EJEMPLO 34-4 Una corriente de 6 A fluye por una resistencia de 300 Ω durante una hora. ¿Cuál es la potencia disipada? ¿Cuánto calor se genera en joules?

Solución De la ecuación (34-6),

$$P = I^2R = (6\ \text{A})^2(300\ \Omega) = 10.800\ \text{W}$$

Ya que la potencia representa el calor disipado en la unidad de tiempo, se obtiene

$$\text{Trabajo} = Pt = (10\ 800\ \text{W})\ (3600\ \text{s})$$
$$\text{Pérdida de calor} = 3.89 \times 10^7\ \text{J}$$

Esto representa alrededor de 36 900 Btu.

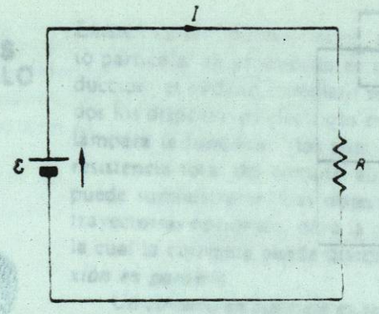
Circuitos de corriente continua

Se usan dos tipos de corriente; la corriente continua (cc) es el flujo continuo de carga en una sola dirección; la corriente alterna (ca) es un flujo de carga que cambia en forma constante su magnitud y dirección. En este capítulo se analiza la corriente, el voltaje y la resistencia para circuitos de cc. Muchos de los mismos métodos y procedimientos también pueden aplicarse a los circuitos de ca. Las variaciones requeridas para las corrientes alternas se apoyan lógicamente en un fundamento firme en el análisis de las corrientes continuas.

35-1 CIRCUITOS SIMPLES; RESISTORES EN SERIE

Un circuito eléctrico consta de cierta cantidad de ramas unidas entre sí de tal forma que cuando menos se tiene una trayectoria cerrada para que circule la corriente. El circuito más simple consta de una sola fuente de fem conectada a una resistencia externa, como se muestra en la figura 35-1. Si $\mathcal{E}$ representa la fem y R indica la resistencia total, de la ley de Ohm se obtiene

$$\mathcal{E} = IR \qquad (35\text{-}1)$$



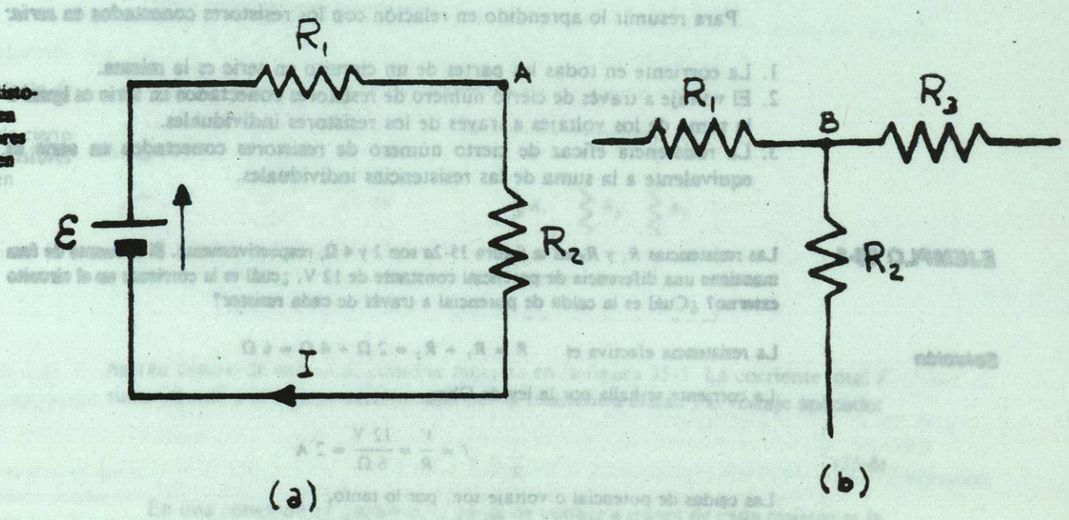
35-1 Circuito simple elemental.

donde I es la corriente a través del circuito. Toda la energía ganada por la carga al pasar a través de la fuente de fem es perdida al fluir a través de la resistencia.

