Solución a) El desplazamiento angular está dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2\\ &= (6\ \text{rad/s})(3\ \text{s}) + \tfrac{1}{2}(2\ \text{rad/s}^2)(3\ \text{s})^2\\ &= 18\ \text{rad} + (1\ \text{rad/s}^2)(9\ \text{s}^2)\\ &= 27\ \text{rad}\end{aligned}$$

Solución b) Dado que 1 rev $= 2\pi$ rad, tenemos

$$\theta = (27\ \text{rad})\,\frac{1\ \text{rev}}{2\pi\ \text{rad}} = 4.30\ \text{rev}$$

Solución c) La velocidad final es igual a la velocidad inicial más el cambio en velocidad. Por tanto

$$\begin{aligned}\omega_f &= \omega_0 + \alpha t = 6\ \text{rad/s} + (2\ \text{rad/s}^2)(3\ \text{s})\\ &= 12\ \text{rad/s}\end{aligned}$$

Objetivo 1.6 Resuelve los siguientes problemas.

1. Una rueda gira a razón de 300 rpm. Calcular la velocidad angular de un punto cualquiera de la rueda en rad/s.

2. Expresar la velocidad angular de 40 grados/s en

   a) rps b) rpm c) rad/s

3. Un motor eléctrico gira con una velocidad angular de 600 rpm. ¿Cuál es su velocidad angular en rad/s? ¿Cuál es su desplazamiento angular después de 6s?

4. Un volante parte del reposo y alcanza una velocidad angular final de 900 rpm en 4 s. Determine su aceleración angular y su desplazamiento angular después de 4 s.

5. Un motor eléctrico que gira a 1,900 rpm reduce su velocidad a 300 rpm en 5 s, al ser desconectado. Encuentra

   a) La aceleración angular
   b) El desplazamiento angular durante los 5 s.

6. Una rueda de esmeril que gira a 4 rev/s recibe una aceleración angular constante de 3 rad/s^2.

   a) ¿Qué desplazamiento angular tendrá en 3 s.?
   b) ¿Cuántas revoluciones completará?.
   c) ¿Cuál será su velocidad angular final?.

7. Una pelota de 32 cm de diámetro que gira inicialmente a 4 rev/s recibe una aceleración angular constantede 2 rad/s^2.

   a) Calcule su velocidad angular después de 8 s
   b) ¿Cuál es su desplazamiento angular durante este tiempo?

UNIDAD 2 LEYES DEL MOVIMIENTO DE NEWTRON

Objetivo 2.1 Fuerza. Toda aquella acción capaz de cambiarle el estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a un cuerpo.

La ciencia de la Mecánica está basada en tres leyes naturales enunciadas en 1686 por Sir Isaac Newton, después de derivarlas a partir de observaciones y experimentos. Su aplicación con éxito ha sido prueba de su validez y utilidad.

A inicios del siglo XX ciertos tipos de problemas que no podían resolverse por las leyes de Newton dieron pie al nacimiento de la Mecánica relativista y de la Mecánica cuántica. En ambos casos, cuando éstos son aplicados a cuerpos de las dimensiones y velocidades de automóviles, balas, aviones y hasta cohetes, se reducen simplemente a las leyes de la Mecánica newtoniana. Por lo tanto, podemos aseverar que la Mecánica newtoniana no es sino un caso especial de una Mecánica más general.

De cualquier manera, la Mecánica newtoniana es extremadamente útil al nivel de la experiencia práctica. En este capítulo estudiaremos la primera y la tercera leyes de Newton. Dejaremos para el capítulo 7 el estudio de la segunda ley de Newton.

PRIMERA LEY DE NEWTON

Sabemos por experiencia que un objeto estacionario permanece en reposo a menos que una fuerza externa actué sobre él. Un florero sobre una mesa permanecerá en su lugar hasta que el gato lo derribe.

