad constante y b) hacia abajo a velocidad constante?

**Solución a)**

El problema general se ha bosquejado en la figura 3-15a. Para el movimiento hacia arriba, la fuerza de fricción apunta hacia abajo del plano como se ilustra en la figura 3-15b. Aplicando la primera condición del equilibrio obtenemos

$$\sum F_x = 0 \quad P - \mathcal{F}_k - W_x = 0 \quad (3-15)$$

$$\sum F_y = 0 \quad \mathcal{N} - W_y = 0 \quad (3-16)$$

De la figura vemos que los componentes x y y del peso son

$$W_x = (100 \text{ lb})(\sin 30^\circ) = 50 \text{ lb}$$

$$W_y = (100 \text{ lb})(\cos 30^\circ) = 86.6 \text{ lb}$$

Sustituyendo la última ecuación en la 3-16 nos permite obtener la fuerza normal, que es

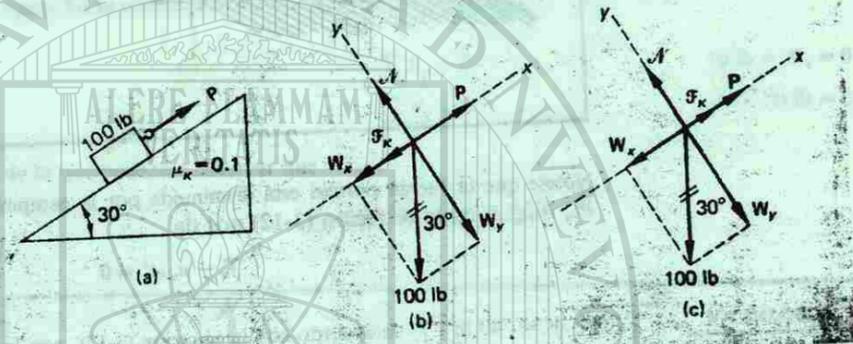
$$N - 86.6 \text{ lb} = 0$$

$$N = 86.6 \text{ lb}$$

De la ecuación 3-15, el empuje requerido para mover el bloque hacia arriba es

$$P = \mathcal{F}_x + W_x$$

Fig. 3-15 Fricción en el plano inclinado.



Pero  $\mathcal{F}_x = \mu_s N$ , por lo que

$$P = \mu_s N + W_x$$

Sustituyendo los valores conocidos de  $\mu_s$ ,  $N$ , y  $W_x$ , obtenemos

$$P = (0.1)(86.6 \text{ lb}) + 50 \text{ lb} = 58.7 \text{ lb}$$

Nótese que el empuje hacia arriba del plano debe contrarrestar, en este caso tanto la fuerza de fricción de 8.66 lb como la componente de 50 lb del peso del bloque hacia abajo y a lo largo del plano.

Solución b)

Ahora debemos considerar el empuje  $P$  necesario para detener el movimiento hacia abajo del bloque. La única diferencia entre este problema y la parte a) es que la fuerza de fricción se dirige ahora hacia arriba del plano. La fuerza normal no cambia y los componentes del peso tampoco cambian. Por tanto, si sumamos las fuerzas a lo largo del eje  $x$  de la figura 3-15c tenemos

$$\sum F_x = 0 \quad P + \mathcal{F}_x - W_x = 0$$

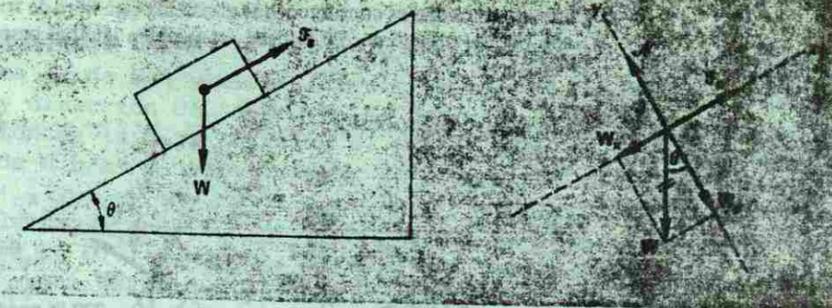
de la cual

$$P = W_x - \mathcal{F}_x$$

$$P = 50 \text{ lb} - 8.66 \text{ lb} = 41.3 \text{ lb}$$

La fuerza de 41.3 lb está dirigida hacia arriba del plano inclinado y detiene el movimiento hacia abajo del bloque de tal manera que su velocidad sea constante. Si esta fuerza  $P$  no se ejerciera, el bloque se aceleraría hacia abajo del plano por su propio peso.

Fig. 3-16 El ángulo limitante de reposo.



EJEMPLO 8

¿Cuál es el máximo ángulo de la pendiente  $\theta$  de un plano inclinado para que un bloque de peso  $W$  no resbale?

Solución

La figura 3-16 muestra un bosquejo del problema y el diagrama de cuerpo libre correspondiente. El máximo valor de  $\theta$  sería tal que pudiera contrarrestar la fricción estática  $\mathcal{F}_s = \mu_s N$ . La aplicación de la primera condición de equilibrio nos da

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad \mathcal{F}_s - W_x = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad N - W_y = 0 \end{aligned}$$

y trasponiendo obtenemos

$$\mathcal{F}_s = W_x \quad N = W_y \tag{3-17}$$

De la figura 3-16 observamos que  $\theta$  es el ángulo cuya tangente es  $W_x/W_y$ ; por tanto, de la ecuación (3-17) tenemos

$$\tan \theta = \frac{W_x}{W_y} = \frac{\mathcal{F}_s}{N}$$

Pero  $\mathcal{F}_s$  es igual al coeficiente de fricción estática  $\mu_s$ . De aquí

$$\tan \theta = \mu_s$$

Así un bloque, independientemente de su peso, permanecerá en reposo sobre un plano inclinado a menos que la  $\tan \theta$  sea igual o mayor que  $\mu_s$ . En este caso, el ángulo  $\theta$  se denomina *ángulo limitante* o *ángulo de reposo*.

Queda como ejercicio demostrar que un bloque se deslizará hacia abajo en un plano inclinado a velocidad constante si

$$\tan \theta = \mu_k$$

EJEMPLO 4

Un bloque de 200 lb descansa sobre un plano inclinado sin fricción que tiene una pendiente de 30°. El bloque está atado a un cordel que pasa sobre una pelota sin fricción en el vértice del plano inclinado y del cual cuelga a su vez otro bloque. ¿Cuál debe ser el peso del segundo bloque para que el sistema se encuentre en equilibrio? (Despréciese el peso del cordel.)

Solución

Después de hacer un bosquejo de la situación, un diagrama de cuerpo libre se ha construido para cada cuerpo tal como muestra la figura 3-10. Al aplicar la primera condición de equilibrio al segundo bloque (Fig. 3-10c), encontramos que

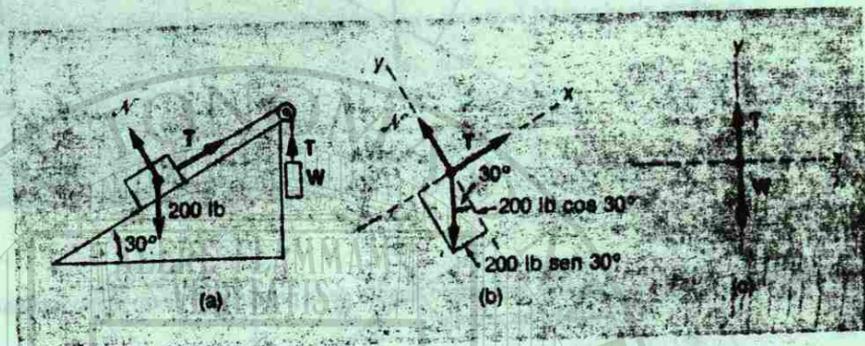
$$T - W = 0$$

o sea

$$T = W$$

Dado que el cordel es continuo y que el sistema está libre de fricción, la tensión en la figura 3-10b para el bloque de 200 lb debe ser también igual al peso  $W$ .

Fig. 3-10 Se dibuja un diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo del problema.



Al considerar el diagrama para el bloque de 200 lb, determinamos las componentes de cada fuerza como sigue:

componente en x	componente en y
$T_x = T = W$	$T_y = 0$
$N_x = 0$	$N_y = N$
$(200 \text{ lb})_x = (-200 \text{ lb})(\text{sen } 30^\circ)$	$(200 \text{ lb})_y = (-200 \text{ lb})(\text{cos } 30^\circ)$

Al aplicar la primera condición nos da

$$\sum F_x = 0 \quad T - (200 \text{ lb})(\text{sen } 30^\circ) = 0 \quad (3-8)$$

$$\sum F_y = 0 \quad N - (200 \text{ lb})(\text{cos } 30^\circ) = 0 \quad (3-9)$$

A partir de la ecuación (3-8) obtenemos

$$T = (200 \text{ lb})(\text{sen } 30^\circ) = 100 \text{ lb}$$

y, por lo tanto,  $W = 100 \text{ lb}$  ya que  $T = W$ . Por tanto, se requiere un peso de 100 lb para mantener el equilibrio.

La fuerza normal que el plano ejerce sobre el bloque de 200 lb puede calcularse a partir de la ecuación (3-9), aun cuando este cálculo no fue necesario para determinar el peso  $W$ .

Así,

$$N = (200 \text{ lb})(\text{cos } 30^\circ) = (200 \text{ lb})(0.866) = 173 \text{ lb}$$

PROBLEMAS : FRICCIÓN , PLANO INCLINADO

- 1.- ¿Qué empuje horizontal se requiere para tirar de un trineo de 60kg con una aceleración de 4 m/s<sup>2</sup>? Considérese que una fuerza horizontal de fricción de 20 N se opone al movimiento.
- 2.- Una fuerza horizontal de 100 N arrastra un bloque de 8 kg horizontalmente a lo largo del suelo. Si el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el suelo es de 0.2, encuéntrase la aceleración del bloque.
- 3.- Si el coeficiente de fricción entre las llantas y el pavimento es de 0.7, ¿cuál será la distancia mínima que se requerirá para que un automóvil de 1600 kg se detenga si lleva una velocidad de 60 km/h al iniciar el frenado?

- 4.- Una caja de 20 kg descansa sobre la plataforma de un camión. El coeficiente de fricción estática es de 0.4 y el de fricción cinética es de 0.3. Encuéntrase la magnitud y dirección de la fuerza de fricción que actúa sobre la caja y la aceleración de la caja relativa al piso cuando a) el camión está acelerado a razón de 8 m/s<sup>2</sup> y b) el camión está frenando a razón de 2 m/s<sup>2</sup>.
- 5.- Una masa de 30 kg descansa sobre un plano inclinado 37°. El coeficiente de fricción cinética es de 0.3. Se aplica un empuje  $\bar{P}$  paralelo al plano y dirigido hacia arriba para hacer que la masa se acelere a 3 m/s<sup>2</sup>. a) ¿Cuál es la fuerza normal? b) ¿Cuál es la fuerza de fricción?, c) ¿Cuál es la fuerza resultante hacia arriba del plano?, d) ¿Cuál es la magnitud del empuje  $\bar{P}$ ?
- 6.- Un trineo de 400 lb baja por una colina con inclinación de 60° respecto a la horizontal. El coeficiente de fricción cinética es de 0.2. a) ¿Cuál es la fuerza normal? b) ¿Cuál es la fuerza de fricción? c) ¿Cuál es la fuerza resultante hacia abajo de la colina? d) ¿Cuál es su aceleración?
- 7.- Si el peso de  $m_1$  en la figura 7-10 es de 200 lb y si  $\mu_k = 0.3$ , ¿cuál será el peso de  $m_2$  si el sistema va a tener una aceleración de 6 ft/s<sup>2</sup>?
- 8.- Si  $m_1 = 10 \text{ kg}$  y  $m_2 = 8 \text{ kg}$  y  $m_3 = 6 \text{ kg}$  en la figura 7.11, ¿Cuál es la aceleración del sistema? No se tome en cuenta la fricción.

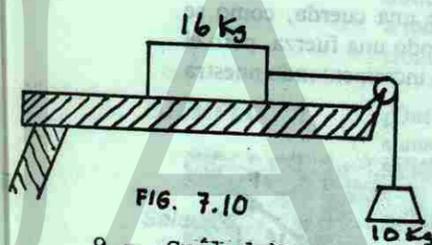


FIG. 7.10

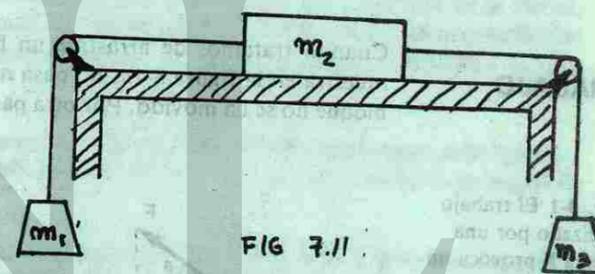


FIG 7.11

- 9.- ¿Cuál debe ser el peso  $W$  de la figura 7.12 para que el bloque de 64 lb  $W_1$ , se mueva con una aceleración de 6 ft/s<sup>2</sup> a) hacia arriba del plano y b) hacia abajo del plano? Despréciase la fricción.

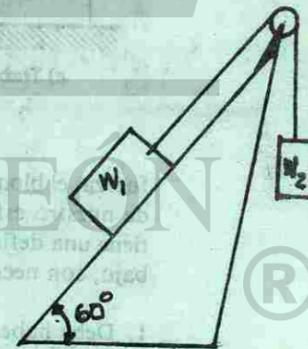


FIG. 7.12

- 10.- Suponiendo que  $W_2$  es de 64 lb y que el coeficiente de fricción cinética es 0.4 en la figura 7.12, ¿Qué peso  $W_2$  se requiere para hacer que el bloque se mueva hacia arriba del plano con una aceleración de 6 m/s<sup>2</sup>?

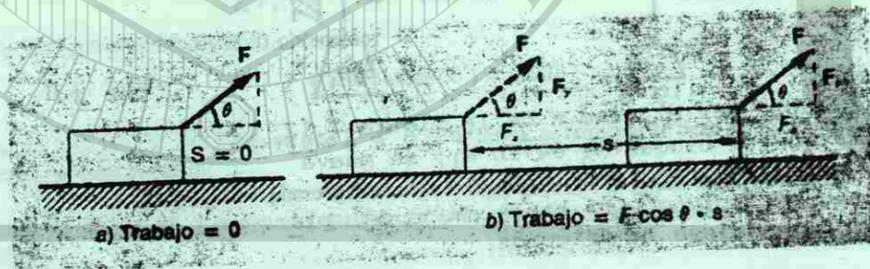
# Trabajo, energía y potencia

La razón principal para la aplicación de una fuerza es causar un desplazamiento. Por ejemplo, una grúa enorme levanta una viga de acero hasta la parte superior de un edificio; el compresor en un acondicionador de aire fuerza el paso de un líquido a través de su ciclo de enfriamiento, y fuerzas electromagnéticas mueven los electrones a través de una pantalla de televisión. Siempre que una fuerza actúa a través de una distancia se descubrirá que se realiza *trabajo*, de tal manera que puede ser medido o predicho. La capacidad para realizar trabajo será definida como *energía* y el ritmo al cual se lleva a cabo será definido como *potencia*. En la actualidad el empleo y control de la energía es probablemente la mayor preocupación en la industria. Una comprensión firme de los tres conceptos de trabajo, energía y potencia es esencial.

Cuando tratamos de arrastrar un bloque por medio de una cuerda, como se muestra en la figura 8-1a, no pasa nada. Estamos ejerciendo una fuerza, pero el bloque no se ha movido. Por otra parte, si continuáramos incrementando nuestra

## TRABAJO

Fig. 8-1 El trabajo realizado por una fuerza F provoca un desplazamiento s.



fuerza, el bloque se movería al fin. En este caso hemos logrado algo real a cambio de nuestro esfuerzo. Este logro se define en Física como *trabajo*. Este *trabajo* tiene una definición explícita, cuantitativa y operacional. Para que se realice trabajo, son necesarias tres cosas:

1. Debe haber una fuerza aplicada.
2. La fuerza debe actuar a lo largo de cierta distancia, llamada *desplazamiento*.
3. La fuerza debe tener una componente a lo largo del desplazamiento.