Considérese la adición de cierto número de elementos a un circuito. Se dice que dos o más elementos están en *serie* si ellos solamente tienen un punto en común que no se encuentra conectado a un tercer elemento. La corriente sólo puede fluir por una trayectoria a través de los elementos conectados en serie. Los resistores R_1 y R_2 de la figura 35-2*a* están en serie debido a que el punto A es común a ambos resistores. Los resistores en la figura 35-2*b*, empero, no están en serie ya que el punto B es común a las tres ramas de corriente. La corriente eléctrica que entra a la unión puede seguir dos trayectorias por separado.

Considérese que tres resistores (R_1, R_2 y R_3) están conectados en serie y encerrados en una caja, como se indica por la porción sombreada de la figura 35-3. La resistencia eficaz R de los tres resistores puede determinarse a partir del voltaje externo V y la corriente I, valores que pueden registrarse mediante medidores. De la ley de Ohm

$$R = \frac{V}{I} \qquad (35\text{-}2)$$



35-2 *a)* Resistores conectados en serie. *b)* Resistores no conectados en serie.

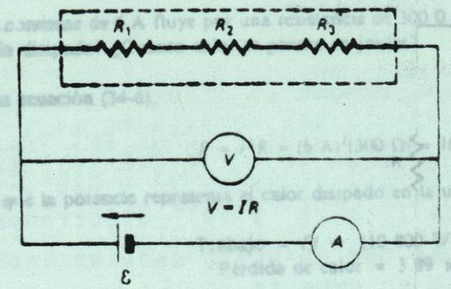


Fig. 35-3 Método del voltímetro-amperímetro para medir la resistencia eficaz de un número de resistores conectados en serie.

Pero, ¿cuál es la relación de R con las tres resistencias internas? La corriente que circula por cada resistor debe ser idéntica puesto que sólo se tiene una sola trayectoria. Así pues,

$$I = I_1 = I_2 = I_3 \qquad (35\text{-}3)$$

Si se utiliza este hecho y se advierte que la ley de Ohm se aplica por igual a cualquier parte de un circuito, se escribe

$$V = IR \qquad V_1 = IR_1 \qquad V_2 = IR_2 \qquad V_3 = IR_3 \qquad (35\text{-}4)$$

El voltaje externo V representa la suma de las energías perdidas por unidad de carga al circular a través de cada resistencia. De aquí que

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

Finalmente, si se sustituye de la ecuación (35-4) y se divide entre la corriente, se obtiene

$$IR = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

$$\boxed{R = R_1 + R_2 + R_3} \qquad \textit{resistores en serie} \qquad (35\text{-}5)$$

Para resumir lo aprendido en relación con los resistores conectados en *serie:*

1. La corriente en todas las partes de un circuito en serie es la misma.
2. El voltaje a través de cierto número de resistores conectados en serie es igual a la suma de los voltajes a través de los resistores individuales.
3. La resistencia eficaz de cierto número de resistores conectados en serie es equivalente a la suma de las resistencias individuales.

EJEMPLO 35-1 Las resistencias R_1 y R_2 en la figura 35-2*a* son 2 y 4 Ω, respectivamente. Si la fuente de fem mantiene una diferencia de potencial constante de 12 V, ¿cuál es la corriente en el circuito externo? ¿Cuál es la caída de potencial a través de cada resistor?

Solución La resistencia efectiva es $R = R_1 + R_2 = 2\ \Omega + 4\ \Omega = 6\ \Omega$

La corriente se halla por la ley de Ohm

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12\ \text{V}}{6\ \Omega} = 2\ \text{A}$$

Las caídas de potencial o voltaje son, por lo tanto,

$$V_1 = IR_1 = (2\ \text{A})(2\ \Omega) = 4\ \text{V}$$

$$V_2 = IR_2 = (2\ \text{A})(4\ \Omega) = 8\ \text{V}$$

Nótese que la suma de las caídas de voltaje ($V_1 + V_2$) es igual al voltaje aplicado, 12 V.

35-2 RESISTORES EN PARALELO

Existen varias limitaciones en la operación de los circuitos en serie. Si un elemento particular en un circuito en serie falla en proporcionar una trayectoria de conducción, el circuito completo se abre y cesa la corriente. Será muy molesto si todos los dispositivos eléctricos en una casa dejaran de funcionar cada vez que una lámpara se fundiera. Más aún, cada elemento en un circuito en serie hace que la resistencia total del circuito aumente, y este hecho limita la corriente total que puede suministrarse. Las objeciones anteriores pueden evitarse si se dispone de trayectorias opcionales para la corriente eléctrica. A una conexión de este tipo, en la cual la corriente puede dividirse entre dos o más elementos, se la llama *conexión en paralelo.*

Un *circuito en paralelo* es aquel en el que dos o más componentes o elementos conectan a dos puntos comunes en el circuito. Por ejemplo, en la figura 35-4 los resistores R_2 y R_3 están en paralelo puesto que ambos tienen en común los puntos A y B. Obsérvese que la corriente I suministrada por la fuente de fem se divide entre los resistores R_2 y R_3.

