QC21
.2
U55

CAPILLA ALFONSINA
UANL
FONDO UNIVERSITARIO

36383

UNIDAD I.   MOVIMIENTO CIRCULAR

Objetivo 1.2   Movimiento Circular Uniforme. Es aquél en el que no existe cambio en la rapidez, solo en la dirección del movimiento (Tippens).

Hemos considerado hasta aquí únicamente movimientos traslacionales, en los que la posición del objeto cambia constantemente; pero es posible que un cuerpo rígido describa un movimiento rotacional aun cuando el objeto mismo no se mueva. Por ejemplo, las ruedas, ejes, poleas, giroscopios y otros instrumentos mecánicos giran sobre sus propios ejes sin incurrir en movimiento traslacional.

Los movimientos más comunes suelen ser una combinación del movimiento traslacional y el rotacional. En este capítulo estudiaremos el movimiento de los cuerpos rígidos alrededor de un eje fijo sin traslación. Por fortuna, muchas de las ecuaciones del movimiento rotacional son exactamente análogas a las del movimiento traslacional.

DESPLAZAMIENTO ANGULAR

La cantidad de rotación que sufre un cuerpo se mide por el desplazamiento angular. Si en el disco de la figura 11-1 que está girando sobre su propio eje, el punto A se mueve hasta la posición B, el desplazamiento angular sufrido se mide por el ángulo θ. Hay varias maneras de medir este ángulo. Por ahora ya estamos familiarizados con las unidades de grados y revoluciones, que se relacionan de acuerdo con la siguiente definición

$$1 \text{ rev} = 360°$$

Ninguna de estas unidades resulta muy útil para describir la rotación de cuerpos rígidos. Una medida de mejor aplicación para el desplazamiento angular es el *radián* (rad). Un ángulo de 1 rad es un ángulo central cuyo arco s es igual en longitud al radio R. (Véase la figura 11-2)

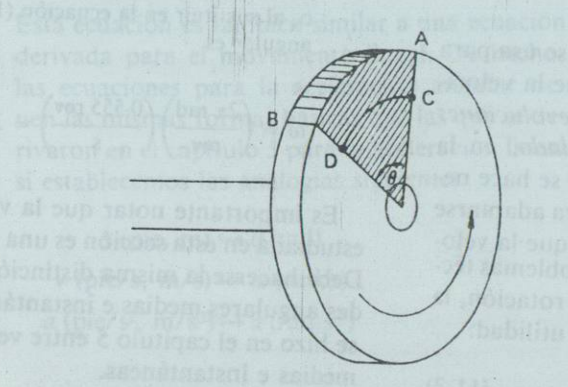


Fig. 11-1 El desplazamiento angular θ se indica por la porción sombreada del disco. El desplazamiento angular es el mismo de C a D que de A a B para un cuerpo rígido.

De manera más general, el radián se define por la ecuación

$$\boxed{\theta = \frac{s}{R}} \qquad (11\text{-}1)$$

donde s es el arco de un círculo descrito por el ángulo θ. Dado que la relación de s a R es una relación de dos distancias, el radián es una cantidad sin unidades.

El factor de conversión que relaciona radianes con grados se obtiene al considerar un arco de longitud s igual a la circunferencia $2\pi R$ de un círculo. Este ángulo en radianes se obtiene de la ecuación 11-1

$$\theta = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ rad}$$

Por tanto

$$1 \text{ rev} = 360° = 2\pi \text{ rad}$$

de lo cual obtenemos

$$1 \text{ rad} = \frac{360°}{2\pi} = 57.3°$$

Ejemplo 11-1 Si la longitud del arco s es de 6 pies y la del radio es de 10 pies, calcule el desplazamiento angular θ en radianes, revoluciones y grados.

Solución Sustituyendo directamente en la ecuación 11-1 obtenemos

$$\theta = \frac{s}{R} = \frac{6 \text{ pie}}{10 \text{ pie}} = 0.6 \text{ rad}$$

Al convertir a grados obtenemos

$$\theta = (0.6 \text{ rad}) \frac{57.3°}{1 \text{ rad}} = 34.4°$$

y dado que 1 rev = 360°

$$\theta = (34.4°) \frac{1 \text{ rev}}{360°} = 0.0956 \text{ rev}$$

Ejemplo 11-2 Un punto en el borde de un disco de 8 m de radio se mueve un ángulo de 37°. Calcule la longitud del arco descrito por el punto.

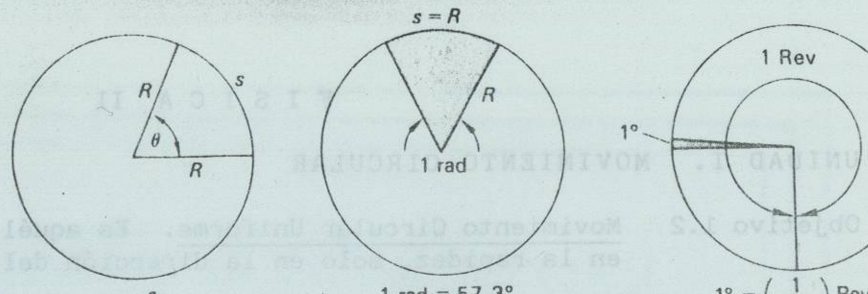
Solución Dado que la ecuación 11-1 se definió para ángulos medidos en radianes, debemos primero convertir 37° a radianes.

$$\theta = (37°)\,\frac{1 \text{ rad}}{57.3°} = 0.646 \text{ rad}$$

La longitud del arco es dada por

$$s = R\theta = 8 \text{ m } (0.646 \text{ rad}) = 5.17 \text{ m}$$

La unidad radián desaparece porque representa una relación de longitud a longitud (m/m = 1).



$\theta = \dfrac{s}{R}$ (a) 1 rad = 57.3° (b) $1° = \left(\dfrac{1}{360}\right)$ Rev (c)

Fig. 11-2 La medición del desplazamiento angular y una comparación de sus unidades.

Objetivo 1.3 Equivalencias entre unidades del desplazamiento angular.

1 rad = 57.3° 2π rad = 360° = 1 rev

1. Efectúa las siguientes conversiones de unidades:

a) 50 rev a rad	e) 80 rad a rev
b) 200 rad a grados	f) 150 grados a rad
c) 400 grados a rev	g) 5 rad a rev
d) 20 rev a grados	h) 300 rev a rad

2. Un punto cerca de la superficie de una flecha de 3 pies de radio recorre una distancia de 2 pies. Calcule su desplazamiento angular en.

   a) Radianes b) Grados c) Revoluciones

3. Un punto en el borde de una gran rueda de 8 m de diámetro se mueve un ángulo de 37°. Calcular la longitud del arco descrito por el punto.

4. El arco descrito por la masa de un péndulo simple de 1 m de longitud es de 25 cm. Expresar el ángulo θ en radianes y en grados.

VELOCIDAD ANGULAR

A la razón del cambio del desplazamiento angular al tiempo transcurrido, se le denomina *velocidad angular.* Así, si un objeto gira a través de un ángulo θ en un tiempo t, su velocidad angular es dada por

$$\boxed{\bar{\omega} = \frac{\theta}{t}} \qquad (11\text{-}2)$$

El símbolo ω, la letra griega *omega,* se usa para denotar la velocidad angular. Aunque la velocidad angular se puede expresar en *revoluciones por minuto* o *revoluciones por segundo,* en la mayor parte de los problemas físicos se hace necesario usar *radianes por segundo* para adaptarse a fórmulas más convenientes. Dado que la velocidad de rotación se da en muchos problemas técnicos en términos de la frecuencia de rotación, la siguiente relación puede ser de gran utilidad:

$$\omega = 2\pi f \qquad (11\text{-}3)$$

donde ω se mide en *radianes por segundo* y f se mide en *revoluciones por segundo.*

Ejemplo 11-3 Calcule la velocidad angular media de un disco de larga duración (33 1/3 rpm).

Solución Nótese que no se ha hecho mención de la distancia al centro del disco. La velocidad angular depende sólo de la frecuencia de rotación. Esta frecuencia es

$$f = \left(\frac{33\frac{1}{3} \text{ rev}}{\text{min}}\right)\left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) = 0.555 \text{ rev/s}$$

o, al sustituir en la ecuación (11-3), la velocidad angular es

$$\omega = \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}}\right)\left(\frac{0.555 \text{ rev}}{\text{s}}\right) = 3.49 \text{ rad/s}$$

Es importante notar que la velocidad angular estudiada en esta sección es una velocidad media. Debe hacerse la misma distinción entre velocidades angulares medias e instantáneas como la que se hizo en el capítulo 5 entre velocidades lineales medias e instantáneas.

Movimiento Circular Uniformemente Acelerado. Es aquél en el que el módulo de la velocidad angular cambia en forma constante en el tiempo.

ACELERACIÓN ANGULAR

Como en el movimiento lineal, el movimiento angular puede ser uniforme o acelerado. La rapidez de la rotación puede aumentar o disminuir bajo la influencia de un momento de torsión resultante. Por ejemplo, si la velocidad angular cambia desde un valor inicial ω_0 a un valor final ω_f en un intervalo de tiempo t, la aceleración angular está dada por

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

La letra griega α (alfa) denota aceleración angular. Una forma más útil de esta misma ecuación es

$$\boxed{\omega_f = \omega_0 + \alpha t} \qquad (11\text{-}4)$$

Al comparar la ecuación (11-4) con la ecuación (5-3) para aceleración lineal, veremos que sus formas son idénticas si establecemos analogías entre los parámetros angulares y lineales.

Ahora que hemos introducido el concepto de velocidad angular inicial y final, podemos expresar la velocidad angular media en términos de sus valores inicial y final:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_f + \omega_0}{2}$$

Al sustituir esta igualdad en la ecuación (11-2), obtenemos una expresión más útil para el desplazamiento angular:

$$\boxed{\theta = \bar{\omega} t = \frac{\omega_f + \omega_0}{2}\, t} \qquad (11\text{-}5)$$

Esta ecuación es también similar a una ecuación derivada para el movimiento lineal. De hecho, las ecuaciones para la aceleración angular tienen las mismas formas básicas que las que se derivaron en el capítulo 5 para la aceleración lineal si establecemos las analogías siguientes:

$$s \text{ (pie, m)} \leftrightarrow \theta \text{ (rad)}$$
$$v \text{ (pie/s, m/s)} \leftrightarrow \omega \text{ (rad/s)}$$
$$a \text{ (pie/s}^2\text{, m/s}^2) \leftrightarrow \alpha \text{ (rad/s}^2)$$

El tiempo desde luego, es el mismo para ambos tipos de movimiento y se mide en segundos. La tabla 11-1 ilustra las similitudes entre los movimiento angular y lineal.

Tabla 11-1 Comparación de la aceleración lineal y la aceleración angular

Aceleración lineal constante	Aceleración angular constante
$s = \bar{v}t = \dfrac{v_f + v_0}{2}\,t$	$\theta = \bar{\omega}t = \dfrac{\omega_f + \omega_0}{2}\,t$
$v_f = v_0 + at$	$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$
$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$2as = v_f^2 - v_0^2$	$2\alpha\theta = \omega_f^2 - \omega_0^2$

Al aplicar estas fórmulas, debemos ser muy cuidadosos de escoger las unidades apropiadas para cada cantidad. Es también importante escoger una dirección (en el sentido de las manecillas del reloj o viceversa) como positiva y seguirla consistentemente en la asignación de signos a cada cantidad.

Ejemplo 11-4 Un volante aumenta su velocidad de rotación de 6 a 12 rev/s en 8 s. ¿Cuál es su aceleración angular?

Solución Calcularemos primero las velocidades inicial y final:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}}\right)\left(\frac{6 \text{ rev}}{\text{s}}\right) = 12\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega_f = 2\pi f_0 = \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}}\right)\left(\frac{12 \text{ rev}}{\text{s}}\right) = 24\pi \text{ rad/s}$$

La aceleración angular es

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} = \frac{(24\pi - 12\pi) \text{ rad/s}}{8 \text{ s}}$$

$$= 1.5\pi \text{ rad/s}^2 = 4.71 \text{ rad/s}^2$$

Ejemplo 11-5 Una rueda de esmeril que gira inicialmente con una velocidad angular de 6 rad/s recibe una aceleración constante de 2 rad/s². *a)* ¿Cuál será su desplazamiento angular después de 3 s? *b)* ¿Cuántas revoluciones habrá dado? *c)* ¿Cuál es su velocidad angular final?

Solución a) El desplazamiento angular está dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2\\ &= (6\ \text{rad/s})(3\ \text{s}) + \tfrac{1}{2}(2\ \text{rad/s}^2)(3\ \text{s})^2\\ &= 18\ \text{rad} + (1\ \text{rad/s}^2)(9\ \text{s}^2)\\ &= 27\ \text{rad}\end{aligned}$$

Solución b) Dado que 1 rev = 2π rad, tenemos

$$\theta = (27\ \text{rad})\,\frac{1\ \text{rev}}{2\pi\ \text{rad}} = 4.30\ \text{rev}$$

Solución c) La velocidad final es igual a la velocidad inicial más el cambio en velocidad. Por tanto

$$\begin{aligned}\omega_f &= \omega_0 + \alpha t = 6\ \text{rad/s} + (2\ \text{rad/s}^2)(3\ \text{s})\\ &= 12\ \text{rad/s}\end{aligned}$$

Objetivo 1.6 Resuelve los siguientes problemas.

1. Una rueda gira a razón de 300 rpm. Calcular la velocidad angular de un punto cualquiera de la rueda en rad/s.

2. Expresar la velocidad angular de 40 grados/s en

   a) rps b) rpm c) rad/s

3. Un motor eléctrico gira con una velocidad angular de 600 rpm. ¿Cuál es su velocidad angular en rad/s? ¿Cuál es su desplazamiento angular después de 6s?

4. Un volante parte del reposo y alcanza una velocidad angular final de 900 rpm en 4 s. Determine su aceleración angular y su desplazamiento angular después de 4 s.

5. Un motor eléctrico que gira a 1,900 rpm reduce su velocidad a 300 rpm en 5 s, al ser desconectado. Encuentra

   a) La aceleración angular
   b) El desplazamiento angular durante los 5 s.

6. Una rueda de esmeril que gira a 4 rev/s recibe una aceleración angular constante de 3 rad/s^2.

   a) ¿Qué desplazamiento angular tendrá en 3 s.?
   b) ¿Cuántas revoluciones completará?.
   c) ¿Cuál será su velocidad angular final?.

7. Una pelota de 32 cm de diámetro que gira inicialmente a 4 rev/s recibe una aceleración angular constantede 2 rad/s^2.

   a) Calcule su velocidad angular después de 8 s
   b) ¿Cuál es su desplazamiento angular durante este tiempo?

UNIDAD 2 LEYES DEL MOVIMIENTO DE NEWTRON

Objetivo 2.1 Fuerza. Toda aquella acción capaz de cambiarle el estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a un cuerpo.

La ciencia de la Mecánica está basada en tres leyes naturales enunciadas en 1686 por Sir Isaac Newton, después de derivarlas a partir de observaciones y experimentos. Su aplicación con éxito ha sido prueba de su validez y utilidad.

A inicios del siglo XX ciertos tipos de problemas que no podían resolverse por las leyes de Newton dieron pie al nacimiento de la Mecánica relativista y de la Mecánica cuántica. En ambos casos, cuando éstos son aplicados a cuerpos de las dimensiones y velocidades de automóviles, balas, aviones y hasta cohetes, se reducen simplemente a las leyes de la Mecánica newtoniana. Por lo tanto, podemos aseverar que la Mecánica newtoniana no es sino un caso especial de una Mecánica más general.

De cualquier manera, la Mecánica newtoniana es extremadamente útil al nivel de la experiencia práctica. En este capítulo estudiaremos la primera y la tercera leyes de Newton. Dejaremos para el capítulo 7 el estudio de la segunda ley de Newton.

PRIMERA LEY DE NEWTON

Sabemos por experiencia que un objeto estacionario permanece en reposo a menos que una fuerza externa actué sobre él. Un florero sobre una mesa permanecerá en su lugar hasta que el gato lo derribe.

Menos obvio que lo anterior es la aseveración de que un objeto en movimiento conservará su estado de movimiento hasta que una fuerza externa modifique ese movimiento. Por ejemplo, una pelota de beisbol que cae en campo abierto pronto se detendrá debido a la interacción que sufre con el suelo. La misma pelota rodaría mucho más lejos antes de detenerse si hubiera caído en hielo. Esto se debe a la interacción horizontal, llamada *fricción,* que es mucho más fuerte entre la pelota y el suelo que entre la pelota y el hielo. Esto nos lleva a la idea de que una pelota sobre un plano horizontal perfectamente liso, libre de fricción permanecería en movimiento para siempre. Estas ideas son formuladas en la *primera ley de Newton del movimiento.*

> *Un cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilineo uniforme a menos que una fuerza externa no balanceada actúe sobre él.*

No existe ningún cuerpo real que esté completamente libre de la acción de fuerzas externas, pero hay situaciones para las que es posible lograr que la fuerza resultante sea igual a cero. En tales casos el cuerpo se comportará de acuerdo con la primera ley del movimiento. Si reconocemos que la fricción nunca podrá ser completamente eliminada, deberemos reconocer que la primera ley de Newton expresa una situación ideal.

La propiedad de una partícula que le permite mantener un estado de movimiento constante o de reposo, recibió el nombre de *inercia* por Newton, así que su primera ley fue llamada *ley de la inercia.* Cuando un automóvil se acelera, los pasajeros obedecen esta ley al tratar de permanecer en reposo hasta que la fuerza externa ejercida por el asiento los pone en estado de movimiento. Asimismo, cuando el automóvil se detiene, los pasajeros tienden a seguir su movimiento con velocidad constante hasta que son detenidos por los cinturones de seguridad o por su propio esfuerzo. Toda la materia posee inercia. El concepto de *masa,* que introduciremos más tarde, es una medida de la inercia de un cuerpo.

TERCERA LEY DE NEWTON

No puede existir una fuerza a menos que estén afectados dos cuerpos. En otras palabras, debe existir una interacción mutua entre una fuerza que actúa y otra fuerza que reacciona. Cuando dos cuerpos interaccionan, la fuerza ejercida por el primer cuerpo sobre el segundo es igual en magnitud pero opuesta en dirección a la fuerza que ejerce el segundo cuerpo sobre el primero. Este principio se enuncia en la *tercera ley de Newton:*

> *A toda acción corresponde una reacción igual en magnitud y dirección pero de sentido opuesto.*

Por lo tanto, no podremos nunca tener una sola fuerza aislada. Consideremos los ejemplos de la figura 3-1.