EJEMPLO 5 ¿Qué fuerza media F se requerirá para detener una bala de 16 g que viaja a una velocidad de 260 m/s y penetra una distancia de 12 cm en un bloque de madera?

Solución El trabajo total requerido para detener la bala deberá ser igual al cambio en la energía cinética. (Véase la Fig. 8-4). Dado que la bala es detenida, $v_f = 0$, por lo que la ecuación (8-4) queda así

$$Fs = -\tfrac{1}{2}mv_0^2$$

Al sustituir obtenemos

$$F(0.12 \text{ m}) = -\tfrac{1}{2}(0.016 \text{ kg})(260 \text{ m/s})^2$$

Dividiendo entre 0.12 m tenemos

$$F = \frac{-(0.016 \text{ kg})(260 \text{ m/s})^2}{(2)(0.12 \text{ m})}$$

$$= -4510 \text{ N}$$

El signo negativo del resultado nos indica que la fuerza tiene una dirección opuesta al desplazamiento. Nótese que esta fuerza resultó ser 30 000 veces más grande que el peso de la bala.

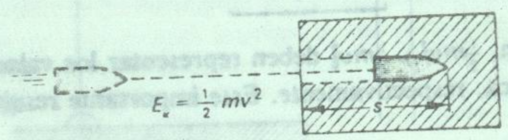


Fig. 8-5 El trabajo realizado para detener una bala es igual a la energía cinética inicial de la bala.

ENERGÍA POTENCIAL

La energía que un sistema posee en virtud de su posición o condiciones recibe el nombre de *energía potencial*. Ya que la energía se expresa a sí misma en términos de trabajo, la energía potencial implica que debe haber alguna capacidad para realizar el trabajo. Por ejemplo, supongamos que el martinete en la figura 8-6 es utilizado para izar un cuerpo de peso W a una altura h arriba del pilote sobre tierra. Decimos que el sistema tierra-cuerpo posee una energía potencial gravitacional. Cuando se suelta dicho objeto, realizará un trabajo al golpear el pilote. Si es lo suficientemente pesado y ha caído de una altura suficientemente grande, el trabajo realizado se manifestará en el impulso de un pilote a través de una distancia s.

La fuerza externa F requerida para levantar el cuerpo deberá ser cuando menos igual al peso W. Así, el trabajo que se realiza sobre el sistema es dado por

$$\boxed{\text{Trabajo} = Wh = mg \cdot h}$$

Esta misma cantidad de trabajo también puede ser realizado *por* el cuerpo al caer la distancia h. Así el cuerpo tiene una energía potencial igual en magnitud al trabajo externo requerido para levantarlo. Esta energía no proviene del sistema Tierra-cuerpo, sino que resulta de un trabajo realizado sobre el sistema por un agente externo. Sólo fuerzas *externas* como F en la figura 8-6, o la fricción pueden agregar energía o extraerla del sistema conformado por el cuerpo y la Tierra.

Nótese en el análisis precedente que la energía potencial E_p se puede encontrar por

$$\boxed{E_p = Wh = mgh} \qquad \textit{Energía potencial} \qquad (8\text{-}7)$$

donde W y m son el peso y la masa de un objeto localizado a una distancia h sobre un punto de referencia.