Si se dan las tres condiciones, estamos preparados para dar una definición formal de trabajo:

El trabajo es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes del desplazamiento y de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

$$\text{Trabajo} = \text{Componente de la fuerza} \times \text{desplazamiento}$$

$$\text{Trabajo} = F_x s \tag{8-1}$$

En esta ecuación,  $F_x$  es la componente de  $F$  a lo largo del desplazamiento  $s$ . En la figura 8-1, solamente  $F_x$  contribuye al trabajo. Su magnitud puede encontrarse por trigonometría, y el trabajo puede expresarse en términos del ángulo  $\theta$  entre  $F$  y  $s$ .

$$\text{Trabajo} = (F \cos \theta) s \tag{8-2}$$

Con frecuencia, la fuerza que origina el trabajo está dirigida enteramente a lo largo del desplazamiento. Esto pasa cuando se levanta un peso verticalmente o cuando una fuerza horizontal arrastra un objeto a lo largo del suelo. En estos casos simples  $F_x = F$ , y el trabajo es el producto simple de la fuerza y el desplazamiento:

$$\text{Trabajo} = F s \tag{8-3}$$

Otro caso especial ocurre cuando la fuerza aplicada es perpendicular a la dirección del desplazamiento ( $\cos 90^\circ = 0$ ). En este caso el trabajo siempre es igual a cero. Un ejemplo de esto es el movimiento paralelo a la superficie de la Tierra, donde la fuerza gravitacional actúa verticalmente hacia abajo y es perpendicular a todos los desplazamientos horizontales. Entonces la fuerza de gravedad no funciona.

## EJEMPLO 1

¿Qué trabajo es desempeñado por una fuerza de 60 N al arrastrar el bloque de la figura 8-1 a una distancia de 50 m, cuando la fuerza es transmitida por una cuerda con un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal?

## Solución

Se debe determinar primero la componente  $F_x$  de la fuerza  $F$  de 60 N: Sólo esta componente contribuye al trabajo. Gráficamente, esto se hace al dibujar el vector de 60 N a escala con un ángulo de  $30^\circ$ . Si se mide  $F_x$  y se convierte en newtons da

$$F_x = 52.0 \text{ N}$$

Con trigonometría, se podría realizar el mismo cálculo al usar la función coseno.

$$F_x = (60 \text{ N})(\cos 30^\circ) = 52.0 \text{ N}$$

Ahora, al aplicar la ecuación (8-1) se obtiene el trabajo

$$\begin{aligned} \text{Trabajo} &= F_x \cdot s = (52.0 \text{ N})(50 \text{ m}) \\ &= 2600 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Nótese que las unidades del trabajo son unidades de fuerza por distancia. Así, en el SI la unidad del trabajo es el *newton-metro* ( $\text{N} \cdot \text{m}$ ), que recibe el nombre de *joule* (J). En el SI, 1 J es igual al trabajo realizado por una fuerza de 1 N para mover un objeto la distancia de 1 m paralela a la fuerza.

De manera similar, la unidad de trabajo en el sbg es la *libra-pie* ( $\text{ft} \cdot \text{lb}$ ). No existe algún nombre especial para esta unidad; 1  $\text{ft} \cdot \text{lb}$  es igual al trabajo realizado por una fuerza de 1 lb para mover un cuerpo en una distancia de 1 ft, paralela a la fuerza.

Los siguientes factores de conversión resultarán muy útiles:

$$1 \text{ J} = 0.7376 \text{ ft} \cdot \text{lb} \quad 1 \text{ ft} \cdot \text{lb} = 1.356 \text{ J}$$

### TRABAJO RESULTANTE

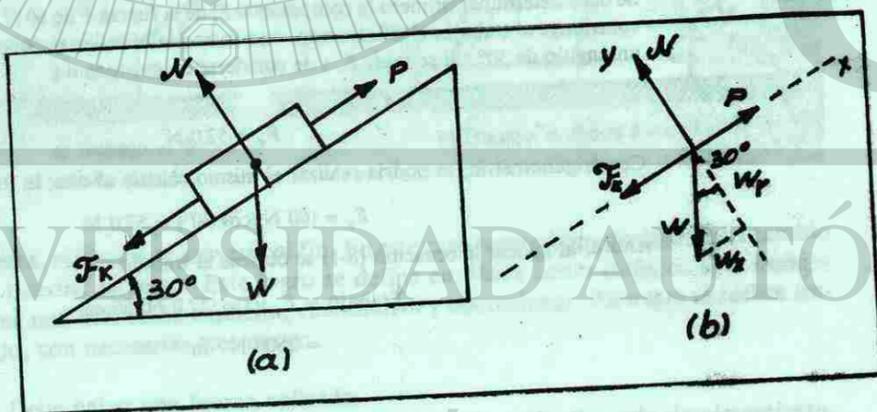
Cuando se considera el trabajo de varias fuerzas que actúan sobre un mismo objeto, con frecuencia es útil distinguir entre trabajo positivo y negativo. En este texto se seguirá la norma de que el trabajo de una fuerza particular es positivo si la componente de la fuerza está en la misma dirección que el desplazamiento. El trabajo negativo lo realiza una componente de fuerza que se opone al desplazamiento real. Entonces, el trabajo hecho por una grúa al levantar una carga es positivo, pero la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra sobre la carga efectúa un trabajo negativo. De forma similar, cuando se estira un resorte, el trabajo en éste es positivo; el trabajo sobre el resorte es negativo cuando el resorte se contrae. Otro ejemplo importante de trabajo negativo es el realizado por una fuerza de fricción que se opone a la dirección del desplazamiento.

Si varias fuerzas actúan sobre un cuerpo en movimiento, el *trabajo resultante* (trabajo total) es la suma algebraica de los trabajos de las fuerzas individuales. Esto será también igual al trabajo de la fuerza resultante. Se ve que la realización de un trabajo neto requiere la existencia de una fuerza resultante. Estas ideas se aclaran con el siguiente ejemplo:

### EJEMPLO 2

Un empuje  $P$  de 200 lb mueve un bloque de 100 lb hacia arriba de un plano inclinado a  $30^\circ$ , como se muestra en la figura 8-2. El coeficiente de fricción cinética es de 0.25 y el plano tiene una longitud de 20 ft. *a)* Calcúlese el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque. *b)* Demuéstrese que el trabajo neto realizado por estas fuerzas es el mismo que el trabajo de la fuerza resultante.

Fig. 8-2 El trabajo requerido para empujar un bloque de 100 lb hacia arriba en un plano inclinado de  $30^\circ$



### Solución a)

Hay cuatro fuerzas que actúan sobre el bloque:  $P$ ,  $F_k$ ,  $N$  y  $W$  (Fig. 8-2b). La fuerza normal  $N$  no realiza ningún trabajo puesto que no tiene ninguna componente en la dirección del desplazamiento.

$$(\text{Trabajo})_N = 0$$

El empuje  $P$  se encuentra totalmente en la dirección del desplazamiento. Así,

$$(\text{Trabajo})_P = P_s = (200 \text{ lb})(20 \text{ ft}) = 4000 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

La magnitud de la fricción  $F_k$ , se calcula como sigue:

$$\begin{aligned} F_k &= \mu_k N = \mu_k W_y = \mu_k W \cos 30^\circ \\ &= (0.25)(100 \text{ lb})(\cos 30^\circ) = 21.6 \text{ lb} \end{aligned}$$

Dado que esta fuerza se dirige hacia abajo del plano en una dirección opuesta al desplazamiento, realiza trabajo negativo, que está dado por

$$(\text{Trabajo})_{F_k} = (-21.6 \text{ lb})(20 \text{ ft}) = -432 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

El peso  $W$  del bloque también realiza trabajo negativo ya que su componente  $W_x$  tiene una dirección opuesta al desplazamiento.

$$\begin{aligned} (\text{Trabajo})_W &= -W_x s = -(W \sin 30^\circ)(20 \text{ ft}) \\ &= -(100 \text{ lb})(\sin 30^\circ)(20 \text{ ft}) \\ &= -1000 \text{ ft} \cdot \text{lb} \end{aligned}$$

### Solución b)

El trabajo neto se obtiene al sumar los trabajos de cada una de las fuerzas.

$$\begin{aligned} \text{Trabajo neto} &= (\text{trabajo})_N + (\text{trabajo})_P + (\text{trabajo})_{F_k} + (\text{trabajo})_W \\ &= 0 + 4000 \text{ ft} \cdot \text{lb} - 432 \text{ ft} \cdot \text{lb} - 1000 \text{ ft} \cdot \text{lb} \\ &= 2568 \text{ ft} \cdot \text{lb} \end{aligned}$$

Para demostrar que éste es también el trabajo de la fuerza resultante, debemos primero calcular esta fuerza resultante. De acuerdo con los métodos que hemos estudiado en capítulos anteriores,

$$\begin{aligned} F_R &= P - F_k - W_x \\ &= 200 \text{ lb} - 21.6 \text{ lb} - 50 \text{ lb} \\ &= 128.4 \text{ lb} \end{aligned}$$

El trabajo de  $F_R$  es, por tanto

$$\begin{aligned} (\text{Trabajo})_{F_R} &= F_R s = (128.4 \text{ lb})(20 \text{ ft}) \\ &= 2568 \text{ ft} \cdot \text{lb} \end{aligned}$$

que es idéntico al valor obtenido de la suma de los trabajos individuales de cada fuerza.

Es importante distinguir entre *trabajo resultante* o *neto* y el trabajo de una fuerza individual. Si hablamos del trabajo requerido para mover un bloque a través de una distancia, el trabajo hecho por la fuerza de tracción no es necesariamente el trabajo resultante. El trabajo puede ser hecho por una fuerza de fricción o por otras fuerzas. El trabajo resultante es simplemente el trabajo hecho por la fuerza resultante; si ésta es cero, entonces el trabajo resultante es cero aun cuando las fuerzas individuales puedan estar haciendo trabajo positivo o negativo.

### ENERGÍA

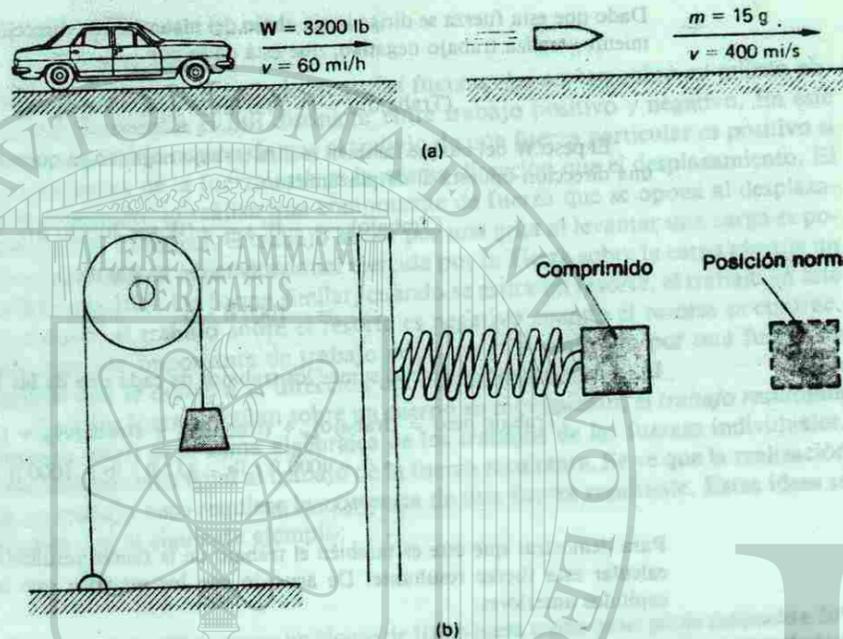
Se puede pensar que la energía es *cualquier cosa que pueda ser convertida en trabajo*. Cuando decimos que un objeto tiene energía, queremos dar a entender que es capaz de ejercer una fuerza sobre otro objeto para realizar trabajo sobre él. Y viceversa; si realizamos trabajo sobre algún objeto, le hemos añadido una cantidad de energía igual al trabajo realizado. Las unidades de la energía son las mismas que las del trabajo: *el joule* y *la libra-pie*.

En mecánica, nos interesan dos clases de energía:

**Energía cinética  $E_k$ :** Es la energía que posee un cuerpo en virtud de su movimiento.

**Energía potencial  $E_p$ :** Es la energía que posee un cuerpo en virtud de su posición o condición.

Fig. 8-3 Ejemplos de a) energía cinética y b) energía potencial.



Se puede pensar fácilmente en muchos ejemplos de cada clase de energía. Por ejemplo, un automóvil en movimiento, una bala en movimiento y un volante que da vueltas tienen la capacidad de realizar trabajo debido a su movimiento. De manera similar, con un objeto levantado, un resorte comprimido o un rifle cargado, existe el potencial para realizar trabajo debido a su posición. Se dan algunos ejemplos en la figura 8-3.

**TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA**

Se ha definido la energía cinética como la capacidad de realizar trabajo como un resultado del movimiento de un cuerpo. Para ver la relación entre el movimiento y el trabajo, considérese una fuerza constante  $F$  que actúa sobre el bloque de la figura 8-4. Considérese que el bloque tiene una velocidad inicial  $v_0$  y que la fuerza  $F$  actúa a través de una distancia  $s$  lo que provoca que la velocidad se incremente a un valor final  $v_f$ . Si el cuerpo tiene una masa  $m$ , la segunda ley de Newton dice que aumentará su velocidad, o acelerará, a un ritmo dado por

$$a = \frac{F}{m} \tag{8-4}$$

Fig. 8-4 El trabajo realizado por la fuerza  $F$  produce una modificación en la energía cinética de la masa  $m$ .



Fig. 8-5 El trabajo...

hasta que alcance una velocidad final  $v_f$ . Del capítulo 5 recordamos que de la cual obtenemos

$$2as = v_f^2 - v_0^2$$

$$a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2s}$$

Al sustituir estas ecuaciones en la ecuación (8-4) obtenemos

$$\frac{F}{m} = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2s}$$

de la que se puede despejar el producto  $Fs$  para tener

$$Fs = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \tag{8-5}$$

La cantidad en el primer miembro de la ecuación (8-5) es el trabajo realizado sobre la masa  $m$ . La cantidad en el segundo miembro debe ser el cambio de energía cinética que resulta de este trabajo. Por lo tanto, podemos definir la energía cinética  $E_k$  como

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \tag{8-6}$$

Siendo esta notación,  $\frac{1}{2}mv_f^2$  y  $\frac{1}{2}mv_0^2$  deben representar los valores final e inicial de la energía cinética, respectivamente. Este importante resultado se puede enunciar como sigue:

*El trabajo que realiza una fuerza resultante externa sobre un objeto es igual al cambio en la energía cinética del objeto.*

Un examen minucioso de la ecuación (8-5) nos indicará que un aumento de la energía cinética ( $v_f > v_0$ ) ocurre como resultado de un trabajo positivo, mientras que una disminución de la energía cinética ( $v_f < v_0$ ) viene a resultar de un trabajo negativo. En el caso especial en que el trabajo sobre un cuerpo sea igual a cero, la energía cinética permanece constante y está dada por la ecuación (8-6).

**EJEMPLO 3**

Calcúlese la energía cinética de un martillo de 4 kg en el instante en que su velocidad es de 24 m/s.

**Solución**

Si se aplica la ecuación (8-6) se obtiene:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(4 \text{ kg})(24 \text{ m/s})^2$$

$$= 1152 \text{ N} \cdot \text{m} = 1152 \text{ J}$$

**EJEMPLO 4**

Calcúlese la energía cinética de un automóvil de 3200 lb que se mueve con una velocidad constante de 60 mi/h (88 ft/s).

**Solución**

Hacemos el mismo cálculo del ejemplo anterior, excepto que debemos calcular la masa a partir del peso.