Para llegar a una expresión de la resistencia equivalente R de un número de resistencias conectadas en paralelo, se sigue un procedimiento similar al estudiado para conexiones en serie. Supóngase que tres resistores (R_1, R_2 y R_3) se co-

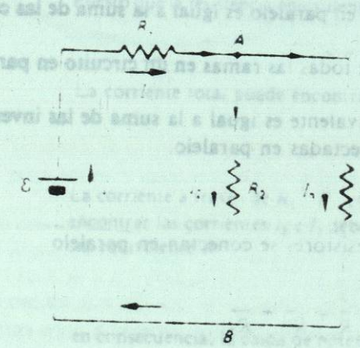


Fig. 35-4 Los resistores R_2 y R_3 están conectados en paralelo.

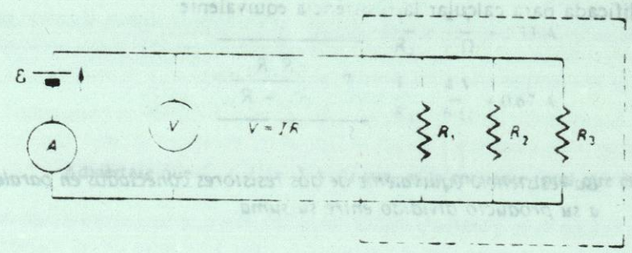


Fig. 35-5 Cálculo de la resistencia equivalente de cierto número de resistores conectados en paralelo.

nectan dentro de una caja, como se muestra en la figura 35-5. La corriente total I suministrada a la caja es determinada por la resistencia eficaz y el voltaje aplicado:

$$I = \frac{V}{R} \qquad (35\text{-}6)$$

En una conexión en paralelo, la caída de voltaje a través de cada resistor es la misma y es equivalente a la caída total de voltaje.

$$V = V_1 = V_2 = V_3 \qquad (35\text{-}7)$$

Puede verse que esto es cierto si se considera que la misma energía debe perderse por unidad de carga independientemente de la trayectoria que recorre en el circuito. En este ejemplo puede fluir carga a través de cualquiera de los tres resistores. De esta forma la corriente total suministrada se divide entre los resistores.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \qquad (35\text{-}8)$$

Al aplicar la ley de Ohm a la ecuación (35-8) se obtiene

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Pero como los voltajes son iguales, se puede dividir entre el voltaje para conseguir

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \qquad \textit{resistores en paralelo} \qquad (35\text{-}9)$$

En resumen, para resistores conectados en paralelo:

1. La corriente total en un circuito en paralelo es igual a la suma de las corrientes en las ramas individuales.
2. Las caídas de voltaje a través de todas las ramas en un circuito en paralelo deben ser de igual magnitud.
3. La inversa de la resistencia equivalente es igual a la suma de las inversas o de las resistencias individuales conectadas en paralelo.

En el caso de que solo dos resistores se conectan en paralelo

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

y si esta ecuación se resuelve algebraicamente para R, se obtiene una fórmula simplificada para calcular la resistencia equivalente

$$\boxed{R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \qquad (35\text{-}10)$$

La resistencia equivalente de dos resistores conectados en paralelo es igual a su producto dividido entre su suma.

EJEMPLO 35-2 El voltaje total aplicado al circuito de la figura 35-4 es de 12 V, y las resistencias R_1, R_2 y R_3 son de 4, 3 y 6 Ω, respectivamente. *a)* Determínese la resistencia equivalente del circuito. *b)* ¿Cuál es la corriente que circula por cada resistor?