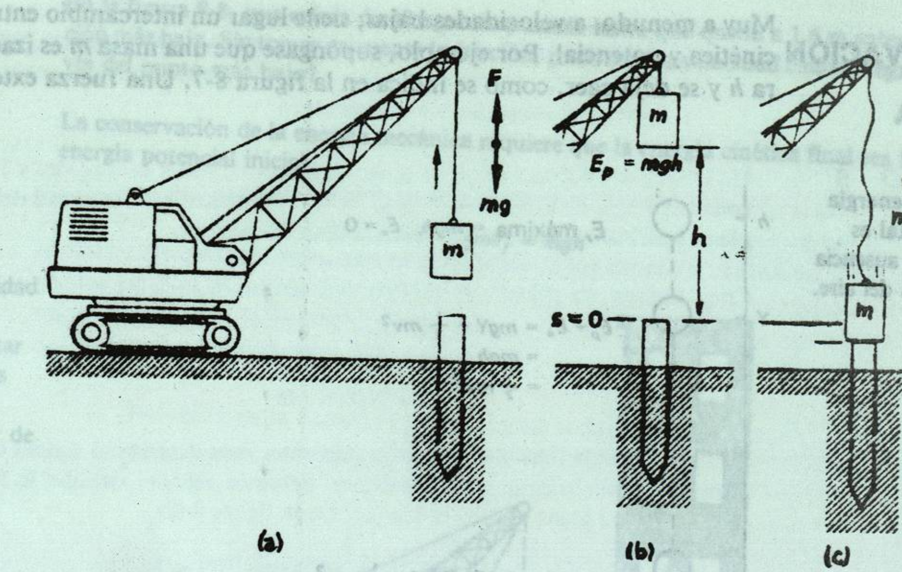


Fig. 8-6 *a)* Levantar una masa m hasta una altura h requiere el esfuerzo mgh, *b)* El sistema cuerpo-tierra tiene, por lo tanto, una energía potencial $E_p = mgh$, *c)* Cuando la masa es liberada, ésta tiene capacidad para realizar el trabajo mgh sobre el pilote.

Debe notarse que la energía potencial depende de nuestra elección de un nivel de referencia específico. La energía potencial gravitacional que posee un avión es muy diferente si se mide con respecto a la cima de una montaña, un rascacielos o el nivel del mar. La capacidad de realizar un trabajo es mayor si el avión cae hasta el nivel del mar. La energía potencial solamente tiene significado físico cuando se establece un nivel de referencia.

EJEMPLO 6 Un carburador de 250 g se mantiene a 200 mm sobre un banco de trabajo que está a 1 m del suelo. Calcúlese la energía potencial relativa a: *a)* la parte superior del banco y *b)* al piso.

Solución a) La altura h del carburador sobre el banco es de 200 mm (o 0.2 m), y la masa es de 250 g o (0.25 kg). Entonces, la energía potencial relativa al banco es

$$E_p = mgh = (0.25 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(0.2 \text{ m})$$

$$= 0.49 \text{ J}$$

Nótese que kilogramos, metros y segundos son las únicas unidades de masa, longitud y tiempo que concuerdan con la definición de un joule.

Solución b) La energía potencial con respecto al piso es

$$E_p = mgh = (0.25 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(1.2 \text{ m})$$

$$= 2.94 \text{ J}$$

EJEMPLO 7 Una unidad de aire acondicionado comercial de 800 lb es levantada por un montacargas hasta que alcanza 22 ft por encima del piso. ¿Cuál es la energía potencial relativa al piso?

Solución Si se aplica la ecuación (8-7) se obtiene:

$$E_p = Wh = (800 \text{ lb})(22 \text{ ft}) = 17{,}600 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

Se ha establecido que el potencial para realizar trabajo es una función sólo del peso y de la altura h por encima de un punto de referencia. La energía potencial en una posición particular no depende de la trayectoria tomada para llegar a tal posición. Esto se debe a que el mismo trabajo debe hacerse contra la gravedad, con independencia de la trayectoria. En el ejemplo 8-7 se requirió un trabajo de 17 600 ft · lb para levantar el acondicionador de aire a través de una distancia vertical de 22 ft. Si se escoge ejercer una fuerza menor subiéndolo por un plano inclinado, se requerirá una distancia mayor. En ambos casos el trabajo hecho contra la gravedad es de 17 600 ft · lb, porque el resultado final es la colocación de un peso de 800 lb a una altura de 22 ft.

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Muy a menudo, a velocidades bajas, tiene lugar un intercambio entre las energías cinética y potencial. Por ejemplo, supóngase que una masa m es izada a una altura h y se deja caer, como se indica en la figura 8-7. Una fuerza externa ha incrementado la energía del sistema dándole una energía potencial $E_p = mgh$ en su punto más elevado. Ésta es la energía para el sistema, y no puede modificarse salvo que se tope con una fuerza resistiva. A medida que la masa cae, su energía potencial disminuye debido a que su altura sobre el nivel del suelo se ha reducido. La energía potencial perdida se recupera en forma de movimiento de energía cinética. En ausencia de resistencia del aire, la energía total $(E_p + E_k)$ permanece igual. La energía potencial continúa siendo convertida en energía cinética hasta que la masa llegue al suelo ($h = 0$). En esta posición final, la energía cinética es igual a la energía total, y la energía potencial es cero. El punto importante que puede lograrse es que la suma de E_p y E_k sea el mismo en cualesquier punto durante la caída (véase Fig. 8-7).