Menos obvio que lo anterior es la aseveración de que un objeto en movimiento conservará su estado de movimiento hasta que una fuerza externa modifique ese movimiento. Por ejemplo, una pelota de beisbol que cae en campo abierto pronto se detendrá debido a la interacción que sufre con el suelo. La misma pelota rodaría mucho más lejos antes de detenerse si hubiera caído en hielo. Esto se debe a la interacción horizontal, llamada *fricción,* que es mucho más fuerte entre la pelota y el suelo que entre la pelota y el hielo. Esto nos lleva a la idea de que una pelota sobre un plano horizontal perfectamente liso, libre de fricción permanecería en movimiento para siempre. Estas ideas son formuladas en la *primera ley de Newton del movimiento.*

> *Un cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a menos que una fuerza externa no balanceada actúe sobre él.*

No existe ningún cuerpo real que esté completamente libre de la acción de fuerzas externas, pero hay situaciones para las que es posible lograr que la fuerza resultante sea igual a cero. En tales casos el cuerpo se comportará de acuerdo con la primera ley del movimiento. Si reconocemos que la fricción nunca podrá ser completamente eliminada, deberemos reconocer que la primera ley de Newton expresa una situación ideal.

La propiedad de una partícula que le permite mantener un estado de movimiento constante o de reposo, recibió el nombre de *inercia* por Newton, así que su primera ley fue llamada *ley de la inercia.* Cuando un automóvil se acelera, los pasajeros obedecen esta ley al tratar de permanecer en reposo hasta que la fuerza externa ejercida por el asiento los pone en estado de movimiento. Asimismo, cuando el automóvil se detiene, los pasajeros tienden a seguir su movimiento con velocidad constante hasta que son detenidos por los cinturones de seguridad o por su propio esfuerzo. Toda la materia posee inercia. El concepto de *masa,* que introduciremos más tarde, es una medida de la inercia de un cuerpo.

TERCERA LEY DE NEWTON

No puede existir una fuerza a menos que estén afectados dos cuerpos. En otras palabras, debe existir una interacción mutua entre una fuerza que actúa y otra fuerza que reacciona. Cuando dos cuerpos interaccionan, la fuerza ejercida por el primer cuerpo sobre el segundo es igual en magnitud pero opuesta en dirección a la fuerza que ejerce el segundo cuerpo sobre el primero. Este principio se enuncia en la *tercera ley de Newton:*

> *A toda acción corresponde una reacción igual en magnitud y dirección pero de sentido opuesto.*

Por lo tanto, no podremos nunca tener una sola fuerza aislada. Consideremos los ejemplos de la figura 3-1.

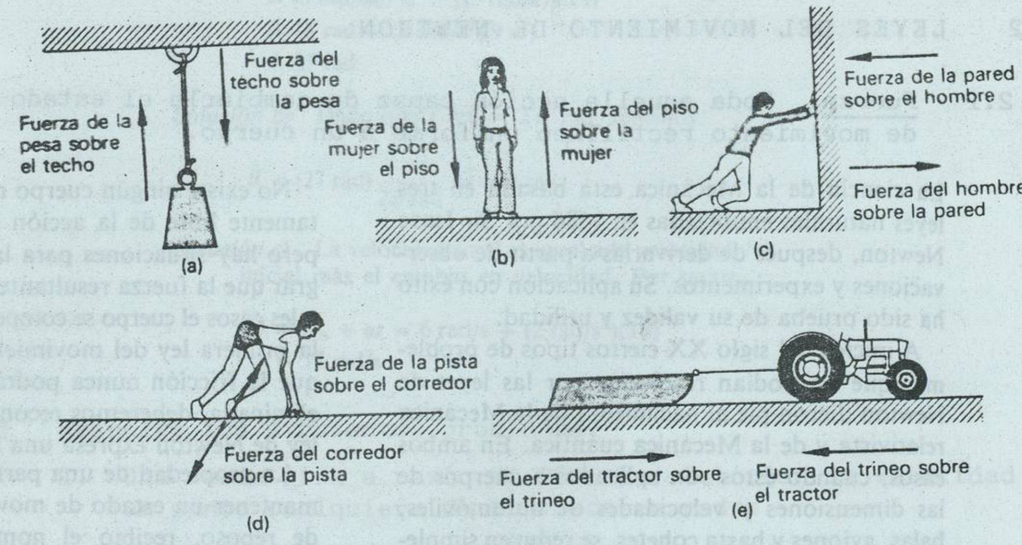


Fig. 3-1 Ejemplos de fuerzas de acción y de reacción.

Nótese que las fuerzas que actúan y las que reaccionan, aunque son iguales en magnitud y opuestas en dirección, nunca se neutralizan porque siempre actúan sobre cuerpos *diferentes*. Para que dos fuerzas se cancelen, deberán actuar sobre el mismo cuerpo. Se podría decir que las fuerzas que actúan crean las fuerzas que reaccionan.

Por ejemplo, alguien que empieza a subir una escalera comienza por poner un pie sobre el primer escalón y empujar sobre él. El escalón debe entonces ejercer una fuerza igual y opuesta sobre el pie para no romperse. Cuanto más grande sea la fuerza que ejerce el pie sobre el escalón, mayor deberá ser la reacción contra el pie. Desde luego que el peldaño no puede crear una fuerza de reacción hasta que el pie aplique su fuerza. La acción actúa sobre el objeto y la reacción actúa sobre el agente que ejerce la acción.

En el capítulo 3 se vio que un objeto permanece en reposo a menos que actúe sobre él una fuerza resultante. Se recordará también que un cuerpo en movimiento rectilíneo uniforme se encuentra en equilibrio si no existe una fuerza resultante. No debe sorprendernos por tanto encontrar que un cambio de velocidad sólo puede resultar de la aplicación de una fuerza no-balanceada (fuerza resultante $\neq 0$). Tal aceleración y su relación con la fuerza aplicada son los temas de este capítulo.

SEGUNDA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON

Antes de enunciar formalmente la segunda ley de Newton, consideremos un experimento muy simple. Una pista de aire lineal es un aparato para estudiar el movimiento de los objetos bajo condiciones que se aproximan a la fricción nula. Cientos de pequeñas ráfagas de aire crean una fuerza hacia arriba que balancea el peso del deslizador como se ilustra en la figura 7-1. Se ata un hilo al deslizador y se coloca un dinamómetro de peso despreciable para medir la fuerza aplicada, como se muestra en la figura. La aceleración que recibe el deslizador puede medirse determinando el cambio de velocidad en un lapso conocido. En la figura 7-1*a*, la primera fuerza aplicada F_1 produce una aceleración a_1. Por ejemplo, cuando aplicamos una fuerza de 4 lb, supongamos que medimos una aceleración de 2 pie/s². Acto seguido, duplicamos la fuerza aplicada, como se indica en la figura 7-1b y observamos la nueva aceleración.

Nuestras observaciones nos demostrarán que una fuerza doble $2F_1$ producirá una aceleración doble $2a_1$. En otras palabras, en nuestro ejemplo, una fuerza de 8 lb causará una aceleración de 4 pie/s². De manera similar, al triplicar la fuerza obtendremos una aceleración aumentada por un factor de 3. Una fuerza de 12 lb produce una aceleración de 6 pie/s².

Así encontramos que la aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza aplicada y en la misma dirección de esa fuerza. Esto significa que la relación de fuerza a aceleración es siempre una constante:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \text{constante}$$

En nuestro ejemplo específico, la constante para las fuerzas de 4, 8 y 12 es de 2 lb·s²/pie.

Más adelante veremos que esta relación constante puede ser considerada como una propiedad del cuerpo denominada su masa *m*, donde

$$m = \frac{F}{a}$$

La segunda ley de Newton es un enunciado de cómo varía la aceleración de un cuerpo con la fuerza aplicada y la *masa* del cuerpo. Por lo tanto podemos pensar de la masa de un cuerpo como la cantidad de materia de que está formado el propio cuerpo. Para entender la variación de la aceleración con respecto a la masa, regresemos a nuestro experimento. Esta vez mantendremos

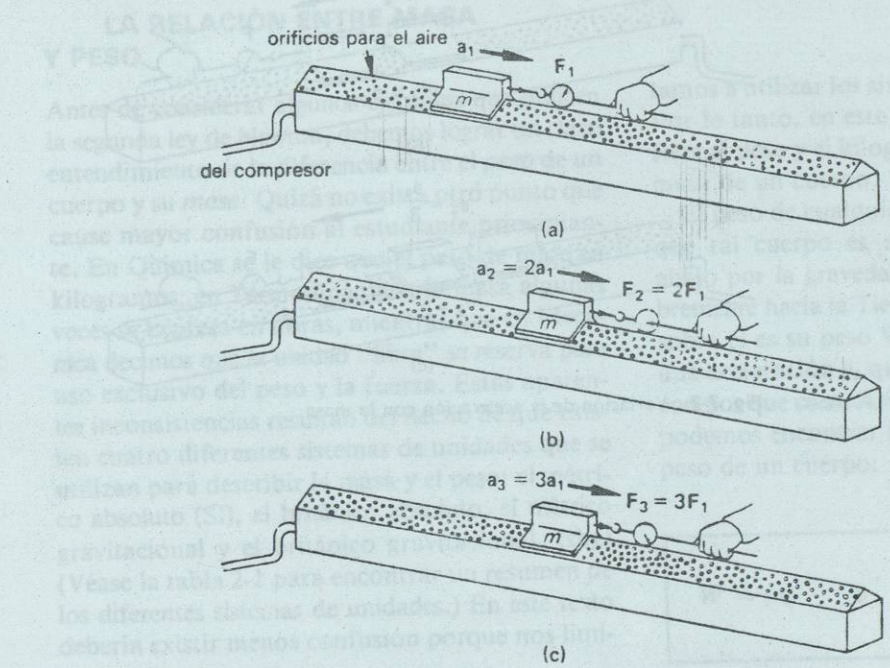


Fig. 7-1 Variación de la aceleración con la fuerza aplicada.

constante nuestra fuerza aplicada F. Variaremos la masa añadiendo sucesivamente más deslizadores de igual tamaño y peso. En la figura 7-2, nótese que si la fuerza permanece sin cambio, un aumento de masa resulta en una *disminución* proporcional de la aceleración. Si la fuerza aplicada constante es de 12 lb, observaremos aceleraciones de 6, 3 y 2 pie/s² para los casos mostrados en las figuras 7-2 *a*, *b* y *c* respectivamente.

De las observaciones anteriores, estamos ya preparados para enunciar la *segunda ley de Newton del movimiento:*

> *Siempre que una fuerza no-balanceada actúe sobre un cuerpo, se produce una aceleración en la dirección de la fuerza que es directamente proporcional a la fuerza e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.*

De acuerdo a lo anterior, podemos escribir la proporcionalidad

$$a \propto \frac{F}{m}$$

Siempre que la masa permanezca constante, un aumento en la fuerza aplicada resultará en un aumento similar de la aceleración producida. Por otro lado, si la fuerza permanece sin cambio, un aumento en la masa del cuerpo resulta en una disminución proporcional de la aceleración. Al introducir una constante de proporcionalidad k, podemos escribir en forma de ecuación los enunciados anteriores:

$$ka = \frac{F}{m}$$

Despejando F, podemos escribir

$$F = kma$$

La constante de proporcionalidad k depende de las unidades en que se midan la fuerza, la masa y la aceleración del cuerpo. Las unidades

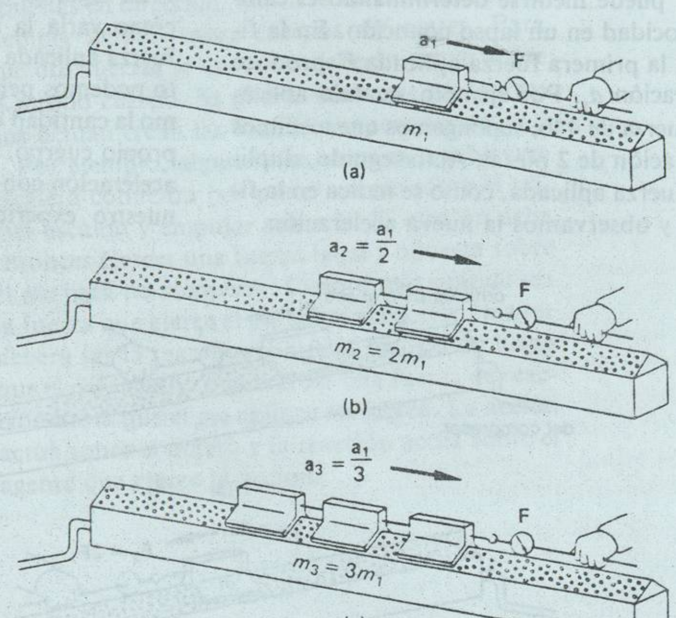


Fig. 7-2 Variación de la aceleración con la masa.

más convenientes son aquéllas que hacen que la constante de proporcionalidad sea igual a la unidad. En ese caso podemos escribir

$$\boxed{F = ma} \qquad (7\text{-}1)$$

Para que $k = 1$, especificamos dos de las unidades fundamentales y derivamos la tercera a partir de estas dos.

1. La unidad fundamental de masa en el SI es el *kilogramo* (kg), y la unidad de aceleración es el *metro por segundo por segundo* (m/s²). La unidad de fuerza derivada de estas dos unidades recibe el nombre de *newton* (N), que es la fuerza resultante requerida para imprimir a una masa de 1 kg una aceleración de 1 m/s². Así, las unidades que aseguran consistencia son

$$F(\mathrm{N}) = m(\mathrm{kg})a(\mathrm{m/s^2})$$

2. En el *sbg*, la unidad de masa se deriva de las unidades elegidas para fuerza que es la *libra* (lb) y para la aceleración que es el *pie por segundo por segundo* (pie/s²). Esta unidad derivada de masa recibe el nombre de *slug* y se define como la masa a la que una fuerza de una libra, imprimirá una aceleración de 1 pie/s². (Este término proviene del inglés *sluggish* que significa flojera o pereza, en similitud con la propiedad inercial de la masa.) Las unidades consistentes en este sistema son

$$F(\mathrm{lb}) = m(\mathrm{slug})a(\mathrm{pie/s^2})$$

Tabla 2-1 Sistema de unidades

Cantidad	SI	sbg	Británico absoluto	Métrico gravitacional
Longitud	m	pie	pie	m
Masa	kg	slug	lb	kg·s²/m
Tiempo	s	s	s	s
Peso	newton (N)	libra (lb)	poundal	kg
Energía	joule (J)	pie·lb	pie·poundal	kg·m

LA RELACIÓN ENTRE MASA Y PESO

Antes de considerar algunos ejemplos que utilicen la segunda ley de Newton, debemos lograr un claro entendimiento de la diferencia entre el *peso* de un cuerpo y su *masa*. Quizá no exista otro punto que cause mayor confusión al estudiante principiante. En Química se le dice que el peso de mide en kilogramos; en Termodinámica, la masa algunas veces se expresa en libras, mientras que en Mecánica decimos que la unidad "libra" se reserva para uso exclusivo del peso y la fuerza. Estas aparentes inconsistencias resultan del hecho de que existen cuatro diferentes sistemas de unidades que se utilizan para describir la masa y el peso: el métrico absoluto (SI), el británico absoluto, el métrico gravitacional y el británico gravitacional. (sbg) (Véase la tabla 2-1 para encontrar un resumen de los diferentes sistemas de unidades.) En este texto debería existir menos confusión porque nos limitamos a utilizar los sistemas SI y sbg de unidades. Por lo tanto, en este libro la libra siempre se refiere al peso y el kilogramo siempre se refiere a la masa de un cuerpo.

El peso de cualquier cuerpo es la fuerza con la que tal cuerpo es atraído verticalmente hacia abajo por la gravedad. Cuando un cuerpo cae libremente hacia la Tierra, la única fuerza que actúa sobre él es su peso **W**. Esta fuerza neta produce una aceleración g, que es la misma para todos los cuerpos que caen. Así, de la segunda ley de Newton podemos encontrar la relación entre la masa y el peso de un cuerpo:

$$\boxed{W = mg \quad \text{o} \quad m = \frac{W}{g}} \qquad (7\text{-}3)$$

En cualquier sistema de unidades, 1) la masa de una partícula es igual a su peso dividido por la aceleración de la gravedad; 2) el peso tiene las mismas unidades que la unidad de fuerza; y 3) la aceleración de la gravedad tiene las mismas unidades que la aceleración.

Por lo tanto, podemos resumir como sigue:

SI: W (N) $= m$ (kg) $\times$ g (9.8 m/s^2)

Sbg: W (lb) $= m$ (slug) $\times$ g (32 pie/s^2)

En estas relaciones, los valores dados para g y por lo tanto a los pesos, se aplican tan sólo para puntos cercanos a la superficie de la Tierra a nivel del mar, que es donde g tiene estos valores.

Se deben recordar dos cosas para comprender completamente la diferencia entre masa y peso:

Masa es una constante universal igual a la relación del peso de un cuerpo a la aceleración gravitacional debida a ese peso.

Peso es la *fuerza* de atracción gravitacional y es muy dependiente de la aceleración gravitacional.

Por lo tanto, la masa de un cuerpo es sólo una medida de su inercia y no depende para nada de la gravedad. En el espacio exterior, un martillo tiene un peso despreciable pero sirve igualmente para clavar clavos dado que su masa no cambia.

En unidades del sbg, el peso W de un cuerpo se describe en *libras*. Su masa, si se desea, se calcula a partir de este peso y tiene como unidad al *slug*. En el SI, la masa de un cuerpo se especifica en *kilogramos*. El peso, si se desea, se calcula a partir de esta masa y tiene como unidad al *newton*. En los ejemplos que siguen, todos los parámetros se miden en puntos donde g = 32 pie/s^2 = 9.8 m/s^2.

Ejemplo 7-1 Encuentre la masa de una persona cuyo peso es de 150 lb.

Solución

$$m = \frac{W}{g} = \frac{150 \text{ lb}}{32 \text{ pie/s}^2} = 4.69 \text{ slugs}$$

Ejemplo 7-2 Encuentre el peso de un bloque de 18 kg.

Solución

$$W = mg = 18 \text{ kg}(9.8 \text{ m/s}^2) = 176 \text{ N}$$

Ejemplo 7-3 Encuentre la masa de un cuerpo cuyo peso es de 100 N.

Solución

$$m = \frac{W}{g} = \frac{100 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 10.2 \text{ kg}$$

Objetivo 2.6 Fuerza Centrípeta. Fuerza responsable del cambio en la dirección de un cuerpo con movimiento circular uniforme.

Objetivo 2.6 Fuerza Centrífuga. Fuerza con el mismo módulo y dirección pero de sentido contrario a la centrípeta.

Objetivo 2.7 Resuelve los siguientes problemas.

1. ¿Qué fuerza resultante imprimirá una aceleración de 5 pie/s^2 a un cuerpo de 32 lb?

2. ¿Cuál es la masa de un cuerpo si una fuerza de 60 N le da una aceleración de 4 m/s^2?

3. Una masa de 2 kg recibe la acción de una fuerza de a)8N y b) 4 lb. Encuentra la aceleración para cada caso.

4. Encuentre la fuerza neta requerida para dar a una masa de 3 slug una aceleración de 16 pie/s^2.

5. Encuentre la masa de un cuerpo si una fuerza de 16 N le provoca una aceleración de 5 m/s^2.

6. Encuentre el peso de un cuerpo cuya masa es.

   a) 20 kg   b) 2.4 slugs   c) 36 g.

7. Encuentre la masa de un cuerpo cuyo peso es de.

   a) 19.6 N   b) 48 lb

8. Un objeto pesa 25 N al nivel del mar en donde la gravedad es de 9.8 m/s^2
   ¿Cuál es su peso en el planeta x en donde la aceleración de la gravedad es de 3.5 m/s^2?.

9. Una persona pesa 120 lb. Determina.

   a) su peso en N   b) su masa en kg

10. Un objeto tiene una masa de 200 g . Calcule su peso en newtons y en dinas.

11. Calcular la masa de un cuerpo cuyo peso W es.

    a) 19.6 N   b) 1960 dinas

12. Un objeto que pesa 80 N recibe una aceleración de 2 m/s^2
    ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que actúa sobre el objeto?.

13. Un cuerpo de 2 kg de masa esta sometido a una fuerza de

    a) 6 N   b) 8,000 dinas

    Calcular la aceleración en cada caso.

14. ¿Qué fuerza aplicada a una masa de 6 kg reducirá su velocidad de 20 a 15 m/s en 2 s?.

15. Encuentre la fuerza resultante requerida para que un bloque de 200 lb se acelere a 4 pie/s^2.

16. Una fuerza resultante de 80 N provoca una aceleración de 24 m/s^2 sobre un bloque.
    ¿Cuál es su masa en gramos? ¿En kilogramos?

17. Una fuerza neta de 1,600 lb se aplica sobre un automóvil de 3,000 lb.
    ¿Qué aceleración se logra?

18. La velocidad de un automóvil aumenta de 30 a 60 mi/h en 5 s bajo la acción de una fuerza resultante de 1,150 lb.
    ¿Cuál es la masa del automóvil? ¿Cuál es su peso?

19. Un automóvil que pesa 1,000 N marcha a una velocidad de 90 km/hr. Calcular la fuerza retardadora de los frenos para detenerlo en 70 m sobre una carretera horizontal.

10-7 GRAVITACIÓN

La Tierra y los demás planetas describen una órbita casi circular alrededor del Sol. Newton sugirió que la fuerza centrípeta que mantiene este movimiento planetario es sólo un ejemplo de una fuerza universal denominada *gravitación,* que actúa sobre todas las masas que existen en el universo. Él enunció su tesis en la *ley de gravitación universal:*

> *Toda partícula en el universo atrae a cualquier otra partícula con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.*

Esta proporcionalidad se suele enunciar en forma de una ecuación:

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}} \qquad (10\text{-}15)$$

donde m_1 y m_2 son las masas de cualquiera dos partículas separadas por una distancia r, tal como se ilustra en la figura 10-9.

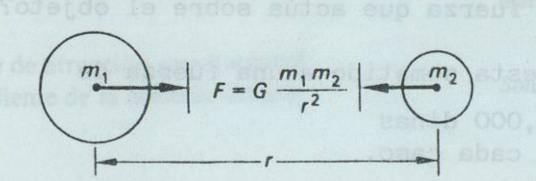


Fig. 10-9 La ley de la gravitación universal.

La constante de proporcionalidad G es una constante universal igual a

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$$
$$= 3.44 \times 10^{-8}\ \mathrm{lb\cdot pie^2/slug^2}$$

Ejemplo 10-7 Dos bolas de plomo que pesan 16 y 8 lb, se encuentran a una distancia de 2 pies entre sí. ¿Con qué fuerza se atraerán mutuamente?

Solución Primero debemos calcular las masas a partir de los pesos dados, como sigue:

$$m_1 = \frac{16\ \mathrm{lb}}{32\ \mathrm{pie/s^2}} = 0.5\ \mathrm{slug}$$

$$m_2 = \frac{8\ \mathrm{lb}}{32\ \mathrm{pie/s^2}} = 0.25\ \mathrm{slug}$$

La fuerza de atracción se calcula así:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$
$$= (3.44 \times 10^{-8}\ \mathrm{lb\cdot pie^2/slug^2})\frac{(0.5\ \mathrm{slug})(0.25\ \mathrm{slug})}{(2\ \mathrm{pie})^2}$$
$$= (3.44 \times 10^{-8}\ \mathrm{lb\cdot pie^2/slug^2})(3.12 \times 10^{-2}\ \mathrm{slug^2/pie^2})$$
$$= 1.08 \times 10^{-9}\ \mathrm{lb}$$

Puede verse así que las fuerzas gravitacionales son muy débiles. En el caso de la gravedad terrestre, dado que la masa de la Tierra es muy grande comparada con la de los objetos que normalmente se hallan en su superficie, suponemos a menudo que las fuerzas gravitacionales son muy grandes. Sin embargo, si consideramos dos pequeñas canicas muy cerca una de la otra sobre una superficie horizontal, nuestra experiencia nos indica claramente que la atraccion gravitacional entre ellas es muy débil.

Ejemplo 10-8 En la superficie de la Tierra, la aceleración gravitacional es de 9.8 m/s². Si el radio de la Tierra es de 6.38×10^6 m, calcule la masa de la Tierra.

Solución Consideremos una masa m cerca de la superficie de la Tierra. La fuerza gravitacional de atracción que experimenta dicha masa está dada por la siguiente fórmula y es igual a su peso.

$$W = mg = G\frac{mm_e}{r^2}$$

Al despejar m_e nos queda

$$m_e = \frac{gr^2}{G}$$

y de aquí podemos calcular la masa de la Tierra

$$m_e = \frac{(9.8\ \mathrm{m/s^2})(6.38 \times 10^6\ \mathrm{m})^2}{6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}} = 5.98 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

o sea, aproximadamente 6.59×10^{21} toneladas.

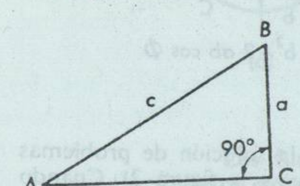
UNIDAD 3 ESTATICA

Objetivo 3.1

Elementos de trigonometría útiles al resolver los problemas de física

Trigonometría del triángulo rectángulo. De las matemáticas que hemos encontrado en este libro ninguna incluye más que las ecuaciones más sencillas de álgebra y las tres funciones más comunes en trigonometría: *seno, coseno* y *tangente*. Sin embargo, éstas son muy usadas en general y no está fuera de lugar hacer aquí un breve repaso. El seno, el coseno y la tangente se emplean principalmente en problemas donde la solución requiere resolver un triángulo rectángulo.

Como se muestra en la figura 1, las letras minúsculas a, b, c, representan las longitudes de los lados del triángulo y las mayúsculas A, B, C, representan sus correspondientes ángulos opuestos. El ángulo $C = 90°$.



Apéndice II. — Fig. 1.

Por definición

$$\text{sen} = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{hipotenusa}}, \quad \cos = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{hipotenusa}}.$$

$$\text{tang} = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{lado opuesto}}$$

(Sería bueno aprender de memoria estas definiciones y con ellas y la figura 1 practicar escribiendo las siguientes ecuaciones:)

(1) $\text{sen}\ A = \dfrac{a}{c}$ (2) $\cos A = \dfrac{b}{c}$ (3) $\text{tang}\ A = \dfrac{a}{b}$

(4) $\text{sen}\ B = \dfrac{b}{c}$ (5) $\cos B = \dfrac{a}{c}$ (6) $\text{tang}\ B = \dfrac{b}{a}$

Cada uno de estas ecuaciones es una relación entre un ángulo y dos lados del triángulo. Por trasposición pueden tomar otra forma útil. Las ecuaciones (1) y (2), por ejemplo, se convierten en

(7) $a = c\ \text{sen}\ A$ (8) $b = c \cos A$

Si se conocen dos de los lados de cualquier triángulo rectángulo, se pueden calcular el otro lado y los dos ángulos agudos con las ecuaciones anteriores. Esto se hace aprovechando los valores trigonométricos del sen, cos y tang dados en la tabla siguiente para todos los ángulos entre 0° y 90°.

Ejemplo: Para un triángulo rectángulo dado, el ángulo $C = 90°$, el lado $a = 6$ cm y el lado $c = 12$ cm. Encontrar el ángulo A, el ángulo B y el lado b.