Solución a) El mejor procedimiento para resolver el problema que contiene tanto resistores en serie como en paralelo consiste en reducir el circuito mediante pasos a su forma más simple, como se muestra en la figura 35-6. El primer paso consiste en determinar la resistencia R' del par de resistores R_2 y R_3

$$R' = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{(3\ \Omega)(6\ \Omega)}{(3 + 6)\Omega} = 2\ \Omega$$

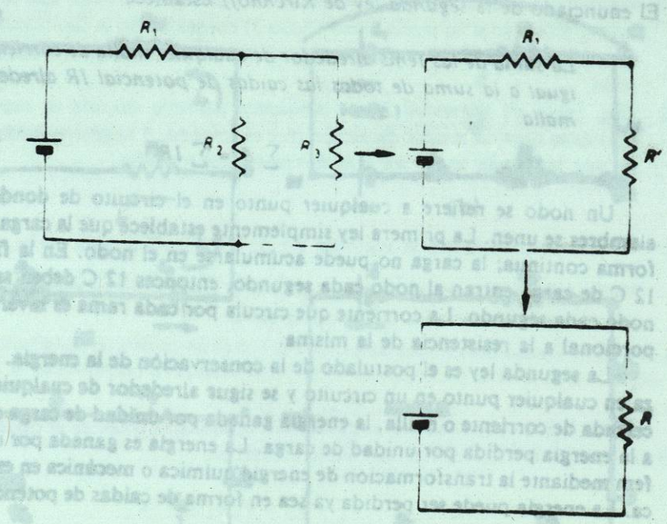


Fig. 35-6 Forma de reducir un circuito completo a un circuito equivalente simple.

Puesto que la resistencia equivalente R' está en serie con R_1, la resistencia equivalente total es

$$R = R' + R_1 = 2\ \Omega + 4\ \Omega = 6\ \Omega$$

Solución b) La corriente total puede encontrarse de la ley de Ohm:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12\ \text{V}}{6\ \Omega} = 2\ \text{A}$$

La corriente a través de R_1 y R' es por consiguiente de 2 A puesto que están en serie. Para encontrar las corrientes I_2 e I_3 debe conocerse la caída de voltaje V' a través de la resistencia equivalente R'

$$V' = IR' = (2\ \text{A})(2\ \Omega) = 4\ \text{V}$$

en consecuencia, la caída de potencial debe ser de 4 V a través de cada uno de los resistores R_2 y R_3. Las corrientes se encuentran a partir de la ley de Ohm:

$$I_2 = \frac{V'}{R_2} = \frac{4\ \text{V}}{3\ \Omega} = 1.33\ \text{A}$$

$$I_3 = \frac{V'}{R_3} = \frac{4\ \text{V}}{6\ \Omega} = 0.67\ \text{A}$$

Adviértase que $I_2 + I_3 = 2$ A, la cual es la corriente total que circula por el circuito.

35-6 LEYES DE KIRCHHOFF

Una red eléctrica es un circuito complejo que consta de cierto número de trayectorias cerradas de corrientes o mallas. Para redes complejas que contienen varias mallas y determinado número de fuentes de fem resulta difícil aplicar la ley de Ohm. Un procedimiento más directo para analizar circuitos de este tipo fue desarrollado en el siglo XIX por Gustav Kirchhoff, un científico alemán. Su método comprende la aplicación de dos leyes. *La primera ley de Kirchhoff* es:

La suma de las corrientes que entran a un nodo es igual a la suma de las corrientes que salen del mismo nodo.

$$\sum I_{\text{entran}} = \sum I_{\text{salen}} \qquad (35\text{-}16)$$

El enunciado de la *segunda ley de Kirchhoff* establece:

> *La suma de las fems alrededor de cualquier malla de corriente cerrada es igual a la suma de todas las caídas de potencial IR alrededor de dicha malla.*

$$\sum \mathcal{E} = \sum IR \qquad (35\text{-}17)$$

Un nodo se refiere a cualquier punto en el circuito de donde tres o más alambres se unen. La primera ley simplemente establece que la carga debe fluir en forma continua; la carga no puede acumularse en el nodo. En la figura 35-9, si 12 C de carga entran al nodo cada segundo, entonces 12 C deben salir o dejar el nodo cada segundo. La corriente que circula por cada rama es inversamente proporcional a la resistencia de la misma.

La segunda ley es el postulado de la conservación de la energía. Si se comienza en cualquier punto en un circuito y se sigue alrededor de cualquier trayectoria cerrada de corriente o malla, la energía ganada por unidad de carga debe ser igual a la energía perdida por unidad de carga. La energía es ganada por una fuente de fem mediante la transformación de energía química o mecánica en energía eléctrica. La energía puede ser perdida ya sea en forma de caídas de potencial *IR* o en el