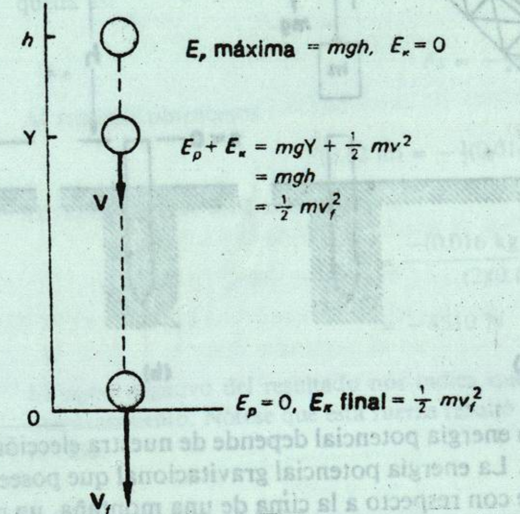


Fig. 8-7 La energía mecánica total es constante en ausencia de resistencia del aire.

$$\text{Energía total} = E_p + E_k = \text{constante}$$

Decimos que la energía mecánica es *conservada*. En nuestro ejemplo, la energía total en la parte más eleva es mgh y la energía total a ras del suelo es $\frac{1}{2}mv^2$ si despreciamos la resistencia del aire. Ahora, estamos preparados para invocar el principio de *conservación de la energía mecánica*.

> **Conservación de la energía mecánica:** *En ausencia de resistencia del aire u otras fuerzas disipativas, las sumas de las energías potenciales y cinéticas es una constante, siempre y cuando ninguna energía sea añadida al sistema.*

Bajo estas condiciones, la energía cinética final de una masa m que se deja caer desde una altura h es

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 = mgh \tag{8-8}$$

Resolviendo esta relación para v_f se obtiene una ecuación útil para determinar la velocidad final a partir de la energía:

$$v_f = \sqrt{2gh} \tag{8-9}$$

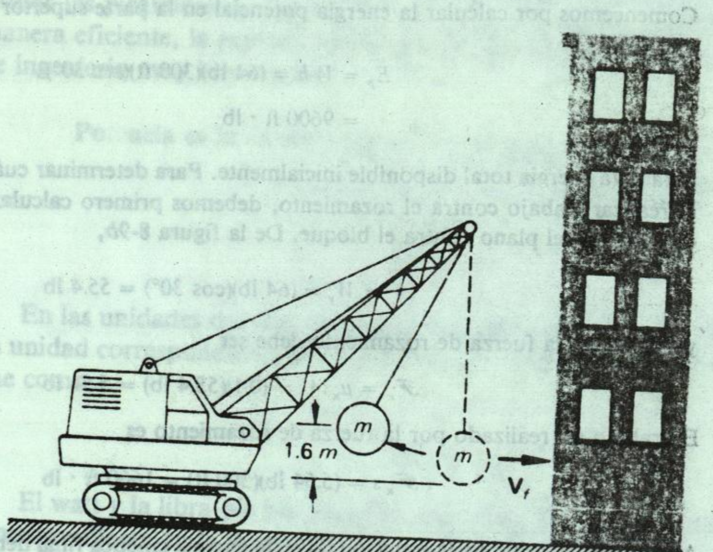
La gran ventaja de calcular la velocidad a partir de consideraciones energéticas consiste en que las energías cinética y potencial dependen exclusivamente de los estados inicial y final, sin importar la trayectoria real seguida. La trayectoria verdadera no tiene consecuencia en ausencia de rozamiento.

EJEMPLO 8 En la figura 8-8, una esfera de 40 kg es impulsada hasta que queda a 1.6 m sobre su posición más baja. Sin tomar en cuenta la fricción, ¿cuál será su velocidad cuando regrese a través del punto más bajo?

Solución La conservación de la energía mecánica requiere que la energía cinética final sea igual a la energía potencial inicial.

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 = mgh$$

Fig. 8-8 La velocidad de una masa suspendida al pasar por su punto más bajo se puede encontrar a partir de consideraciones energéticas.



Así, la ecuación (8-9) se aplica y solamente se resuelve para v_f.

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.8\ \text{m/s}^2)(1.6\ \text{m})}$$
$$= 5.60\ \text{m/s}$$

Como un ejercicio adicional, demuéstrese que la energía total del sistema es de 627 J.

Consideremos ahora el caso más general en el que alguna energía mecánica se pierde en razón de alguna fuerza disipadora como el rozamiento. El cambio en la energía mecánica que resulta de tal fuerza será siempre igual al trabajo negativo realizado por la fuerza disipadora. La energía cinética final se verá reducida debido a que parte de la energía total disponible inicialmente se perderá debido al esfuerzo contra el rozamiento. Por el rozamiento debemos escribir este hecho como sigue:

$$\left|\begin{matrix}\textit{Energía cinética}\\ \textit{final}\end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix}\textit{Energía potencial}\\ \textit{inicial}\end{matrix}\right| - \left|\begin{matrix}\textit{Esfuerzo contra}\\ \textit{el rozamiento}\end{matrix}\right|$$

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 = mgh - Fs \tag{8-10}$$

Quizás una mejor forma de escribir esta declaración sería expresarla en términos de la energía total disponible inicialmente.

$$mgh = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + Fs \tag{8-11}$$

Esta ecuación es un enunciado matemático del principio de conservación de la energía, el cual puede ahora ser reexpresado como sigue:

Conservación de la energía: ***La energía total de un sistema es siempre constante, aunque pueden ocurrir transformaciones de energía de una forma a otra dentro del sistema.***

EJEMPLO 9 Un bloque de 64 lb cae sobre un plano inclinado de 300 ft de longitud y 30° de inclinación, como se ilustra en la figura 8-9. Si $\mu_k = 0.1$, encuéntrese la velocidad del bloque al pie del plano inclinado a partir de consideraciones energéticas.

Solución Comencemos por calcular la energía potencial en la parte superior del plano inclinado.

$$E_p = Wh = (64 \text{ lb})(300 \text{ ft})(\text{sen } 30°)$$
$$= 9600 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

Ésta es la energía total disponible inicialmente. Para determinar cuánta energía se perderá al realizar trabajo contra el rozamiento, debemos primero calcular la fuerza normal $\mathcal{N}$ ejercida por el plano contra el bloque. De la figura 8-9*b*,

$$\mathcal{N} = W_y = (64 \text{ lb})(\cos 30°) = 55.4 \text{ lb}$$

y por tanto, la fuerza de rozamiento debe ser

$$\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N} = (0.1)(55.4 \text{ lb}) = 5.54 \text{ lb}$$

El trabajo así realizado por la fuerza de rozamiento es

$$\mathcal{F}_k s = (5.54 \text{ lb})(300 \text{ ft}) = 1660 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

Ahora, de acuerdo con la ecuación (8-9), la energía cinética final debe ser igual a la energía potencial inicial menos la pérdida de energía sufrida durante la realización del trabajo contra el rozamiento. Así,

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 = 9600 \text{ ft} \cdot \text{lb} - 1660 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$
$$= 7940 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

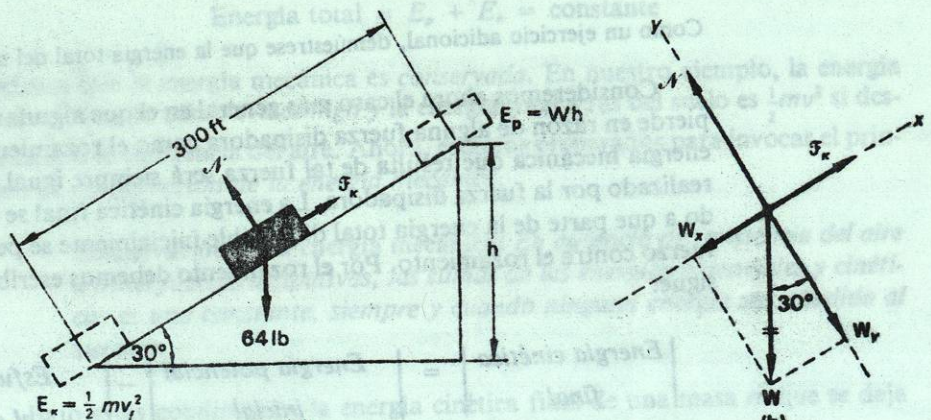


Fig. 8-9 Una parte de la energía potencial inicial que tenía el cuerpo en la parte alta del plano inclinado se pierde cuando se desliza hacia abajo, al realizar trabajo contra el rozamiento.

Dado que la masa del bloque es

$$m = \frac{W}{g} = \frac{64 \text{ lb}}{32 \text{ ft/s}^2} = 2 \text{ slugs}$$

al sustituir obtenemos

$$\tfrac{1}{2}(2 \text{ slugs})v_f^2 = 7940 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

de lo cual

$$v_f^2 = 7940 \text{ ft} \cdot \text{lb/slug} = 7940 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

Obteniendo la raíz cuadrada de ambos miembros, podemos calcular la velocidad final.

$$v_f = 89 \text{ ft/s}$$

Como ejercicio, se debería demostrar que la velocidad final tendría el valor de 98 ft/s si no hubiera habido fuerzas de rozamiento.

POTENCIA

En nuestra definición de trabajo no se incluyó el factor *tiempo* de manera alguna. Se realiza la misma cantidad de trabajo si el evento dura una hora o un año. Si se le diera suficiente tiempo, aun el más débil de los motores podría ser capaz de levantar las pirámides de Egipto. Sin embargo, si deseamos llevar a cabo algo de manera eficiente, la *rapidez* con la que se efectúa un trabajo se vuelve un factor de ingeniería muy importante:

Potencia es la rapidez con la que se realiza un trabajo.

$$\boxed{P = \frac{\text{trabajo}}{t}} \quad \text{ft} \cdot \text{lb/s o J/s} \qquad (8\text{-}12)$$

En las unidades del sbg, la unidad de la potencia es la libra-pie por segundo. La unidad correspondiente en el SI tiene un nombre especial, el *watt* (W) y se define como

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$$

El watt y la libra-pie por segundo son unidades demasiado pequeñas para su uso conveniente en la mayor parte de las aplicaciones industriales. Por lo tanto, se han definido el *kilowatt* (kW) y el *caballo de fuerza* (hp) como sigue:

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$$
$$1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}$$

En Estados Unidos, el watt y el kilowatt se han reservado para su uso casi exclusivo en cuanto a potencia eléctrica; el caballo de fuerza se ha destinado así a potencia mecánica. Esta práctica es una simple convención, pero no es necesaria. Se puede hablar con toda propiedad de un foco de 0.08 hp o presumir de un motor de 238 000 W. Los factores de conversión son

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W} = 0.746 \text{ kW}$$
$$1 \text{ kW} = 1.34 \text{ hp}$$

Ya que generalmente el trabajo se realiza de una manera continua, es a veces útil usar otra fórmula para la potencia que incluya la velocidad. Así,

$$P = \frac{\text{trabajo}}{t} = \frac{Fs}{t} \qquad (8\text{-}13)$$

de la cual

$$P = F\frac{s}{t} = Fv \qquad (8\text{-}14)$$

donde v es la velocidad del cuerpo sobre el que una fuerza paralela F es aplicada.

EJEMPLO 10 Se levanta una carga de 40 kg a una altura de 25 m. Si esta operación toma 1 min, encuéntrese la potencia requerida. ¿Cuál es la potencia en caballos de fuerza?

Solución El trabajo desarrollado para levantar la carga es

$$\text{Trabajo} = Fs = mgh = (40 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(25 \text{ m})$$
$$= 9800 \text{ J}$$

Por lo tanto, la potencia es

$$P = \frac{\text{trabajo}}{t} = \frac{9800\ \text{J}}{60\ \text{s}} = 163\ \text{W}$$

Dado que 1 hp = 746 W, el caballaje desarrollado fue

$$P = (163\ \text{W})\frac{1\ \text{hp}}{746\ \text{W}} = 0.219\ \text{hp}$$

EJEMPLO 11 **Un motor de 60 caballos proporciona la potencia necesaria para mover el ascensor de un hotel. Si el peso del elevador es de 2000 lb, ¿cuánto tiempo se requiere para levantar el ascensor 120 ft?**

Solución **El trabajo realizado está dado por**

$$\text{Trabajo} = Fs = (2000\ \text{lb})(120\ \text{ft}) = 2.4 \times 10^5\ \text{ft} \cdot \text{lb}$$

Dado que 1 hp = 550 ft · lb/s, la potencia desarrollada es de

$$P = (60\ \text{hp})\frac{550\ \text{ft} \cdot \text{lb/s}}{1\ \text{hp}} = 3.3 \times 10^4\ \text{ft} \cdot \text{lb/s}$$

A partir de la ecuación (8-13)

$$P = \frac{Fs}{t}$$

de manera que

$$t = \frac{Fs}{P} = \frac{2.4 \times 10^5\ \text{ft} \cdot \text{lb}}{3.3 \times 10^4\ \text{ft} \cdot \text{lb/s}} = 7.27\ \text{s}$$

La ecuación (8-12) se puede resolver para el trabajo: Trabajo = *Pt*. Por lo tanto, el *kilowatt-hora* (kW · h), unidad utilizada por las compañias eléctricas en sus facturas, es una unidad de *potencia* (kilowatt) por *tiempo* (hora) o una unidad de trabajo. Razonablemente, la factura es por una cantidad de trabajo que se ha realizado. Sin embargo, el precio por kilowatt-hora también puede determinarse por la demanda máxima de potencia del consumidor.

1.- Un baúl es arrastrado 24 m por el piso por medio de una cuerda que forma un ángulo de θ con la horizontal, tal como se ilustra en la figura 8-10. La tensión en la cuerda es de 8 N. Calcúlese el trabajo desarrollado cuando a) θ = 0°, b) θ = 30° c) θ = 60°.

2.- Un bloque de 10 Kg es empujado 8 m a lo largo de una superficie horizontal por una fuerza constante de 26 N. Si μ_k = o.2, ¿Cuál es el trabajo resultante? ¿Qué aceleración recibirá el bloque?

3.- Se empuja un trineo de 20 kg por una pendiente de 34° hasta alcanzar una altura vertical de 140 m sobre una posición inicial. a) ¿Cuál es la distancia recorrida por el trineo? b) Despreciando la fricción, ¿Cuál es la fuerza mínima P requerida para poder subir el trineo? c) ¿Cuánto trabajo realizó la fuerza P? d) ¿Cuánto vale la energía potencial del trineo en la cima?

4.- Un bloque de 800 lbs se arrastra por una superficie horizontal por medio de una cuerda que forma un ángulo de 37° con la horizontal. Se recorre así una distancia de 200 ft y el coeficiente de fricción cinética es de 0.3. La tensión en la cuerda es de 400 lb. a) ¿Cuánto vale la fuerza normal? b) ¿Cuánto vale la fuerza de fricción? c) ¿Cuánto vale la fuerza resultante? d)¿Cuánto vale el trabajo neto o resultante?

5.- Una masa de 6 kg cae desde una altura de 20 m. ¿Cuál es la pérdida en energía potencial?

6.- Una cabeza de martillo de 8 lb se mueve con una velocidad de 60 ft/s cuando golpea la cabeza de un cincel. ¿Cuál es la energía cinética en ese instante a) en libras - pie, b) en joules?

7.- Un automóvil pesa 2200 lb. ¿Cuánto vale su masa? ¿Cuánto trabajo se requerirá para levantar el automóvil a una altura de 80 ft? ¿Cuánta energía potencial tendrá a esta altura, respecto al suelo? Si se le soltara, ¿Cuál sería su velocidad al tocar el suelo? Verifíquese que su energía cinética final es igual a su energía potencial inicial.

8.- Una masa de 10 kg es levantada a una altura de 20 m. ¿Cuál es la energía potencial, la energía cinética y la energía total? la masa es entonces liberada y cae a plomo. ¿Cuáles son las energías totales, potenciales y cinéticas cuando la masa se encuentra 5 m sobre el suelo? ¿Cuál es la energía final cinética y la velocidad de la masa cuando golpea el suelo?

9.- Se dispara una bala de 16 lb hacia arriba con una velocidad de salida de 400 ft/s. ¿Cuánta energía cinética tiene al salir y cuánta energía potencial tiene en el punto más alto de su trayectoria? ¿Hasta que altura sube?

10.- Una masa de 40 kg es elevada a una altura de 20 m. Si la operación se realiza en 3 s, ¿Cuánta potencia media se desarrolló?

11.- Un hombre de 200 lb sube una pendiente de 800 ft en 7 h. ¿Cuánto trabajo en libras-pie realiza? ¿Cuánto en joules? ¿Qué potencia media debe desarrollar?

12.- Un ascensor de 300 kg sube una distancia de 100 m en 2 min a velocidad constante. ¿Cuánto aumenta su energía potencial? ¿Cuánta potencia útil desarrolló el mecanismo elevador?

13.- ¿Cuál es la velocidad máxima a la cual un motor de 40 kW puede levantar una carga de 800 kg?.