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{W}{g}\right)v^2$$

Al sustituir los valores dados para  $W$  y  $v$ , tenemos

$$E_k = \frac{1}{2}\left(\frac{3200 \text{ lb}}{32 \text{ ft/s}^2}\right)(88 \text{ ft/s})^2$$

$$= 3.87 \times 10^5 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

**EJEMPLO 5**

¿Qué fuerza media  $F$  se requerirá para detener una bala de 16 g que viaja a una velocidad de 260 m/s y penetra una distancia de 12 cm en un bloque de madera?

**Solución**

El trabajo total requerido para detener la bala deberá ser igual al cambio en la energía cinética. (Véase la Fig. 8-4). Dado que la bala es detenida,  $v_f = 0$ , por lo que la ecuación (8-4) queda así

$$F_s = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

Al sustituir obtenemos

$$F(0.12 \text{ m}) = -\frac{1}{2}(0.016 \text{ kg})(260 \text{ m/s})^2$$

Dividiendo entre 0.12 m tenemos

$$F = \frac{-(0.016 \text{ kg})(260 \text{ m/s})^2}{(2)(0.12 \text{ m})} = -4510 \text{ N}$$

El signo negativo del resultado nos indica que la fuerza tiene una dirección opuesta al desplazamiento. Nótese que esta fuerza resultó ser 30 000 veces más grande que el peso de la bala.

Fig. 8-5 El trabajo realizado para detener una bala es igual a la energía cinética inicial de la bala.



**ENERGÍA POTENCIAL**

La energía que un sistema posee en virtud de su posición o condiciones recibe el nombre de *energía potencial*. Ya que la energía se expresa a sí misma en términos de trabajo, la energía potencial implica que debe haber alguna capacidad para realizar el trabajo. Por ejemplo, supongamos que el martinete en la figura 8-6 es utilizado para izar un cuerpo de peso  $W$  a una altura  $h$  arriba del pilote sobre tierra. Decimos que el sistema tierra-cuerpo posee una energía potencial gravitacional. Cuando se suelta dicho objeto, realizará un trabajo al golpear el pilote. Si es lo suficientemente pesado y ha caído de una altura suficientemente grande, el trabajo realizado se manifestará en el impulso de un pilote a través de una distancia  $s$ .

La fuerza externa  $F$  requerida para levantar el cuerpo deberá ser cuando menos igual al peso  $W$ . Así, el trabajo que se realiza sobre el sistema es dado por

$$\text{Trabajo} = Wh = mg \cdot h$$

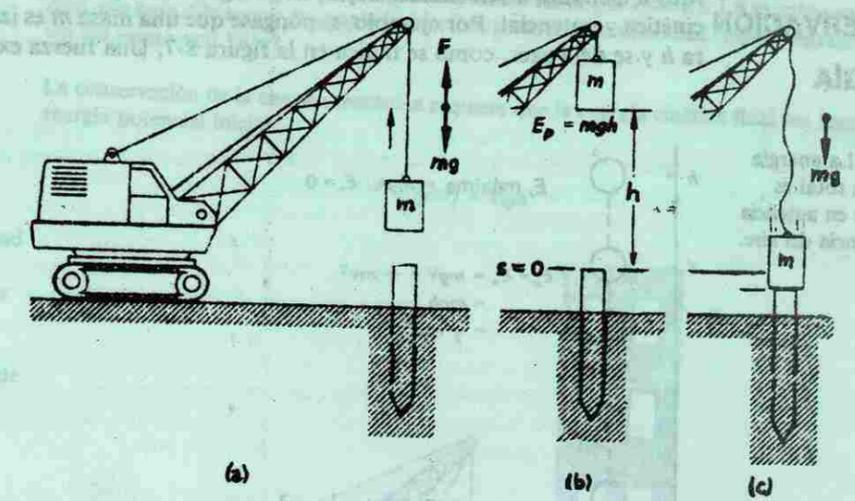
Esta misma cantidad de trabajo también puede ser realizado por el cuerpo al caer la distancia  $h$ . Así el cuerpo tiene una energía potencial igual en magnitud al trabajo externo requerido para levantarlo. Esta energía no proviene del sistema Tierra-cuerpo, sino que resulta de un trabajo realizado sobre el sistema por un agente externo. Sólo fuerzas *externas* como  $F$  en la figura 8-6, o la fricción pueden agregar energía o extraerla del sistema conformado por el cuerpo y la Tierra.

Nótese en el análisis precedente que la energía potencial  $E_p$  se puede encontrar por

$$E_p = Wh = mgh \quad \text{Energía potencial} \quad (8-7)$$

donde  $W$  y  $m$  son el peso y la masa de un objeto localizado a una distancia  $h$  sobre un punto de referencia.

Fig. 8-6 a) Levantar una masa  $m$  hasta una altura  $h$  requiere el esfuerzo  $mgh$ , b) El sistema cuerpo-tierra tiene, por lo tanto, una energía potencial  $E_p = mgh$ , c) Cuando la masa es liberada, ésta tiene capacidad para realizar el trabajo  $mgh$  sobre el pilote.



Debe notarse que la energía potencial depende de nuestra elección de un nivel de referencia específico. La energía potencial gravitacional que posee un avión es muy diferente si se mide con respecto a la cima de una montaña, un rascacielos o el nivel del mar. La capacidad de realizar un trabajo es mayor si el avión cae hasta el nivel del mar. La energía potencial solamente tiene significado físico cuando se establece un nivel de referencia.

**EJEMPLO 6**

Un carburador de 250 g se mantiene a 200 mm sobre un banco de trabajo que está a 1 m del suelo. Calcúlese la energía potencial relativa a: a) la parte superior del banco y b) al piso.

**Solución a)**

La altura  $h$  del carburador sobre el banco es de 200 mm (o 0.2 m), y la masa es de 250 g o (0.25 kg). Entonces, la energía potencial relativa al banco es

$$E_p = mgh = (0.25 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(0.2 \text{ m}) = 0.49 \text{ J}$$

Nótese que kilogramos, metros y segundos son las únicas unidades de masa, longitud y tiempo que concuerdan con la definición de un joule.

**Solución b)**

La energía potencial con respecto al piso es

$$E_p = mgh = (0.25 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(1.2 \text{ m}) = 2.94 \text{ J}$$

**EJEMPLO 7**

Una unidad de aire acondicionado comercial de 800 lb es levantada por un montacargas hasta que alcanza 22 ft por encima del piso. ¿Cuál es la energía potencial relativa al piso?

**Solución**

Si se aplica la ecuación (8-7) se obtiene:

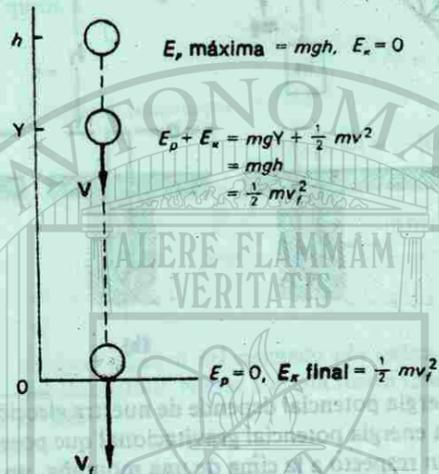
$$E_p = Wh = (800 \text{ lb})(22 \text{ ft}) = 17,600 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

Se ha establecido que el potencial para realizar trabajo es una función sólo del peso y de la altura  $h$  por encima de un punto de referencia. La energía potencial en una posición particular no depende de la trayectoria tomada para llegar a tal posición. Esto se debe a que el mismo trabajo debe hacerse contra la gravedad, con independencia de la trayectoria. En el ejemplo 8-7 se requirió un trabajo de 17 600 ft · lb para levantar el acondicionador de aire a través de una distancia vertical de 22 ft. Si se escoge ejercer una fuerza menor subiéndolo por un plano inclinado, se requerirá una distancia mayor. En ambos casos el trabajo hecho contra la gravedad es de 17 600 ft · lb, porque el resultado final es la colocación de un peso de 800 lb a una altura de 22 ft.

**CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA**

Muy a menudo, a velocidades bajas, tiene lugar un intercambio entre las energías cinética y potencial. Por ejemplo, supóngase que una masa  $m$  es izada a una altura  $h$  y se deja caer, como se indica en la figura 8-7. Una fuerza externa ha incre-

Fig. 8-7 La energía mecánica total es constante en ausencia de resistencia del aire.



mentado la energía del sistema dándole una energía potencial  $E_p = mgh$  en su punto más elevado. Ésta es la energía para el sistema, y no puede modificarse salvo que se tope con una fuerza resistiva. A medida que la masa cae, su energía potencial disminuye debido a que su altura sobre el nivel del suelo se ha reducido. La energía potencial perdida se recupera en forma de movimiento de energía cinética. En ausencia de resistencia del aire, la energía total ( $E_p + E_k$ ) permanece igual. La energía potencial continúa siendo convertida en energía cinética hasta que la masa llegue al suelo ( $h = 0$ ). En esta posición final, la energía cinética es igual a la energía total, y la energía potencial es cero. El punto importante que puede lograrse es que la suma de  $E_p$  y  $E_k$  sea el mismo en cualesquier punto durante la caída (véase Fig. 8-7).

Energía total =  $E_p + E_k = \text{constante}$

Decimos que la energía mecánica es *conservada*. En nuestro ejemplo, la energía total en la parte más elevada es  $mgh$  y la energía total a ras del suelo es  $\frac{1}{2}mv^2$  si despreciamos la resistencia del aire. Ahora, estamos preparados para invocar el principio de *conservación de la energía mecánica*.

**Conservación de la energía mecánica:** En ausencia de resistencia del aire u otras fuerzas disipativas, las sumas de las energías potenciales y cinéticas es una constante, siempre y cuando ninguna energía sea añadida al sistema.

Bajo estas condiciones, la energía cinética final de una masa  $m$  que se deja caer desde una altura  $h$  es

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgh \quad (8-8)$$

Resolviendo esta relación para  $v_f$ , se obtiene una ecuación útil para determinar la velocidad final a partir de la energía:

$$v_f = \sqrt{2gh} \quad (8-9)$$

La gran ventaja de calcular la velocidad a partir de consideraciones energéticas consiste en que las energías cinética y potencial dependen exclusivamente de los estados inicial y final, sin importar la trayectoria real seguida. La trayectoria verdadera no tiene consecuencia en ausencia de rozamiento.

**EJEMPLO 8**

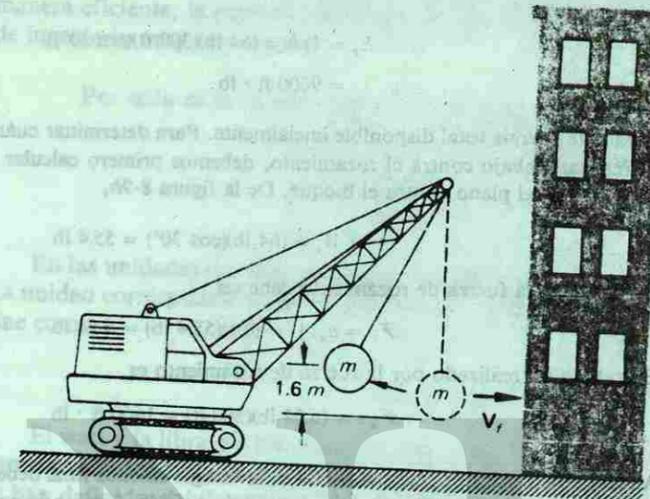
En la figura 8-8, una esfera de 40 kg es impulsada hasta que queda a 1.6 m sobre su posición más baja. Sin tomar en cuenta la fricción, ¿cuál será su velocidad cuando regrese a través del punto más bajo?

**Solución**

La conservación de la energía mecánica requiere que la energía cinética final sea igual a la energía potencial inicial.

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgh$$

Fig. 8-8 La velocidad de una masa suspendida al pasar por su punto más bajo se puede encontrar a partir de consideraciones energéticas.



Así, la ecuación (8-9) se aplica y solamente se resuelve para  $v_f$ .

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.8 \text{ m/s}^2)(1.6 \text{ m})} = 5.60 \text{ m/s}$$

Como un ejercicio adicional, demuéstrese que la energía total del sistema es de 627 J.

Consideremos ahora el caso más general en el que alguna energía mecánica se pierde en razón de alguna fuerza disipadora como el rozamiento. El cambio en la energía mecánica que resulta de tal fuerza será siempre igual al trabajo negativo realizado por la fuerza disipadora. La energía cinética final se verá reducida debido a que parte de la energía total disponible inicialmente se perderá debido al esfuerzo contra el rozamiento. Por el rozamiento debemos escribir este hecho como

$$\left| \begin{array}{l} \text{Energía cinética} \\ \text{final} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} \text{Energía potencial} \\ \text{inicial} \end{array} \right| - \left| \begin{array}{l} \text{Esfuerzo contra} \\ \text{el rozamiento} \end{array} \right|$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgh - F_s \quad (8-10)$$

Quizás una mejor forma de escribir esta declaración sería expresarla en términos de la energía total disponible inicialmente.

$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 + F_s \quad (8-11)$$

Esta ecuación es un enunciado matemático del principio de conservación de la energía, el cual puede ahora ser reexpresado como sigue:

**Conservación de la energía:** La energía total de un sistema es siempre constante, aunque pueden ocurrir transformaciones de energía de una forma a otra dentro del sistema.

**EJEMPLO 9**

Un bloque de 64 lb cae sobre un plano inclinado de 300 ft de longitud y 30° de inclinación, como se ilustra en la figura 8-9. Si  $\mu_k = 0.1$ , encuentre la velocidad del bloque al pie del plano inclinado a partir de consideraciones energéticas.

**Solución**

Comencemos por calcular la energía potencial en la parte superior del plano inclinado.

$$E_p = Wh = (64 \text{ lb})(300 \text{ ft})(\text{sen } 30^\circ) = 9600 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

Esta es la energía total disponible inicialmente. Para determinar cuánta energía se perderá al realizar trabajo contra el rozamiento, debemos primero calcular la fuerza normal  $N$  ejercida por el plano contra el bloque. De la figura 8-9b,

$$N = W_y = (64 \text{ lb})(\text{cos } 30^\circ) = 55.4 \text{ lb}$$

y por tanto, la fuerza de rozamiento debe ser

$$F_r = \mu_k N = (0.1)(55.4 \text{ lb}) = 5.54 \text{ lb}$$

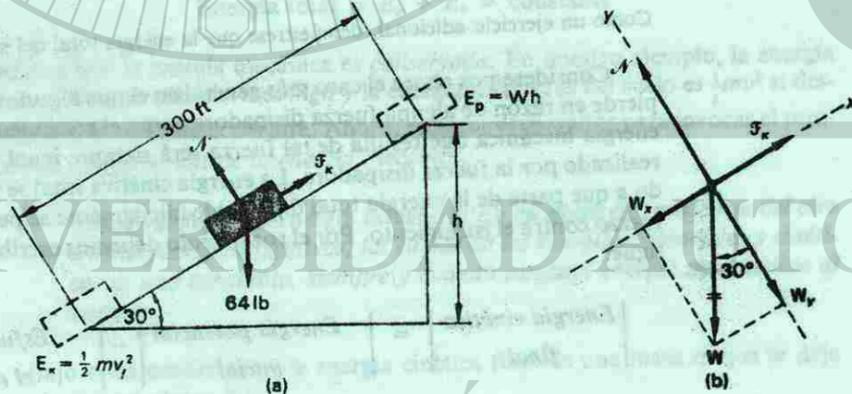
El trabajo así realizado por la fuerza de rozamiento es

$$F_r s = (5.54 \text{ lb})(300 \text{ ft}) = 1660 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

Ahora, de acuerdo con la ecuación (8-9), la energía cinética final debe ser igual a la energía potencial inicial menos la pérdida de energía sufrida durante la realización del trabajo contra el rozamiento. Así,

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = 9600 \text{ ft} \cdot \text{lb} - 1660 \text{ ft} \cdot \text{lb} = 7940 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

Fig. 8-9 Una parte de la energía potencial inicial que tenía el cuerpo en la parte alta del plano inclinado se pierde cuando se desliza hacia abajo, al realizar trabajo contra el rozamiento.



Dado que la masa del bloque es

$$m = \frac{W}{g} = \frac{64 \text{ lb}}{32 \text{ ft/s}^2} = 2 \text{ slugs}$$

al sustituir obtenemos

$$\frac{1}{2}(2 \text{ slugs})v_f^2 = 7940 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

de lo cual

$$v_f^2 = 7940 \text{ ft} \cdot \text{lb}/\text{slug} = 7940 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

Obteniendo la raíz cuadrada de ambos miembros, podemos calcular la velocidad final.

$$v_f = 89 \text{ ft/s}$$

Como ejercicio, se debería demostrar que la velocidad final tendría el valor de 98 ft/s si no hubiera habido fuerzas de rozamiento.

**POTENCIA**

En nuestra definición de trabajo no se incluyó el factor *tiempo* de manera alguna. Se realiza la misma cantidad de trabajo si el evento dura una hora o un año. Si se le diera suficiente tiempo, aun el más débil de los motores podría ser capaz de levantar las pirámides de Egipto. Sin embargo, si deseamos llevar a cabo algo de manera eficiente, la *rapidez* con la que se efectúa un trabajo se vuelve un factor de ingeniería muy importante:

Potencia es la rapidez con la que se realiza un trabajo.

$$P = \frac{\text{trabajo}}{t} \quad \text{ft} \cdot \text{lb/s} \text{ o } \text{J/s} \quad (8-12)$$

En las unidades del sbg, la unidad de la potencia es la libra-pie por segundo. La unidad correspondiente en el SI tiene un nombre especial, el *watt* (W) y se define como

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$$

El watt y la libra-pie por segundo son unidades demasiado pequeñas para su uso conveniente en la mayor parte de las aplicaciones industriales. Por lo tanto, se han definido el *kilowatt* (kW) y el *caballo de fuerza* (hp) como sigue:

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$$

$$1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}$$

En Estados Unidos, el watt y el kilowatt se han reservado para su uso casi exclusivo en cuanto a potencia eléctrica; el caballo de fuerza se ha destinado así a potencia mecánica. Esta práctica es una simple convención, pero no es necesaria.

Se puede hablar con toda propiedad de un foco de 0.08 hp o presumir de un motor de 238 000 W. Los factores de conversión son

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W} = 0.746 \text{ kW}$$

$$1 \text{ kW} = 1.34 \text{ hp}$$

Ya que generalmente el trabajo se realiza de una manera continua, es a veces útil usar otra fórmula para la potencia que incluya la velocidad. Así,

$$P = \frac{\text{trabajo}}{t} = \frac{Fs}{t} \quad (8-13)$$

de la cual

$$P = F \frac{s}{t} = Fv \quad (8-14)$$

donde  $v$  es la velocidad del cuerpo sobre el que una fuerza paralela  $F$  es aplicada.

**EJEMPLO 10**

Se levanta una carga de 40 kg a una altura de 25 m. Si esta operación toma 1 min, encuentre la potencia requerida. ¿Cuál es la potencia en caballos de fuerza?

**Solución**

El trabajo desarrollado para levantar la carga es

$$\begin{aligned} \text{Trabajo} &= Fs = mgh = (40 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(25 \text{ m}) \\ &= 9800 \text{ J} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la potencia es

$$P = \frac{\text{trabajo}}{t} = \frac{9800 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 163 \text{ W}$$

Dado que  $1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$ , el cabalaje desarrollado fue

$$P = (163 \text{ W}) \frac{1 \text{ hp}}{746 \text{ W}} = 0.219 \text{ hp}$$

### EJEMPLO 11

Un motor de 60 caballos proporciona la potencia necesaria para mover el ascensor de un hotel. Si el peso del elevador es de 2000 lb, ¿cuánto tiempo se requiere para levantar el ascensor 120 ft?

### Solución

El trabajo realizado está dado por

$$\begin{aligned} \text{Trabajo} &= F_s = (2000 \text{ lb})(120 \text{ ft}) \\ &= 2.4 \times 10^5 \text{ ft} \cdot \text{lb} \end{aligned}$$

Dado que  $1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}$ , la potencia desarrollada es de

$$P = (60 \text{ hp}) \frac{550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}}{1 \text{ hp}} = 3.3 \times 10^4 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}$$

A partir de la ecuación (8-13)

$$P = \frac{F_s}{t}$$

de manera que

$$\begin{aligned} t &= \frac{F_s}{P} = \frac{2.4 \times 10^5 \text{ ft} \cdot \text{lb}}{3.3 \times 10^4 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}} \\ &= 7.27 \text{ s} \end{aligned}$$

La ecuación (8-12) se puede resolver para el trabajo: Trabajo =  $Pt$ . Por lo tanto, el kilowatt-hora ( $\text{kW} \cdot \text{h}$ ), unidad utilizada por las compañías eléctricas en sus facturas, es una unidad de potencia (kilowatt) por tiempo (hora) o una unidad de trabajo. Razonablemente, la factura es por una cantidad de trabajo que se ha realizado. Sin embargo, el precio por kilowatt-hora también puede determinarse por la demanda máxima de potencia del consumidor.

## PROBLEMAS : TRABAJO , ENERGIA Y POTENCIA

- Un baúl es arrastrado 24 m por el piso por medio de una cuerda que forma un ángulo de  $\theta$  con la horizontal, tal como se ilustra en la figura 8-10. La tensión en la cuerda es de 8 N. Calcúlese el trabajo desarrollado cuando
  - $\theta = 0^\circ$ ,
  - $\theta = 30^\circ$
  - $\theta = 60^\circ$ .
- Un bloque de 10 Kg es empujado 8 m a lo largo de una superficie horizontal por una fuerza constante de 26 N. Si  $\mu_k = 0.2$ , ¿Cuál es el trabajo resultante? ¿Qué aceleración recibirá el bloque?
- Se empuja un trineo de 20 kg por una pendiente de  $34^\circ$  hasta alcanzar una altura vertical de 140 m sobre una posición inicial.
  - ¿Cuál es la distancia recorrida por el trineo?
  - Despreciando la fricción, ¿Cuál es la fuerza mínima  $P$  requerida para poder subir el trineo?
  - ¿Cuánto trabajo realizó la fuerza  $P$ ?
  - ¿Cuánto vale la energía potencial del trineo en la cima?
- Un bloque de 800 lbs se arrastra por una superficie horizontal por medio de una cuerda que forma un ángulo de  $37^\circ$  con la horizontal. Se recorre así una distancia de 200 ft y el coeficiente de fricción cinética es de 0.3. La tensión en la cuerda es de 400 lb.
  - ¿Cuánto vale la fuerza normal?
  - ¿Cuánto vale la fuerza de fricción?
  - ¿Cuánto vale la fuerza resultante?
  - ¿Cuánto vale el trabajo neto o resultante?
- Una masa de 6 kg cae desde una altura de 20 m. ¿Cuál es la pérdida en energía potencial?
- Una cabeza de martillo de 8 lb se mueve con una velocidad de 60 ft/s cuando golpea la cabeza de un cincel. ¿Cuál es la energía cinética en ese instante
  - en libras - pie,
  - en joules?
- Un automóvil pesa 2200 lb. ¿Cuánto vale su masa? ¿Cuánto trabajo se requerirá para levantar el automóvil a una altura de 80 ft? ¿Cuánta energía potencial tendrá a esta altura, respecto al suelo? Si se le soltara, ¿Cuál sería su velocidad al tocar el suelo? Verifíquese que su energía cinética final es igual a su energía potencial inicial.
- Una masa de 10 kg es levantada a una altura de 20 m. ¿Cuál es la energía potencial, la energía cinética y la energía total? la masa es entonces liberada y cae a plomo. ¿Cuáles son las energías totales, potenciales y cinéticas cuando la masa se encuentra 5 m sobre el suelo? ¿Cuál es la energía final cinética y la velocidad de la masa cuando golpea el suelo?
- Se dispara una bala de 16 lb hacia arriba con una velocidad de salida de 400 ft/s. ¿Cuánta energía cinética tiene al salir y cuánta energía potencial tiene en el punto más alto de su trayectoria? ¿Hasta que altura sube?
- Una masa de 40 kg es elevada a una altura de 20 m. Si la operación se realiza en 3 s, ¿Cuánta potencia media se desarrolló?
- Un hombre de 200 lb sube una pendiente de 800 ft en 7 h. ¿Cuánto trabajo en libras-pie realiza? ¿Cuánto en joules? ¿Qué potencia media debe desarrollar?
- Un ascensor de 300 kg sube una distancia de 100 m en 2 min a velocidad constante. ¿Cuánto aumenta su energía potencial? ¿Cuánta potencia útil desarrolló el mecanismo elevador?
- ¿Cuál es la velocidad máxima a la cual un motor de 40 kW puede levantar una carga de 800 kg?.

# Impulso y momento

La energía y el trabajo son cantidades escalares que no nos dicen absolutamente nada acerca de la dirección. La ley de la conservación de la energía describe tan sólo la relación entre los estados inicial y final de un movimiento; pero no nos dice nada acerca de la distribución de las energías.

Por ejemplo, cuando dos objetos chocan entre sí, podemos decir que la energía total antes de la colisión es igual a la energía después del impacto, si despreciamos las pérdidas en calor debidas al rozamiento y otras fuentes. Pero si deseamos saber cómo se distribuye la energía total entre cada cuerpo del sistema o la dirección de éstos después del choque, necesitamos un nuevo concepto.

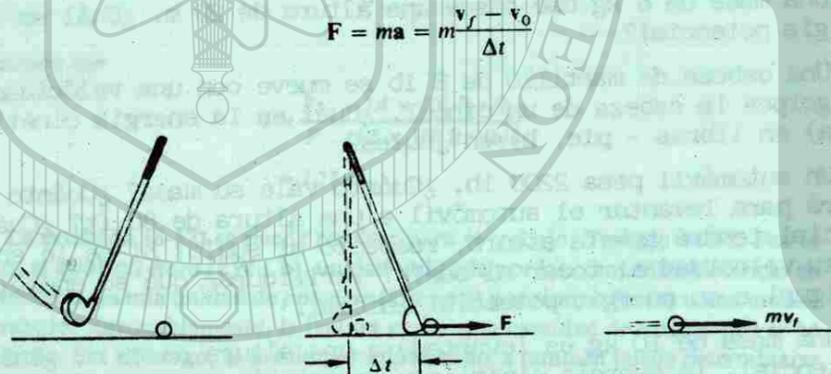
En este capítulo se presentan los conceptos de impulso y cantidad de movimiento, que vienen a añadir una descripción vectorial a nuestro estudio de la energía y el movimiento.

Cuando se golpea una pelota de golf, como se muestra en la figura 9-1, una fuerza promedio  $F$  muy grande actúa sobre la pelota durante un intervalo  $\Delta t$  muy corto, provocando en la pelota una aceleración que cambia su estado de reposo a una velocidad final  $v_f$ . Sería muy difícil lograr medir tanto la fuerza como la duración de su acción, pero su producto  $F\Delta t$  puede calcularse a partir del cambio de velocidad de la pelota que resultó. Por la segunda ley de Newton tenemos que

$$F = ma = m \frac{v_f - v_0}{\Delta t}$$

## IMPULSO Y MOMENTO

Fig. 9-1 Cuando un palo de golf golpea la pelota, una fuerza  $F$  que actúa durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$  provoca un cambio en su momento.



Al multiplicar por  $\Delta t$  queda

$$F \Delta t = m(v_f - v_0)$$

o sea

$$F \Delta t = mv_f - mv_0 \quad (9-1)$$

Esta ecuación resulta de tanta utilidad para resolver problemas de colisiones, que se le han dado nombres especiales a cada término.

El impulso  $F \Delta t$  es una cantidad vectorial igual en magnitud al producto de la fuerza por el intervalo de tiempo en que actúa. Su dirección es la misma que la de la fuerza.

El momento  $p$  de una partícula es una cantidad vectorial igual en magnitud al producto de su masa por su velocidad  $v$ .

$$p = mv$$

Por tanto, la ecuación (9-1) puede ser enunciada verbalmente:

$$\text{Impulso } (F \Delta t) = \text{cambio del momento } (mv_f - mv_0)$$

La unidad del impulso en el SI es el *newton-segundo* ( $N \cdot s$ ). La unidad para la cantidad de momento es el *kilogramo-metro por segundo* ( $kg \cdot m/s$ ). Es conveniente distinguir entre estas unidades aunque realmente sean iguales:

$$N \cdot s = \frac{kg \cdot m}{s^2} \times s = kg \cdot m/s$$

Las correspondientes unidades del sbg son la *libra-segundo* ( $lb \cdot s$ ) y el *slug-pie por segundo* ( $slug \cdot ft/s$ ).

### EJEMPLO 1

Un marro de 3 kg tiene una velocidad de 14 m/s en el momento de golpear un perno de acero y es detenido en 0.02 s. Determinese la fuerza media que actúa sobre el perno.

#### Solución

Dado que  $v_f = 0$ , de la ecuación (9-1) tenemos

$$F \Delta t = -mv_0$$

Si consideramos que el marro se mueve hacia abajo, sustituimos  $v_0 = -14$  m/s, para tener

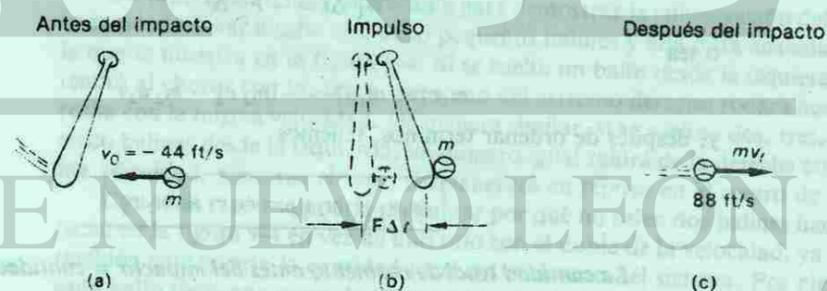
$$F = \frac{-mv_0}{\Delta t} = \frac{-(3 \text{ kg})(-14 \text{ m/s})}{0.02 \text{ s}} = 2100 \text{ N}$$

Esta fuerza, ejercida sobre el marro, es de la misma magnitud pero de dirección opuesta que la fuerza ejercida sobre el perno. Debe subrayarse que la fuerza calculada de esta manera es sólo una fuerza *media*. En algunos instantes la fuerza puede llegar a ser mucho mayor que 2100 N.

### EJEMPLO 2

Una pelota de beisbol de 0.6 lb se mueve hacia el bateador a una velocidad de 44 ft/s y al ser golpeada sale en dirección contraria con una velocidad de 88 ft/s. (Véase la Fig. 9-2.) Encuéntrese el impulso y la fuerza media ejercida sobre la pelota si el bat estuvo en contacto con la pelota un lapso de 0.01 s.

Fig. 9-2 Impacto de un bat contra una pelota de beisbol.



#### Solución

Consideremos la dirección final del movimiento como positiva. Aplicando la ecuación (9-1) podemos encontrar el impulso como sigue:

$$F \Delta t = mv_f - mv_0 = m(v_f - v_0)$$

y dado que

$$m = \frac{W}{g} = \frac{0.6 \text{ lb}}{32 \text{ ft/s}^2} = 0.0188 \text{ slug}$$

$$F \Delta t = 0.0188 \text{ slug}[88 \text{ ft/s} - (-44 \text{ ft/s})]$$

$$= 0.0188 \text{ slug}(132 \text{ ft/s})$$

$$\text{Impulso} = F \Delta t = 2.48 \text{ lb} \cdot \text{s}$$

Para encontrar la fuerza promedio debemos sustituir  $\Delta t = 0.01$  s

$$F(0.01 \text{ s}) = 2.48 \text{ lb} \cdot \text{s}$$

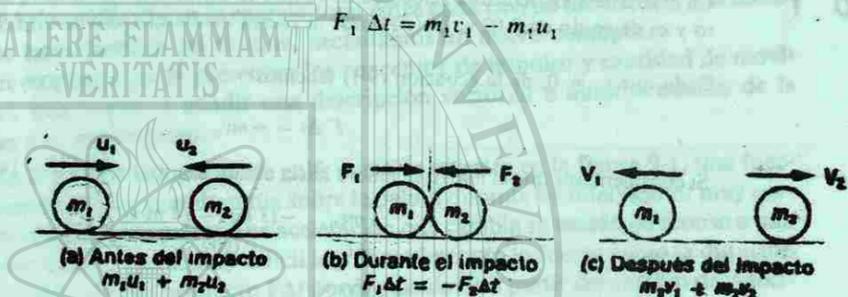
$$F = \frac{2.48 \text{ lb} \cdot \text{s}}{0.01 \text{ s}} = 248 \text{ lb}$$

**LA LEY DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTO**

Consideremos la colisión de frente de las masas  $m_1$  y  $m_2$  que se ilustra en la figura 9-3. Representamos sus velocidades antes del impacto por los símbolos  $u_1$  y  $u_2$  y después del choque por  $v_1$  y  $v_2$ . El impulso de la fuerza  $F_1$  que actúa sobre la masa de la derecha es

$$F_1 \Delta t = m_1 v_1 - m_1 u_1$$

Fig. 9-3 Colisión de frente entre dos masas.



De manera similar, el impulso de la fuerza  $F_2$  sobre la masa de la izquierda es

$$F_2 \Delta t = m_2 v_2 - m_2 u_2$$

Durante el lapso  $\Delta t$ ,  $F_1 = -F_2$ , de tal manera que

$$F_1 \Delta t = -F_2 \Delta t$$

o sea

$$m_1 v_1 - m_1 u_1 = -(m_2 v_2 - m_2 u_2)$$

y, después de ordenar términos, tenemos

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (9-2)$$

La cantidad total de momento antes del impacto = cantidad total de momento después del impacto.

Hemos así derivado un enunciado de la ley de conservación del momento:

Cuando dos cuerpos chocan, la cantidad total del momento antes del impacto es igual a la cantidad total del momento después del impacto.

**EJEMPLO 3**

Supóngase que la figura 9-3  $m_1$  y  $m_2$  tienen masas de 8 y 6 kg, respectivamente. La velocidad inicial de  $m_1$  es de 4 m/s a la derecha y choca con  $m_2$  que tiene una velocidad de 5 m/s a la izquierda. ¿Cuánta cantidad de momento hay antes y después del impacto?

**Solución**

Escogemos la dirección a la derecha como positiva y tenemos la precaución de asignar los signos correctos a cada velocidad.

$$p_0(\text{antes del impacto}) = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$p_0 = (8 \text{ kg})(4 \text{ m/s}) + (6 \text{ kg})(-5 \text{ m/s})$$

$$= 32 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - 30 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Debe existir la misma cantidad de momento después de la colisión, por lo que escribimos

$$p_f = m_1 v_1 + m_2 v_2 = 2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Si  $v_1$  o  $v_2$  se pueden medir después del choque, la otra puede ser calculada a partir de esta relación.

**EJEMPLO 4**

Un fusil que pesa 8 lb dispara una bala de 0.02 lb con una velocidad de salida de 2800 ft/s. Calcúlese la velocidad de retroceso del fusil si está suspendido libremente.

**Solución**

Dado que tanto el fusil  $m_1$  como la bala  $m_2$  están inicialmente en reposo, al momento total antes del disparo debe ser igual a cero. La cantidad de momento total no puede cambiar, por lo que debe ser también igual a cero después del disparo. Por lo tanto, la ecuación (9-2) nos dice que

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

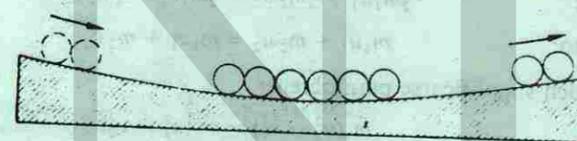
$$m_1 v_1 = -m_2 v_2$$

$$v_1 = -\frac{m_2 v_2}{m_1}$$

$$= -\frac{(0.02 \text{ lb}/32 \text{ ft/s}^2)(2800 \text{ ft/s})}{8 \text{ lb}/32 \text{ ft/s}^2}$$

$$= -7 \text{ ft/s}$$

Fig. 9-4 Conservación del momento.



Un experimento muy interesante para demostrar la conservación del momento se puede llevar a cabo con ocho pequeños balines y una pista acanalada como la que se muestra en la figura 9-4. Si se suelta un balín desde la izquierda, se detendrá al chocar con los otros, pero uno del extremo derecho rodará hacia la derecha con la misma velocidad. De manera similar, si se sueltan dos, tres, cuatro y cinco balines desde la izquierda, un número igual saldrá de la derecha con la misma velocidad, mientras el resto permanecerá en reposo en el centro de la pista.

Con toda razón se podría preguntar por qué no salen dos balines hacia la derecha en la figura 9-4 en vez de uno solo con el doble de la velocidad, ya que esto también conservaría la cantidad total del momento del sistema. Por ejemplo, si cada balín tiene una masa de 50 g y si hay dos balines que se acercan desde la izquierda a una velocidad de 20 cm/s, la cantidad total del momento antes de la colisión es de 2000 g · cm/s. Esta misma cantidad de momento se podría lograr para después del impacto si sólo un balín saliera a la derecha y su velocidad fuera de 40 cm/s. La respuesta obedece a que también la energía debe conservarse. Si un solo balín saliera con el doble de la velocidad, su energía cinética sería mucho mayor que la de dos balines de la izquierda. La energía cinética que entraría al sistema sería

$$E_0 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (0.1 \text{ kg})(0.2 \text{ m/s})^2$$

$$= 2 \times 10^{-3} \text{ J}$$

La energía cinética de un solo balín con velocidad de 40 cm/s es de exactamente el doble de este valor:

$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.05 \text{ kg})(0.4 \text{ m/s})^2 = 4 \times 10^{-3} \text{ J}$$

Por lo tanto, podemos concluir que tanto la energía como el momento son importantes al describir los fenómenos del impacto.

**CHOQUES ELÁSTICOS E INELÁSTICOS**

Como resultado del experimento de la sección anterior, el estudiante podría suponer que tanto el momento como la energía cinética deben conservarse en las colisiones. Aunque esta conclusión es aproximadamente cierta para choques entre cuerpos duros como balines o bolas de billar, es falsa para cuerpos suaves que rebotan mucho más lentamente cuando chocan. Durante el choque, todos los cuerpos sufren una pequeña deformación y por lo tanto se liberan pequeñas cantidades de calor. El vigor con que un cuerpo recobra su forma original después de sufrir una deformación viene a ser una medida de su *elasticidad* o restitución.

Si la energía cinética permanece constante en un choque (caso ideal), se dice que la colisión ha sido *perfectamente elástica*. En este caso no se pierde energía por calor o deformación durante el choque. Una bola de acero templado que se deja caer sobre una placa de mármol se aproxima mucho a un choque perfectamente elástico. Si los cuerpos que chocan se adhieren entre sí y se mueven como un solo cuerpo después del impacto, se dice que la colisión fue *perfectamente inelástica*. Una bala que se incrusta en un bloque de madera es un ejemplo de este tipo de impactos. La mayor parte de las colisiones caen entre estos dos extremos.

En una colisión perfectamente elástica entre dos masas  $m_1$  y  $m_2$ , podemos decir que tanto la energía como el momento permanecen sin cambio. Por lo tanto, podemos usar dos ecuaciones:

Energía:  $\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$   
 Momento:  $m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$

que pueden simplificarse para obtener

$$m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(u_2^2 - v_2^2)$$

$$m_1(u_1 - v_1) = m_2(u_2 - v_2)$$

Dividiendo la primera ecuación entre la segunda

$$\frac{u_1^2 - v_1^2}{u_1 - v_1} = \frac{u_2^2 - v_2^2}{u_2 - v_2}$$

Factorizamos los numeradores y dividimos para lograr

$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2$$

o sea

$$v_1 - v_2 = u_2 - u_1 = -(u_1 - u_2) \tag{9-3}$$

Así, en el caso ideal de una colisión perfectamente elástica, la velocidad relativa después de la colisión,  $v_1 - v_2$ , es igual al negativo de la velocidad relativa antes del choque. Cuanto más iguales sean estas cantidades, tanto más elástica será la colisión. Un medio de medir la elasticidad de un choque, se obtiene por la relación negativa de la velocidad relativa después del choque entre la velocidad relativa antes del mismo.

El **coeficiente de restitución**  $e$  es la relación negativa de la velocidad relativa después del choque entre la velocidad relativa antes del mismo.

$$e = -\frac{v_1 - v_2}{u_1 - u_2}$$

Si incorporamos el signo negativo en el numerador de esta ecuación tendremos

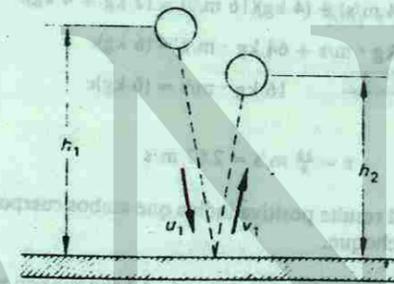
$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \tag{9-4}$$

Si la colisión es perfectamente elástica,  $e = 1$ . Si la colisión es perfectamente inelástica,  $e = 0$ . En el caso inelástico, los dos cuerpos salen con la misma velocidad, es decir,  $v_1 = v_2$ . En general, el coeficiente de restitución siempre tiene un valor entre 0 y 1.

Un método simple para medir el coeficiente de restitución es el que se muestra en la figura 9-5. Una esfera del material que se va a medir se deja caer sobre una placa fija desde una altura  $h_1$ . Se mide entonces su altura de rebote  $h_2$ . En este caso, la masa de la placa es tan grande que  $v_2$  tiende a ser igual a cero. Por lo tanto,

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} = -\frac{v_1}{u_1}$$

Fig. 9-5



La velocidad  $u_1$  es simplemente la velocidad final que adquiere la esfera al caer desde su altura  $h_1$ , que se calcula así:

$$u_1^2 - u_0^2 = 2gh_1$$

Pero su velocidad inicial  $u_0 = 0$ , de tal manera que

$$u_1^2 = 2gh_1$$

o sea

$$u_1 = \sqrt{2gh_1}$$

En este caso hemos considerado como positiva la dirección hacia abajo. Si la pelota rebota hasta una altura  $h_2$ , su velocidad de rebote  $v_1$  debe ser igual a  $-\sqrt{2gh_2}$ . (El signo negativo indica el cambio de dirección.) Así, el coeficiente de restitución se calcula

$$e = -\frac{v_1}{u_1} = -\frac{-\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}}$$

$$e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \tag{9-5}$$

El coeficiente resultante es una propiedad conjunta de la esfera y de la superficie de rebote.

Para una superficie muy elástica,  $e$  tiene un valor de 0.95 o más grande (acero o vidrio), mientras que para una superficie menos elástica  $e$  puede ser mucho menor. Es de gran interés notar que la altura del rebote es una función del vigor con el que se restablece la deformación causada por el impacto. Contrariamente a la creencia popular, una esfera de acero o vidrio rebotará a mucha más altura que la mayor parte de las pelotas de hule.

**EJEMPLO 5**

Una pelota de 2 kg que viaja hacia la izquierda a 24 m/s choca de frente con otra pelota de 4 kg que viaja hacia la derecha a 16 m/s. a) Encuéntrese la velocidad resultante si las dos pelotas se quedan pegadas después del choque. b) Encuéntrese sus velocidades finales si el coeficiente de restitución es de 0.80.

**Solución a)**

En este caso  $v_2 = v_1$  y  $e = 0$ . Llamemos a la velocidad final  $v$ . La ley de la conservación de la cantidad de movimiento nos dice que

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v$$

Dado que  $v_1 = v_2 = v$ . Si elegimos la dirección hacia la derecha como positiva, sustituyamos y obtenemos

$$\begin{aligned} (2 \text{ kg})(-24 \text{ m/s}) + (4 \text{ kg})(16 \text{ m/s}) &= (2 \text{ kg} + 4 \text{ kg})v \\ -48 \text{ kg} \cdot \text{m/s} + 64 \text{ kg} \cdot \text{m/s} &= (6 \text{ kg})v \\ 16 \text{ kg} \cdot \text{m/s} &= (6 \text{ kg})v \end{aligned}$$

de la cual

$$v = \frac{16}{6} \text{ m/s} = 2.67 \text{ m/s}$$

El hecho de que esta velocidad resulte positiva indica que ambos cuerpos se mueven juntos hacia la derecha después del choque.

**Solución b)**

En este caso  $e$  no es cero, y las pelotas rebotan después del choque con velocidades diferentes. Por lo tanto, necesitamos más información de la que podemos obtener de la ecuación de momento por sí sola. Recurrimos al valor dado de  $e = 0.80$  y a la ecuación (9-4) para lograr esta información adicional.

$$e = 0.80 = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$$

o sea

$$v_2 - v_1 = (0.80)(u_1 - u_2)$$

Sustituimos los valores conocidos de  $u_1$  y  $u_2$

$$\begin{aligned} v_2 - v_1 &= (0.80)(-24 \text{ m/s} - 16 \text{ m/s}) \\ &= (0.80)(-40 \text{ m/s}) \end{aligned}$$

y por fin

$$v_2 - v_1 = -32 \text{ m/s}$$

Podemos ahora usar la ecuación del momento para obtener una nueva relación entre  $v_2$  y  $v_1$ , de tal manera que podamos resolver las dos ecuaciones simultáneamente.

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

El primer miembro de esta ecuación ya se valoró en la parte a de este ejemplo y vale 16 kg · m/s.

Por lo tanto, al sustituir los valores de  $m_1$  y  $m_2$  en el segundo miembro

$$16 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (2 \text{ kg})v_1 + (4 \text{ kg})v_2$$

de la cual

$$2v_1 + 4v_2 = 16 \text{ m/s}$$

o sea

$$v_1 + 2v_2 = 8 \text{ m/s}$$

Y así llegamos a nuestras dos ecuaciones

$$v_2 - v_1 = -32 \text{ m/s} \quad v_1 + 2v_2 = 8 \text{ m/s}$$

que se resuelven para obtener

$$v_1 = 24 \text{ m/s} \quad v_2 = -8 \text{ m/s}$$

Después de la colisión, ambas masas invierten su dirección, quedando  $m_1$  moviéndose hacia la derecha con velocidad de 24 m/s y  $m_2$  hacia la izquierda con velocidad de 8 m/s.

**EJEMPLO 6**

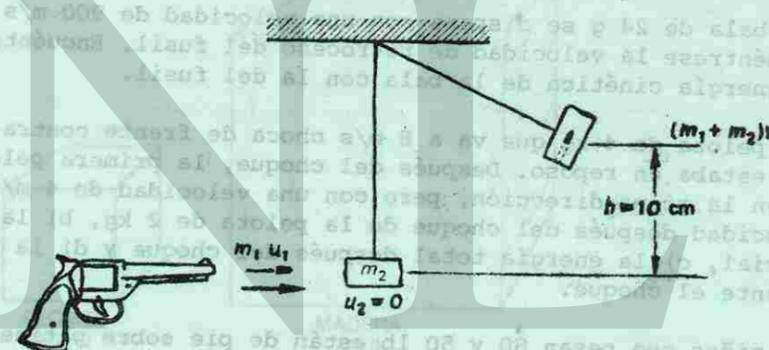
Una bala de 12 g se dispara contra un bloque de madera de 2 kg que cuelga de un hilo, como se muestra en la figura 9-6. El impacto de la bala hace que el bloque oscile hasta una altura de 10 cm sobre su nivel original. Calcúlese la velocidad con la que la bala da en el bloque.

**Solución**

Podemos calcular la velocidad combinada de los cuerpos después del impacto a partir de consideraciones energéticas. La energía cinética del bloque y de la bala inmediatamente después del impacto se convierte en energía potencial a medida que se elevan hasta la altura  $h$ . Así, si  $v$  es la velocidad inicial del bloque y la bala, tenemos

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = (m_1 + m_2)gh$$

Fig. 9-6 Cálculo de la velocidad  $u$  de disparo a partir de consideraciones energéticas y del momento.



al dividir entre  $m_1 + m_2$  nos queda

$$v^2 = 2gh$$

de la cual

$$v = \sqrt{2gh}$$

Por lo tanto, la velocidad combinada justo después de la colisión de

$$v = \sqrt{(2)(9.8 \text{ m/s}^2)(0.1 \text{ m})} = 1.4 \text{ m/s}$$

La ecuación del momento queda entonces

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2)v$$

y, dado que  $u_2 = 0$ ,

$$\begin{aligned} (0.012 \text{ kg})u_1 &= (0.012 \text{ kg} + 2 \text{ kg})(1.4 \text{ m/s}) \\ &= (2.012 \text{ kg})(1.4 \text{ m/s}) \end{aligned}$$

$$0.012u_1 = 2.82 \text{ m/s}$$

que nos da una velocidad de impacto de

$$u_1 = 235 \text{ m/s}$$

- 1.- Calcúlese el momento y la energía cinética de un automóvil de 3200 lb que se mueve hacia el norte a 60 mi/h.
- 2.- ¿Cuál es el momento de una bala de 0.003 kg que se mueve a 600 m/s en una dirección a 30° sobre la horizontal?, ¿cuáles son las componentes horizontal y vertical del momento?
- 3.- Un camión de 2500 kg que se mueve a 40 mi/h choca contra una pared de ladrillos y se detiene en 0.2 s. a) ¿Cuál es el valor de su impulso? b) Encuéntrese la fuerza media sobre el camión durante el impacto.
- 4.- Una pelota de hule de 400 g se deja caer desde una ventana que está a 12 m de altura sobre el pavimento. Encuéntrese la velocidad de la pelota justo antes del choque. ¿Cuál es el momento antes del choque? Si rebota en el pavimento con una velocidad de 12 m/s, ¿cuál es su momento después del choque?, ¿Cuánto vale el cambio total en el momento? Si la pelota estuvo en contacto con el piso durante 0.01 s, ¿qué fuerza media se ejerció sobre la pelota?
- 5.- Una pelota de beisbol de 0.2 kg llega al bateador con una velocidad de 80ft/s. Después de ser golpeada, sale a 110 ft/s en dirección opuesta. Si la pelota ejerce una fuerza media de 1890 lb, ¿durante cuánto tiempo estuvo en contacto con el bat?
- 6.- Una bala de 24 g se dispara con una velocidad de 900 m/s por un fusil de 5kg. Encuéntrese la velocidad de retroceso del fusil. Encuéntrese la relación de la energía cinética de la bala con la del fusil.
- 7.- Una pelota de 4 kg que va a 8 m/s choca de frente contra otra pelota de 2kg. que estaba en reposo. Después del choque, la primera pelota todavía se mueve en la misma dirección, pero con una velocidad de 4 m/s. Encuéntrese a) la velocidad después del choque de la pelota de 2 kg, b) la energía cinética inicial, c) la energía total después del choque y d) la pérdida de energía durante el choque.
- 8.- Dos niños que pesan 80 y 50 lb están de pie sobre patines de ruedas. Si el niño mayor empuja al menor de tal manera que el menor se aleje a 6 mi/h, ¿cuál será la velocidad del niño mayor?
- 9.- Dos pelotas de 5 lb y 12 lb se acercan la una a la otra con velocidades iguales de 25 ft/s. a) ¿Cuál será su velocidad combinada después del choque si su colisión es perfectamente inelástica? b) ¿Cuáles serán sus respectivas velocidades después del impacto si su colisión es perfectamente elástica?
- 10.- Una bola de boliche de 7.2 kg que se mueve a 12 m/s alcanza a otra bola de la misma masa que se mueve 7 m/s. Si  $e = 0.9$ , ¿cuáles son sus respectivas velocidades después del choque?
- 11.- Dos pelotas perfectamente elásticas de masas  $m_1 = 0.3$  kg y  $m_2 = 0.8$  kg cuelgan juntas de hilos independientes de 120 cm de longitud. La masa más pequeña se tira hacia un lado hasta que su altura vertical alcanza 6 cm y después se suelta. ¿Cuál es la velocidad de cada una de las pelotas después del impacto?
- 12.- Un bloque de hielo de 8 kg cuelga de un hilo largo. Se le dispara una bala que hace que se levante a una altura de 18 cm. Si la masa de la bala era de 3 g, ¿cuál era su velocidad justo antes de incrustarse en el hielo?

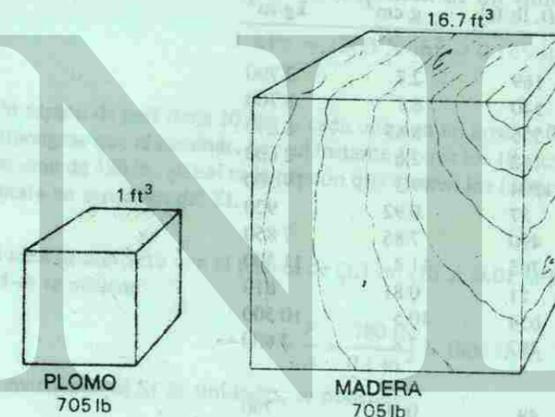
# Fluidos en reposo

Los líquidos y gases se denominan *fluidos* porque fluyen libremente y llenan los recipientes que los contienen. En este capítulo se aprenderá que los fluidos pueden ejercer fuerzas sobre las paredes de los recipientes que los contienen; estas fuerzas, al actuar sobre superficies de área definida crean una condición de *presión*. Una prensa hidráulica utiliza la presión del fluido para levantar cargas pesadas. La estructura de los depósitos de agua, las presas y los grandes tanques de petróleo se determina en gran medida por consideraciones de presión. El diseño de barcos, submarinos y globos meteorológicos debe tomar en cuenta la presión y densidad del fluido circundante.

## DENSIDAD

Antes de estudiar la estática y la dinámica de los fluidos, es importante entender la relación del peso de un cuerpo con su volumen correspondiente. Por ejemplo, si se consideran plomo o hierro, se dice que ellos son *pesados*, en tanto que la madera o el corcho se consideran *ligeros*, lo que realmente significa es que un cubo de madera es más ligero que un cubo de plomo de *tamaño similar*. Los términos pesado y ligero son términos comparativos. Como se muestra en la figura 15-1, es posible que un cubo de plomo pese lo mismo que un cubo de madera, aunque sus tamaños relativos difieren considerablemente. Por otro lado, 1 ft<sup>3</sup> de plomo pesa 16 veces más que 1 ft<sup>3</sup> de madera.

Fig. 15-1 La relación entre peso y volumen comparado para plomo y madera.



La cantidad que relaciona el peso de un cuerpo con su volumen se conoce como *peso específico*.

El *peso específico D* de un cuerpo se define como la razón de su peso  $W$  a su volumen  $V$ . Las unidades son el *newton por metro cúbico* ( $N/m^3$ ) y la *libra por pie cúbico* ( $lb/ft^3$ ).

$$D = \frac{W}{V} \quad W = DV \quad (15-1)$$

Por lo tanto, si un objeto de 20 lb ocupa un volumen de 4 ft<sup>3</sup>, su densidad de peso será 5 lb/ft<sup>3</sup>.

Como se mencionó en el capítulo 7, el peso de un cuerpo no es constante sino que varía de acuerdo con su ubicación. Una relación más útil para la densidad toma en cuenta que la *masa* es una constante universal, independiente de la gravedad.

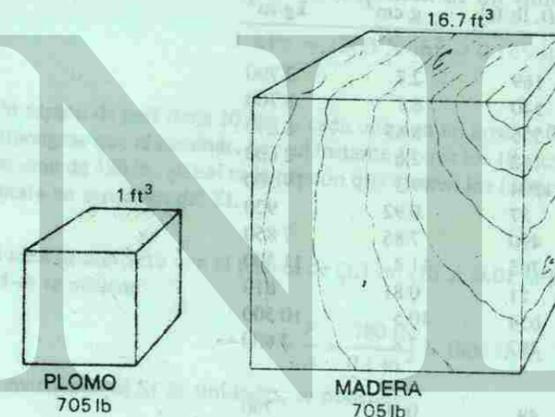
- 1.- Calcúlese el momento y la energía cinética de un automóvil de 3200 lb que se mueve hacia el norte a 60 mi/h.
- 2.- ¿Cuál es el momento de una bala de 0.003 kg que se mueve a 600 m/s en una dirección a 30° sobre la horizontal?, ¿cuáles son las componentes horizontal y vertical del momento?
- 3.- Un camión de 2500 kg que se mueve a 40 mi/h choca contra una pared de ladrillos y se detiene en 0.2 s. a) ¿Cuál es el valor de su impulso? b) Encuéntrese la fuerza media sobre el camión durante el impacto.
- 4.- Una pelota de hule de 400 g se deja caer desde una ventana que está a 12 m de altura sobre el pavimento. Encuéntrese la velocidad de la pelota justo antes del choque. ¿Cuál es el momento antes del choque? Si rebota en el pavimento con una velocidad de 12 m/s, ¿cuál es su momento después del choque?, ¿Cuánto vale el cambio total en el momento? Si la pelota estuvo en contacto con el piso durante 0.01 s, ¿qué fuerza media se ejerció sobre la pelota?
- 5.- Una pelota de beisbol de 0.2 kg llega al bateador con una velocidad de 80ft/s. Después de ser golpeada, sale a 110 ft/s en dirección opuesta. Si la pelota ejerce una fuerza media de 1890 lb, ¿durante cuánto tiempo estuvo en contacto con el bat?
- 6.- Una bala de 24 g se dispara con una velocidad de 900 m/s por un fusil de 5kg. Encuéntrese la velocidad de retroceso del fusil. Encuéntrese la relación de la energía cinética de la bala con la del fusil.
- 7.- Una pelota de 4 kg que va a 8 m/s choca de frente contra otra pelota de 2kg. que estaba en reposo. Después del choque, la primera pelota todavía se mueve en la misma dirección, pero con una velocidad de 4 m/s. Encuéntrese a) la velocidad después del choque de la pelota de 2 kg, b) la energía cinética inicial, c) la energía total después del choque y d) la pérdida de energía durante el choque.
- 8.- Dos niños que pesan 80 y 50 lb están de pie sobre patines de ruedas. Si el niño mayor empuja al menor de tal manera que el menor se aleje a 6 mi/h, ¿cuál será la velocidad del niño mayor?
- 9.- Dos pelotas de 5 lb y 12 lb se acercan la una a la otra con velocidades iguales de 25 ft/s. a) ¿Cuál será su velocidad combinada después del choque si su colisión es perfectamente inelástica? b) ¿Cuáles serán sus respectivas velocidades después del impacto si su colisión es perfectamente elástica?
- 10.- Una bola de boliche de 7.2 kg que se mueve a 12 m/s alcanza a otra bola de la misma masa que se mueve 7 m/s. Si  $e = 0.9$ , ¿cuáles son sus respectivas velocidades después del choque?
- 11.- Dos pelotas perfectamente elásticas de masas  $m_1 = 0.3$  kg y  $m_2 = 0.8$  kg cuelgan juntas de hilos independientes de 120 cm de longitud. La masa más pequeña se tira hacia un lado hasta que su altura vertical alcanza 6 cm y después se suelta. ¿Cuál es la velocidad de cada una de las pelotas después del impacto?
- 12.- Un bloque de hielo de 8 kg cuelga de un hilo largo. Se le dispara una bala que hace que se levante a una altura de 18 cm. Si la masa de la bala era de 3 g, ¿cuál era su velocidad justo antes de incrustarse en el hielo?

Los líquidos y gases se denominan *fluidos* porque fluyen libremente y llenan los recipientes que los contienen. En este capítulo se aprenderá que los fluidos pueden ejercer fuerzas sobre las paredes de los recipientes que los contienen; estas fuerzas, al actuar sobre superficies de área definida crean una condición de *presión*. Una prensa hidráulica utiliza la presión del fluido para levantar cargas pesadas. La estructura de los depósitos de agua, las presas y los grandes tanques de petróleo se determina en gran medida por consideraciones de presión. El diseño de barcos, submarinos y globos meteorológicos debe tomar en cuenta la presión y densidad del fluido circundante.

## DENSIDAD

Antes de estudiar la estática y la dinámica de los fluidos, es importante entender la relación del peso de un cuerpo con su volumen correspondiente. Por ejemplo, si se consideran plomo o hierro, se dice que ellos son *pesados*, en tanto que la madera o el corcho se consideran *ligeros*, lo que realmente significa es que un cubo de madera es más ligero que un cubo de plomo de *tamaño similar*. Los términos pesado y ligero son términos comparativos. Como se muestra en la figura 15-1, es posible que un cubo de plomo pese lo mismo que un cubo de madera, aunque sus tamaños relativos difieren considerablemente. Por otro lado, 1 ft<sup>3</sup> de plomo pesa 16 veces más que 1 ft<sup>3</sup> de madera.

Fig. 15-1 La relación entre peso y volumen comparado para plomo y madera.



La cantidad que relaciona el peso de un cuerpo con su volumen se conoce como *peso específico*.

El *peso específico*  $D$  de un cuerpo se define como la razón de su peso  $W$  a su volumen  $V$ . Las unidades son el *newton por metro cúbico* ( $N/m^3$ ) y la *libra por pie cúbico* ( $lb/ft^3$ ).

$$D = \frac{W}{V} \quad W = DV \quad (15-1)$$

Por lo tanto, si un objeto de 20 lb ocupa un volumen de 4 ft<sup>3</sup>, su densidad de peso será 5 lb/ft<sup>3</sup>.

Como se mencionó en el capítulo 7, el peso de un cuerpo no es constante sino que varía de acuerdo con su ubicación. Una relación más útil para la densidad toma en cuenta que la *masa* es una constante universal, independiente de la gravedad.

La densidad de masa  $\rho$  de un cuerpo se define como la razón de su masa  $m$  a su volumen  $V$ .

$$\rho = \frac{m}{V} \quad m = \rho V \quad (15-2)$$

Las unidades de densidad son la razón de una unidad de masa a una unidad de volumen, es decir, gramos por centímetro cúbico, kilogramos por metro cúbico, o slugs por pie cúbico.

La relación entre el peso específico y la densidad se encuentra al recordar que  $W = mg$ . O sea

$$D = \frac{mg}{V} = \rho g \quad (15-3)$$

Tabla 15-1 Densidad y peso específico

Sustancia	D, lb/ft <sup>3</sup>	g/cm <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>
<b>Sólido</b>			
Aluminio	169	2.7	2 700
Latón	540	8.7	8 700
Cobre	555	8.89	8 890
Vidrio	162	2.6	2 600
Oro	1204	19.3	19 300
Hielo	57	0.92	920
Hierro	490	7.85	7 850
Plomo	705	11.3	11 300
Roble	51	0.81	810
Plata	654	10.5	10 500
Acero	487	7.8	7 800
<b>Líquidos</b>			
Alcohol	49	0.79	790
Benceno	54.7	0.88	880
Gasolina	42	0.68	680
Mercurio	850	13.6	13 600
Agua	62.4	1.0	1 000
<b>Gases (0° C):</b>			
Aire	0.0807	0.00129	1.29
Hidrógeno	0.0058	0.000090	0.090
Helio	0.0110	0.000178	0.178
Nitrógeno	0.0782	0.00126	1.25
Oxígeno	0.0892	0.00143	1.43

En el sistema de unidades inglés, por lo general, la materia se describe en función de su peso. Por esta razón, el peso específico se usa con más frecuencia cuando se trabaja con este sistema de unidades. En el SI la masa es la cantidad más conveniente, y se prefiere la densidad de masa. En la tabla 15-1 se da una lista de los pesos específicos y de las densidades de algunas sustancias comunes.

**EJEMPLO 1**

Un tanque cilíndrico de gasolina tiene una longitud de 3 m y un diámetro de 1.2 m. ¿Cuántos kilogramos de gasolina pueden almacenarse en el tanque?

**Solución**

Primero se encuentra el volumen:

$$V = \pi r^2 h = \pi(0.6 \text{ m})^2(3 \text{ m}) = 3.39 \text{ m}^3$$

Sustituyendo el volumen y la densidad en la ecuación (15-1) se obtiene

$$m = \rho V = (680 \text{ kg/m}^3)(3.39 \text{ m}^3) = 2310 \text{ kg}$$

**PRESIÓN**

Se encuentra con frecuencia que la eficacia de una fuerza dada depende del tamaño del área en donde se ejerce. Por ejemplo, una mujer con zapatos de tacón fino causará daño mayor al piso que una que tuviera zapatos de tacón plano. Aunque en cada caso ejerce la misma fuerza hacia abajo, con los tacones finos el peso se distribuye en un área menor. Se llama *presión* a la fuerza normal (perpendicular) por unidad de área. Simbólicamente, la presión  $P$  está dada por

$$P = \frac{F}{A} \quad (15-4)$$

donde  $A$  es el área sobre la cual se aplica una fuerza perpendicular  $F$ . La unidad de presión es la razón de cualquier unidad de fuerza a una unidad de área. Algunos ejemplos son: newtons por metro cuadrado y libras por pulgada cuadrada. En unidad del SI, a  $\text{N/m}^2$  se le da el nombre de *pascal* (Pa). El *kilopascal* (KPa) es la medida más apropiada para la presión de un fluido.

$$1 \text{ kPa} = 1000 \text{ N/m}^2 = 0.145 \text{ lb/in.}^2$$

**EJEMPLO 2**

Un zapato de golf tiene 10 tacos, cada uno con un área de  $0.01 \text{ in}^2$  en contacto con el piso. Supóngase que al caminar, hay un instante en que los 10 tacos soportan el peso total de una persona de 180 lb. ¿Cuál es la presión que ejercen los tacos sobre el piso? Exprese la respuesta en unidades del SI.

**Solución**

El área de contacto con el piso es de  $0.1 \text{ in}^2$  ( $10 \times 0.01 \text{ in}^2$ ). Si se sustituye en la ecuación (15-4) se obtiene

$$P = \frac{F}{A} = \frac{180 \text{ lb}}{0.1 \text{ in.}^2} = 1800 \text{ lb/in.}^2$$

Convirtiendo al SI de unidades, se obtiene

$$P = (1800 \text{ lb/in.}^2) \left( \frac{1 \text{ kPa}}{0.145 \text{ lb/in.}^2} \right) = 1.24 \times 10^4 \text{ kPa}$$

A medida que el área del zapato en contacto con el piso disminuye, la presión aumentará. Es fácil ver por qué debe considerarse este factor al construir un piso.

**PRESIÓN DEL FLUIDO**

Es muy significativa la forma diferente en que actúa una fuerza sobre un fluido y sobre un sólido. Puesto que un sólido es un cuerpo rígido, puede soportar que se le aplique una fuerza sin que se origine un cambio significativo en su forma. Un líquido, por otro lado, puede sostener una fuerza sólo en una superficie cerrada o frontera. Si un fluido no está contenido, fluirá bajo la acción de un esfuerzo cortante en lugar de deformarse elásticamente.

*La fuerza que ejerce un fluido sobre las paredes del recipiente que lo contiene siempre actúa perpendicularmente a dichas paredes.*

Esta propiedad característica de los fluidos es la que hace tan útil el concepto de presión. Los agujeros perforados en el fondo y a los lados de un barril con agua (Fig. 15-2) demuestran que la fuerza ejercida por el agua es en todas partes perpendicular a la superficie del barril.

Si se reflexiona por un momento, se podrá demostrar que el líquido también ejerce una presión hacia arriba. Cualquiera que haya tratado de mantener una balsa por debajo de la superficie del agua se convence inmediatamente de la existencia de una presión hacia arriba. De hecho, se determina que:

*Los fluidos ejercen presión en todas las direcciones.*

Fig. 15-2 Las fuerzas que un fluido ejerce sobre las paredes del recipiente que lo contiene son perpendiculares en cada punto.

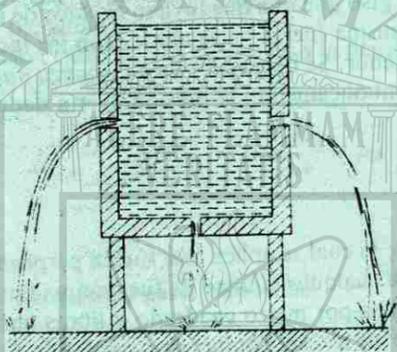
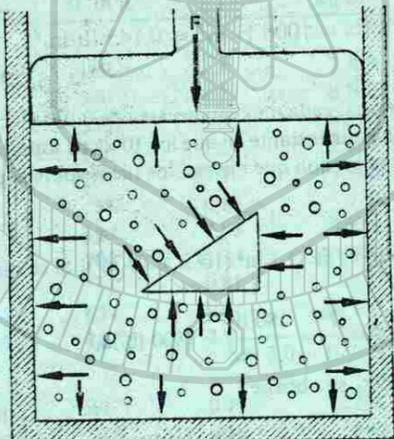


Fig. 15-3 Los fluidos ejercen presión en todas las direcciones y sentidos.



La figura 15-3 muestra un líquido bajo presión. Las fuerzas que actúan sobre la cara del pistón, las paredes del recipiente y sobre las superficies de un objeto suspendido en el fluido también se muestran en la figura.

Al igual que los objetos sólidos de gran volumen ejercen grandes fuerzas sobre sus soportes, los fluidos también ejercen una presión mayor al aumentar la profundidad. El fluido que se encuentra en el fondo de un recipiente está siempre sometido a una presión mayor que en la superficie. Esto se debe al peso del líquido que hay arriba. Debe señalarse, empero, una diferencia entre la presión ejercida por los sólidos y la ejercida por los líquidos. Un objeto sólido puede ejercer solamente una fuerza *hacia abajo* debido a su peso. A cualquier profundidad en un fluido, la presión es la misma en todas las direcciones. Si esto no fuera verdad, el fluido se derramaría bajo la influencia de una presión resultante hasta que se alcanzara una nueva condición de equilibrio.

Puesto que el peso que se encuentra por arriba es proporcional a su densidad, la presión a cualquier profundidad también corresponderá a la densidad del fluido. Esto puede observarse al considerar una columna rectangular de agua que se extiende desde la superficie hasta una profundidad  $h$ , como se muestra en la figura 15-4. El peso de toda la columna actúa sobre el área de superficie  $A$  en el fondo de la columna.

En la ecuación (15-1) se puede escribir el peso de la columna como

$$W = DV = DAh$$

en donde  $D$  es la densidad de peso del fluido. La presión (peso por unidad de área) a la profundidad  $h$  será

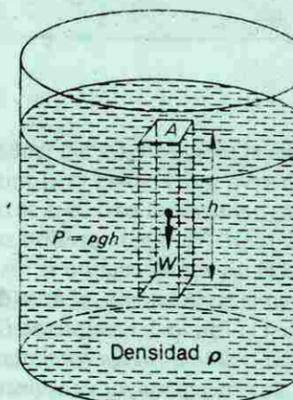
$$P = \frac{W}{A} = Dh$$

o, en términos de la densidad de masa,

$$P = Dh = \rho gh$$

(15-5)

Fig. 15-4 La relación entre presión, densidad y profundidad.



*La presión de un fluido en cualquier punto es directamente proporcional a la densidad del fluido y a la profundidad por debajo de la superficie del mismo.*

**EJEMPLO 3**

La presión del agua en cierta casa es de 160 lb/in<sup>2</sup>. ¿Cuál es la altura a la que debe estar el nivel del líquido del punto de toma de agua de la casa?

**Solución**

El peso específico del agua es 62.4 lb/ft<sup>3</sup>. La presión es 160 lb/in<sup>2</sup>. Para evitar una discordancia en las unidades, la presión se convierte en unidades de libras por pie cuadrado.

$$P = (160 \text{ lb/in.}^2) \frac{144 \text{ in.}^2}{1 \text{ ft.}^2} = 23\,040 \text{ lb/ft.}^2$$

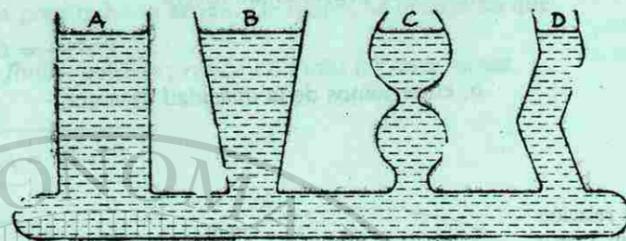
Si se resuelve la ecuación (15-5), se obtiene

$$h = \frac{P}{D} = \frac{23,040 \text{ lb/ft.}^2}{62.4 \text{ lb/ft.}^3} = 369 \text{ ft}$$

En el ejemplo anterior no se hizo referencia al tamaño o forma del recipiente que contenía el abastecedor de agua. Tampoco se dio información relativa a la trayectoria del agua o a las dimensiones de los tubos que conectan al recipiente con la casa. ¿Puede suponerse que la respuesta es correcta cuando ésta sólo se basó en la diferencia de los niveles de agua? ¿Tendrá algún efecto sobre la presión del líquido la forma o área del recipiente? A fin de contestar estas preguntas, deben recordarse algunas características de los fluidos ya estudiadas.

Considérese una serie de recipientes interconectados de diferentes áreas y formas que se muestra en la figura 15-5. Aparentemente, es de suponer que el mayor volumen de agua que hay en el recipiente  $B$  debe ejercer una presión mayor en el fondo que el líquido del recipiente  $D$ . El efecto de dicha diferencia en las pre-

Fig. 15-5 El agua busca su propio nivel, indicando que la presión es independiente del área o forma del recipiente que la contiene.

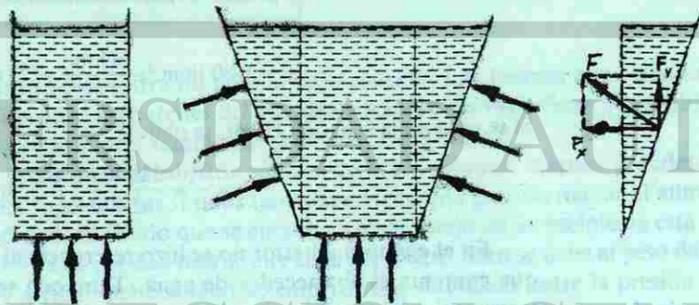


siones tendería a elevar el nivel en el recipiente D. Sin embargo, cuando se llenan los recipientes con líquido se observa que el nivel es el mismo en ambos.

Parte del problema para comprender esta paradoja se origina en la confusión de los términos *presión* y *fuerza total*. Ya que la presión se mide en términos de un área unitaria, no se considera el *área total* cuando se resuelven problemas que incluyen presión. Por ejemplo, en el recipiente A, el área del líquido en el fondo del mismo es mucho mayor que en el fondo del recipiente D. Esto significa que el líquido en el primer recipiente ejercerá una *fuerza total* mayor en el fondo que el líquido del recipiente D. Pero si una fuerza mayor es aplicada sobre una área más grande, la presión permanece constante en ambos recipientes.

Si los fondos de los recipientes B, C, y D tienen la misma área, puede decirse que las fuerzas totales también son iguales en los fondos de estos recipientes. (Por supuesto que las presiones son iguales para cualquier profundidad). El lector puede sorprenderse de cómo las fuerzas totales pueden ser iguales cuando los recipientes A y B contienen un volumen mayor de agua. En cada caso, el agua extra es soportada por las componentes verticales de las fuerzas ejercidas por las paredes del recipiente sobre el fluido. (Véase la Fig. 15-6.) Cuando las paredes de un recipiente son verticales, las fuerzas que actúan sobre los lados no tienen componentes hacia arriba. La fuerza total en el fondo de un recipiente es, por lo tanto, igual al peso de una columna recta de agua sobre el área de la base.

Fig. 15-6 La presión en el fondo de cada recipiente sólo es función de la profundidad del líquido y es la misma en todas las direcciones. Ya que el área en el fondo es la misma para ambos recipientes, la fuerza total que se ejerce sobre el fondo de cada uno de ellos también es la misma.



**EJEMPLO 4**

Supóngase que los recipientes de la figura 15-5 se llenan con alcohol hasta que el nivel del fluido está 1 ft por arriba de la base de cada recipiente. Las áreas de las bases de los recipientes A y B son 20 y 10 in<sup>2</sup>, respectivamente. Calcúlese la presión y la fuerza total en la base de cada recipiente.

**Solución**

La presión es la misma en cualquiera de los dos recipientes y está dada por

$$P = Dh = (42 \text{ lb/ft}^3)(1 \text{ ft}) = 42 \text{ lb/ft}^2$$

La fuerza total en cada caso es el producto de la presión por el área de la base ( $F = PA$ ). De este modo

$$F_A = (42 \text{ lb/ft}^2)(20 \text{ in.}^2) \frac{1 \text{ ft}^2}{144 \text{ in.}^2} = 5.83 \text{ lb}$$

$$F_B = (42 \text{ lb/ft}^2)(10 \text{ in.}^2) \frac{1 \text{ ft}^2}{144 \text{ in.}^2} = 2.92 \text{ lb}$$

Antes de considerar otras aplicaciones de la presión de los fluidos, se resumirán los principios estudiados en esta sección para fluidos en reposo.

1. Las fuerzas ejercidas por un fluido sobre las paredes del recipiente que lo contiene son siempre perpendiculares a las mismas.
2. La presión del fluido es directamente proporcional a su profundidad y densidad.
3. A cualquier profundidad, la presión del fluido es la misma en todas las direcciones.
4. La presión del fluido es independiente de la forma o área del recipiente que lo contiene.

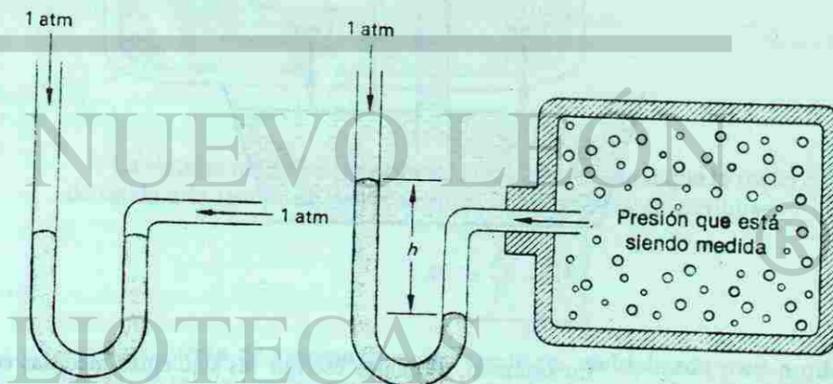
**MEDICIÓN DE LA PRESIÓN**

El concepto de presión estudiado en la sección precedente se aplica únicamente al fluido mismo y puede calcularse mediante la ecuación (15-5). Desafortunadamente, éste no es el caso en la mayor parte de las ocasiones. Cualquier líquido en un recipiente abierto, por ejemplo, es afectado por la presión atmosférica además de la presión originada por su propio peso. Ya que el líquido es relativamente incompresible, la presión externa de la atmósfera se transmite en igual medida a través de todo el volumen del líquido. Este hecho, establecido por primera vez por el matemático francés Blaise Pascal (1623-1662), se llama *ley de Pascal*. Generalmente puede ser enunciada como sigue:

*Una presión externa aplicada a un fluido confinado se transmite uniformemente a través del volumen del fluido.*

La mayor parte de los dispositivos que miden la presión directamente, miden en realidad la diferencia entre la *presión absoluta* y la *presión atmosférica*. El resultado se llama *presión manométrica*.

Fig. 15-7 Manómetro de tubo abierto. La presión se mide mediante la altura  $h$  de la columna de mercurio.



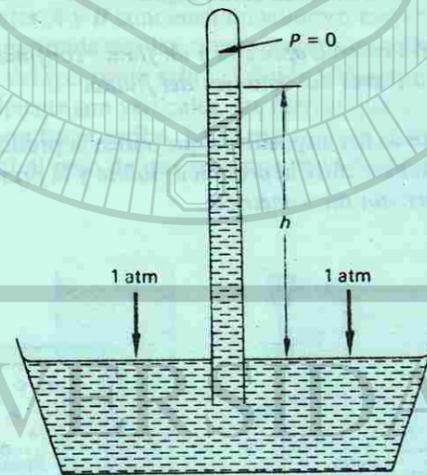
$$\text{Presión absoluta} = \text{presión manométrica} + \text{presión atmosférica.}$$

Al nivel del mar la presión atmosférica es 101.3 kPa, o 14.7 lb/in<sup>2</sup>. Debido a que la presión atmosférica es utilizada en muchos cálculos, con frecuencia se usa la unidad de presión de 1 atmósfera (atm), definida como la presión media que la atmósfera ejerce a nivel del mar, o sea, 14.7 lb/in<sup>2</sup>.

Un dispositivo común para medir la presión manométrica es el *manómetro* de tubo abierto. (Véase Fig. 15-7.) El manómetro consiste en un tubo en U que contiene un líquido que por lo general es mercurio. Cuando ambos extremos del tubo están abiertos, el mercurio busca su propio nivel ya que en ambos extremos del tubo hay una presión de 1 atm. Cuando uno de los extremos se conecta a una cámara presurizada, el mercurio se elevará en el extremo abierto hasta que las presiones se igualen. La diferencia entre los dos niveles de mercurio es una medida de la presión manométrica, es decir, la diferencia entre la presión absoluta en la cámara y la presión atmosférica en el extremo abierto. Es tan común el empleo del manómetro en trabajos de laboratorio, que las presiones atmosféricas se expresan frecuentemente en *centímetros de mercurio* o bien en *pulgadas de mercurio*.

Generalmente, la presión atmosférica se mide en el laboratorio con un *barómetro* de mercurio. El principio de operación se muestra en la figura 15-8. Un tubo de vidrio, con uno de sus extremos cerrado, se llena con mercurio. El extremo abierto se tapa y el tubo se invierte en una cubeta de mercurio. Cuando el extremo abierto se destapa, el mercurio fluye hacia afuera del tubo hasta que la presión ejercida por la columna de mercurio equilibra exactamente la presión atmosférica que actúa sobre el mercurio que está en la cubeta. Puesto que la presión que hay arriba de la columna de mercurio es cero, la altura de la columna encima del nivel del mercurio indica la presión atmosférica. La presión atmosférica al nivel del mar (14.7 lb/in<sup>2</sup>) causará que el nivel del mercurio en el tubo se establezca a una altura de 76 cm, o sea, 30 in.

Fig. 15-8 El barómetro.



En resumen, podemos escribir las siguientes medidas equivalentes a la presión atmosférica:

$$1 \text{ atm} = 101.3 \text{ kPa} = 14.7 \text{ lb/in}^2 = 76 \text{ cm de mercurio} \\ = 30 \text{ in de mercurio} = 2116 \text{ lb/ft}^2$$

**EJEMPLO 5**

El manómetro de mercurio es utilizado para medir la presión de un gas dentro de un tanque. (Véase la Fig. 15-7.) Si la diferencia entre los niveles de mercurio es de 36 cm, ¿cuál es la presión absoluta dentro del tanque?

**Solución**

La presión manométrica es de 36 cm de mercurio, y la presión atmosférica de 76 cm de mercurio. En este caso la presión absoluta se encuentra a partir de la ecuación (15-5).

$$\text{Presión absoluta} = 36 \text{ cm} + 76 \text{ cm} = 112 \text{ cm de mercurio}$$

La presión en el tanque es equivalente a la presión que debe ser ejercida por una columna de mercurio de 112 cm de altura.

$$P = Dh = \rho gh \\ = (13,600 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(1.12 \text{ m}) \\ = 1.49 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 149 \text{ kPa}$$

Se debe verificar que esta presión absoluta es también de 21.6 lb/in<sup>2</sup>, o sea, de 1.47 atm.

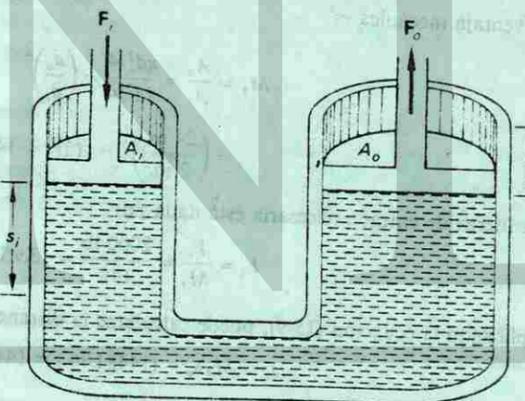
**LA PRENSA HIDRÁULICA**

Una de las aplicaciones más ampliamente utilizada de la ley de Pascal se encuentra en la prensa hidráulica, mostrada en la figura 15-9. De acuerdo con el principio de Pascal, una presión aplicada a un líquido en la columna de la izquierda será transmitida íntegramente al líquido en la columna de la derecha. Por tanto, si una fuerza de entrada  $F_i$  actúa sobre un émbolo de área  $A_i$ , ocasionará una fuerza de salida  $F_o$  que actuará sobre el émbolo de área  $A_o$ , así que

Presión de entrada = presión de salida

$$\frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o} \quad (15-6)$$

Fig. 15-9 La prensa hidráulica.



La ventaja mecánica ideal de tal dispositivo es igual que la razón de la fuerza de salida a la fuerza de entrada. Simbólicamente puede escribirse:

$$M_I = \frac{F_o}{F_i} = \frac{A_o}{A_i} \quad (15-7)$$

Una fuerza de entrada pequeña puede ser multiplicada para producir una fuerza de salida mucho mayor, haciendo simplemente que el émbolo de salida tenga un área mucho mayor que el área del émbolo de entrada. La fuerza de salida es dada por

$$F_o = F_i \frac{A_o}{A_i} \quad (15-8)$$

De acuerdo con los métodos desarrollados en el capítulo 12 para las máquinas simples, el trabajo de entrada debe ser igual al trabajo de salida si se desprecia el rozamiento. Si la fuerza de entrada  $F_i$  recorre una distancia  $s_i$ , mientras que la fuerza de salida  $F_o$  recorre una distancia  $s_o$ , entonces

Trabajo de entrada = trabajo de salida

$$F_i s_i = F_o s_o$$

De esta relación puede obtenerse otra expresión útil para la ventaja mecánica de la prensa hidráulica.

$$M_I = \frac{F_o}{F_i} = \frac{s_i}{s_o} \quad (15-9)$$

Adviértase que la ventaja mecánica se gana a expensas de la distancia de entrada. Por esta razón, en la mayor parte de las aplicaciones se utiliza un sistema de valvulas para permitir que el émbolo de salida se eleve por una serie de impulsos cortos del émbolo de entrada.

**EJEMPLO 6**

Los émbolos más pequeños y más grandes de una prensa hidráulica tienen diámetros de 2 y 24 in, respectivamente. a) ¿Cuál es la fuerza de entrada necesaria a fin de obtener una fuerza de salida total de 2000 lb en el émbolo más grande? b) ¿Qué distancia recorrerá el émbolo más pequeño a fin de elevar al émbolo más grande 1 in?

**Solución a)**

La ventaja mecánica es

$$M_I = \frac{A_o}{A_i} = \frac{\pi d_o^2/4}{\pi d_i^2/4} = \left(\frac{d_o}{d_i}\right)^2 = \left(\frac{24 \text{ in.}}{2 \text{ in.}}\right)^2 = (12)^2 = 144$$

La fuerza de entrada necesaria está dada por

$$F_i = \frac{F_o}{M_I} = \frac{2000 \text{ lb}}{144} = 13.9 \text{ lb}$$

**Solución b)**

Aplicando la ecuación (15-9), puede calcularse la distancia de entrada.

$$s_i = M_I s_o = (144)(1 \text{ in.}) = 144 \text{ in.}$$

El principio de la prensa hidráulica encuentra muchas aplicaciones en proyectos de ingeniería y dispositivos automáticos. La dirección hidráulica de los vehículos, el gato hidráulico, los amortiguadores y el sistema de frenos de los automóviles, son algunos ejemplos.

**EL PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES**

Toda persona que esté familiarizada con la natación y otros deportes acuáticos ha observado que los objetos pierden peso cuando se sumergen en agua. De hecho, el objeto puede flotar sobre la superficie ya que existe una presión hacia arriba ejercida por el agua. Un matemático griego, Arquímedes (287-212 a.C.), fue el primero en estudiar el empuje vertical hacia arriba que ejercen los fluidos. El principio de Arquímedes puede ser enunciado como sigue:

Fig. 15-10 El empuje que se ejerce sobre el disco es igual al peso del fluido que desaloja.



Un objeto que está completa o parcialmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza de abajo hacia arriba (empuje) igual al peso del fluido desalojado.

El principio de Arquímedes se puede demostrar al estudiar las fuerzas que un fluido ejerce sobre un objeto suspendido. Considérese un disco de área  $A$  y altura  $H$  el cual está completamente sumergido en un fluido, como se muestra en la figura 15-10. Recuérdese que la presión a cualquier profundidad  $h$  en un fluido está dada por

$$P = \rho gh$$

en donde  $P$  es la densidad de masa del fluido y  $g$  la aceleración de la gravedad. Naturalmente, si se desea representar la presión absoluta dentro del fluido, se debe sumar la presión externa ejercida por la atmósfera. La presión total hacia abajo  $P_1$  en la cara superior del disco, en la figura 15-10, es por tanto

$$P_1 = P_a + \rho gh_1 \quad \text{hacia abajo}$$

en donde  $P_a$  es la presión atmosférica y  $h_1$  es la profundidad superior del disco. Análogamente, la presión hacia arriba  $P_2$  sobre el fondo del disco

$$P_2 = P_a + \rho gh_2 \quad \text{hacia arriba}$$

donde  $h_2$  es la profundidad a la parte inferior del disco. Puesto que  $h_2$  es mayor que  $h_1$ , la presión sobre la base del disco excederá la presión sobre la cara superior, y el resultado será una fuerza neta hacia arriba. Si la fuerza hacia abajo se representa por  $F_1$  y la fuerza hacia arriba por  $F_2$ , puede escribirse

$$F_1 = P_1 A \quad F_2 = P_2 A$$

la fuerza hacia arriba ejercida por el fluido sobre el disco se llama empuje y se expresa mediante

$$F_B = F_2 - F_1 = A(P_2 - P_1)$$

$$= A(P_a + \rho gh_2 - P_a - \rho gh_1)$$

$$= A\rho g(h_2 - h_1) = A\rho gH$$

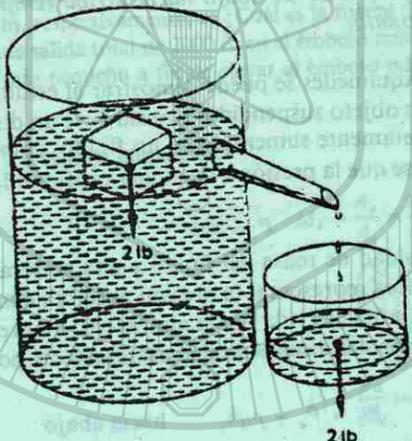
Donde  $H = h_2 - h_1$  es la altura del disco. Finalmente, si se recuerda que el volumen del disco es  $V = AH$ , se obtiene el siguiente resultado importante

$$F_B = V \rho_f g = mg \quad (15-10)$$

Empuje = peso del fluido desalojado

el cual es el principio de Arquímedes. Si se aplica este resultado, debe recordarse que la ecuación (15-10) nos permite calcular únicamente el empuje debido a la diferencia de presiones. Lo anterior no representa la fuerza resultante. Un cuerpo sumergido se hundirá si el peso del fluido que desaloja el empuje es menor que el peso del cuerpo. Si el peso del fluido desalojado es exactamente igual al peso del cuerpo sumergido, no se hundirá ni se elevará. En este ejemplo, el cuerpo estará en equilibrio. Si el peso del fluido desalojado excede al peso del cuerpo sumergido, el cuerpo se elevará a la superficie y flotará. Cuando el cuerpo que flota alcanza el equilibrio en la superficie, desalojará su propio peso de líquido. La figura 15-11 demuestra este punto con el uso de un recipiente cilíndrico con vertedero y un vaso de boca ancha para recibir el fluido desalojado por el cubo de madera.

Fig. 15-11 Un cuerpo que flota desaloja su propio peso de fluido.



**EJEMPLO 7**

Un flotador de corcho tiene un volumen de 2 ft<sup>3</sup> y una densidad de 15 lb/ft<sup>3</sup>. a) ¿Qué volumen del corcho está por debajo de la superficie cuando el corcho flota en agua? b) ¿Qué fuerza hacia abajo es necesaria para sumergir el corcho completamente?

**Solución a)**

El corcho desalojará un volumen igual a su propio peso, el cual es

$$W = DV = (15 \text{ lb/ft}^3)(2 \text{ ft}^3) = 30 \text{ lb}$$

Puesto que el agua tiene un peso específico de 62.4 lb/ft<sup>3</sup>, el volumen de agua desalojada es

$$V = \frac{W}{D} = \frac{30 \text{ lb}}{62.4 \text{ lb/ft}^3} = 0.481 \text{ ft}^3$$

Por tanto, el volumen del corcho debajo del nivel del agua es también 0.481 ft<sup>3</sup>.

**Solución b)**

A fin de sumergir el corcho, debe aplicarse una fuerza  $F$ , además del peso  $W$  del corcho, de tal manera que su suma sea igual al  $F_B$ . Simbólicamente:

$$F + W = F_B$$

la fuerza necesaria  $F$  es, por lo tanto, igual a la diferencia entre el empuje y el peso del corcho

$$F = F_B - W$$

En este caso el empuje puede encontrarse al calcular el peso de 2 ft<sup>3</sup> de agua (la cantidad de agua desalojada cuando el corcho está completamente sumergido). Se obtiene así

$$F_B = DV = (62.4 \text{ lb/ft}^3)(2 \text{ ft}^3) = 124.8 \text{ lb}$$

La fuerza  $F$  necesaria para sumergir el corcho es

$$F = 124.8 \text{ lb} - 30 \text{ lb} = 94.8 \text{ lb}$$

**EJEMPLO 8**

Una sonda climatológica opera a una altitud en donde el aire tiene una densidad igual a 0.9 kg/m<sup>3</sup>. A esta altura la sonda tiene un volumen de 20 m<sup>3</sup> y se llena con hidrógeno ( $\rho_H = 0.09 \text{ kg/m}^3$ ). Si la bolsa de la sonda pesa 118 N, ¿qué carga puede soportar a este nivel?

**Solución**

El empuje es igual al peso del aire desalojado. Es decir

$$F_B = \rho_a V = (0.9 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m}^3) = 176 \text{ N}$$

el peso de 20 m<sup>3</sup> de hidrógeno es

$$W_H = \rho_H V = (0.09 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m}^3) = 17.6 \text{ N}$$

La carga soportada es

$$W_L = F_B - W_H - W_B = 176 \text{ N} - 17.6 \text{ N} - 118 \text{ N} = 40.4 \text{ N}$$

Los globos grandes pueden mantener una condición de equilibrio a cualquier altura ajustando su peso o empuje. El peso puede aligerarse soltando lastre que sirve a esa finalidad. El empuje puede disminuirse al dejar escapar gas del globo o incrementarse insuflando gas al interior del globo flexible. Los globos de aire caliente emplean la menor densidad del aire caliente para obtener mayor fuerza de ascensión.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS





# U A N L

SIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO

CCIÓN GENERAL DE BIBLIOTEC



**Vellochino editor**