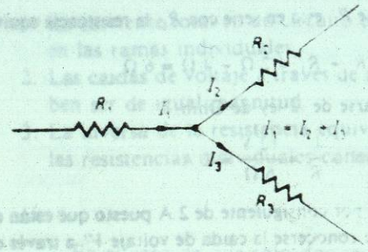


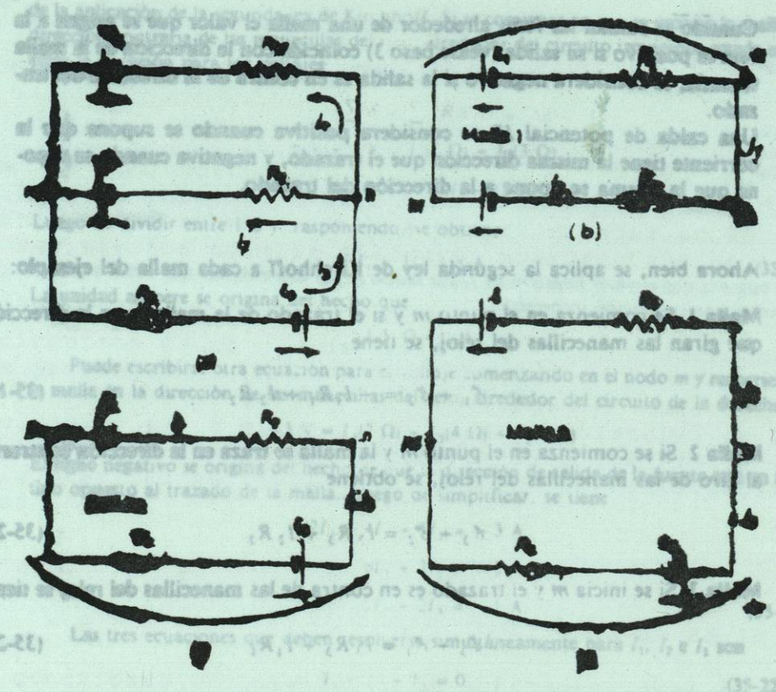
Fig. 35-9 La suma de las corrientes que entran a un nodo debe ser igual a la suma de las corrientes que salen del mismo.

proceso de revertir la corriente a través de la fuente de fem. En este último caso la energía eléctrica se transforma en la energía química necesaria para cargar un acumulador o la energía eléctrica se transforma en energía mecánica en la operación de un motor.

En la aplicación de las reglas o leyes de Kirchhoff deben seguirse procedimientos bien definidos. Los pasos del procedimiento general serán presentados al considerar el ejemplo ofrecido por la figura 35-10*a*.

1. Se supone una dirección de la corriente para cada malla de la red.

Las tres mallas que pueden considerarse son las que se muestran en la figura 35-10*b*, *c* y *d*. Se supone que la corriente I_1 fluye en contra de las manecillas del reloj en la parte superior de la malla, que I_2 circula a la izquierda en la rama de en medio y la I_3 fluye en contra de las manecillas del reloj en la malla inferior. Si las suposiciones son correctas, la solución del problema dará un valor positivo para las corrientes; si son incorrectas, un valor negativo indicará que la corriente circula realmente en dirección opuesta.



2. Se aplica la primera ley de Kirchhoff para escribir una ecuación de corriente para todos y cada uno de los nodos.

Si se escribe la ecuación de corriente para *todos* los nodos, daría como resultado una ecuación duplicada. En este ejemplo hay dos nodos que han sido identificados como *m* y *n*, respectivamente. La ecuación para la corriente en el nodo *m* es

$$\sum I_{\text{entra}} = \sum I_{\text{sale}}$$

$$I_1 + I_2 = I_3 \qquad (35\text{-}18)$$

La misma ecuación resultaría si se considerara el nodo *n*, sin que se llegue a obtener nueva información.

3. Indíquese por medio de una flecha pequeña, dibujada próxima al símbolo para cada fem, la dirección en la cual la fuente, actuando sola, provocaría que una carga positiva se moviera por el circuito.

En este ejemplo, $\mathcal{E}_1$ y $\mathcal{E}_2$ están dirigidas hacia la izquierda, y $\mathcal{E}_3$ a la derecha.

4. Se aplica la segunda ley de Kirchhoff ($\sum \mathcal{E} = \sum IR$) a cada malla una sola vez. Habrá una ecuación para cada malla.

Al aplicar la segunda ley de Kirchhoff, se debe comenzar en un punto específico de una malla y al *trazarla* alrededor de un circuito se hará en una dirección uniforme de modo que regrese al punto de partida. La selección de la *dirección del trazado* es arbitraria pero, una vez establecida, se considera la dirección positiva (+) por la convención de signos. (En la Fig. 35-10 se trazan las direcciones para las tres mallas del ejemplo citado.) Se aplican las siguientes convenciones de signos: