

10-7 GRAVITACIÓN

La Tierra y los demás planetas describen una órbita casi circular alrededor del Sol. Newton sugirió que la fuerza centrípeta que mantiene este movimiento planetario es sólo un ejemplo de una fuerza universal denominada *gravitación*, que actúa sobre todas las masas que existen en el universo. Él enunció su tesis en la *ley de gravitación universal*:

*Toda partícula en el universo atrae a cualquier otra partícula con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.*

Esta proporcionalidad se suele enunciar en forma de una ecuación:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (10-15)$$

donde  $m_1$  y  $m_2$  son las masas de cualquiera dos partículas separadas por una distancia  $r$ , tal como se ilustra en la figura 10-9.

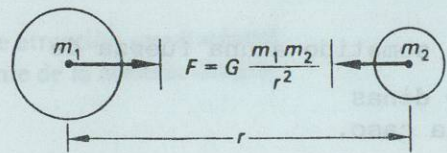


Fig. 10-9 La ley de la gravitación universal.

La constante de proporcionalidad  $G$  es una constante universal igual a

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2 \\ = 3.44 \times 10^{-8} \text{ lb} \cdot \text{pie}^2/\text{slug}^2$$

**Ejemplo 10-7** Dos bolas de plomo que pesan 16 y 8 lb, se encuentran a una distancia de 2 pies entre sí. ¿Con qué fuerza se atraerán mutuamente?

**Solución** Primero debemos calcular las masas a partir de los pesos dados, como sigue:

$$m_1 = \frac{16 \text{ lb}}{32 \text{ pie}/\text{s}^2} = 0.5 \text{ slug}$$

$$m_2 = \frac{8 \text{ lb}}{32 \text{ pie}/\text{s}^2} = 0.25 \text{ slug}$$

La fuerza de atracción se calcula así:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \\ = (3.44 \times 10^{-8} \text{ lb} \cdot \text{pie}^2/\text{slug}^2) \\ \frac{(0.5 \text{ slug})(0.25 \text{ slug})}{(2 \text{ pie})^2} \\ = (3.44 \times 10^{-8} \text{ lb} \cdot \text{pie}^2/\text{slug}^2) \\ (3.12 \times 10^{-2} \text{ slug}^2/\text{pie}^2) \\ = 1.08 \times 10^{-9} \text{ lb}$$

Puede verse así que las fuerzas gravitacionales son muy débiles. En el caso de la gravedad terrestre, dado que la masa de la Tierra es muy grande comparada con la de los objetos que normalmente se hallan en su superficie, suponemos a menudo que las fuerzas gravitacionales son muy grandes. Sin embargo, si consideramos dos pequeñas canicas muy cerca una de la otra sobre una superficie horizontal, nuestra experiencia nos indica claramente que la atracción gravitacional entre ellas es muy débil.

**Ejemplo 10-8** En la superficie de la Tierra, la aceleración gravitacional es de  $9.8 \text{ m/s}^2$ . Si el radio de la Tierra es de  $6.38 \times 10^6 \text{ m}$ , calcule la masa de la Tierra.

**Solución** Consideremos una masa  $m$  cerca de la superficie de la Tierra. La fuerza gravitacional de atracción que experimenta dicha masa está dada por la siguiente fórmula y es igual a su peso.

$$W = mg = G \frac{mm_e}{r^2}$$

Al despejar  $m_e$  nos queda

$$m_e = \frac{gr^2}{G}$$

y de aquí podemos calcular la masa de la Tierra

$$m_e = \frac{(9.8 \text{ m/s}^2)(6.38 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

o sea, aproximadamente  $6.59 \times 10^{21}$  toneladas.

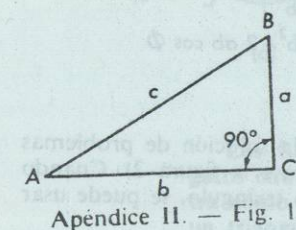
UNIDAD 3 ESTATICA

Objetivo 3.1

ELEMENTOS DE TRIGONOMETRÍA ÚTILES AL RESOLVER LOS PROBLEMAS DE FÍSICA

**Trigonometría del triángulo rectángulo.** De las matemáticas que hemos encontrado en este libro ninguna incluye más que las ecuaciones más sencillas de álgebra y las tres funciones más comunes en trigonometría: *seno*, *coseno* y *tangente*. Sin embargo, éstas son muy usadas en general y no está fuera de lugar hacer aquí un breve repaso. El seno, el coseno y la tangente se emplean principalmente en problemas donde la solución requiere resolver un triángulo rectángulo.

Como se muestra en la figura 1, las letras minúsculas  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , representan las longitudes de los lados del triángulo y las mayúsculas  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , representan sus correspondientes ángulos opuestos. El ángulo  $C = 90^\circ$ .



Por definición

$$\text{sen} = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{hipotenusa}}, \quad \text{cos} = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tang} = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{lado opuesto}}$$

Apéndice II. — Fig. 1.

(Sería bueno aprender de memoria estas definiciones y con ellas y la figura 1 practicar escribiendo las siguientes ecuaciones:)

$$(1) \text{sen } A = \frac{a}{c}$$

$$(2) \text{cos } A = \frac{b}{c}$$

$$(3) \text{tang } A = \frac{a}{b}$$

$$(4) \text{sen } B = \frac{b}{c}$$

$$(5) \text{cos } B = \frac{a}{c}$$

$$(6) \text{tang } B = \frac{b}{a}$$

Cada uno de estas ecuaciones es una relación entre un ángulo y dos lados del triángulo. Por trasposición pueden tomar otra forma útil. Las ecuaciones (1) y (2), por ejemplo, se convierten en

$$(7) a = c \text{sen } A$$

$$(8) b = c \text{cos } A$$

Si se conocen dos de los lados de cualquier triángulo rectángulo, se pueden calcular el otro lado y los dos ángulos agudos con las ecuaciones anteriores. Esto se hace aprovechando los valores trigonométricos del sen, cos y tang dados en la tabla siguiente para todos los ángulos entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .

**Ejemplo:** Para un triángulo rectángulo dado, el ángulo  $C = 90^\circ$ , el lado  $a = 6 \text{ cm}$  y el lado  $c = 12 \text{ cm}$ . Encontrar el ángulo  $A$ , el ángulo  $B$  y el lado  $b$ .



10.7 GRAVITACIÓN

La Tierra y los demás planetas describen una órbita casi circular alrededor del Sol. Newton sugirió que la fuerza centrípeta que mantiene a un planeta en su órbita es la fuerza de atracción gravitacional.

**Solución:** Usando la ecuación (1) y sustituyendo,  $\text{sen } A = 6/12 = 0.5$ . Buscando en la columna de los senos del Apéndice III, el ángulo que se lee es  $30^\circ$ . Puesto que en cualquier triángulo, la suma de los tres ángulos es  $180^\circ$ ,

$$(9) \quad A + B + C = 180^\circ$$

La resta da el ángulo  $B = 60^\circ$ . Aplicando la ecuación (8),  $b = \text{sen } A$ , buscamos el  $\text{cos } 30^\circ$  en las tablas y encontramos 0,866, sustituyendo, da  $b = 12 \times 0,866 = 10,39$  cm.

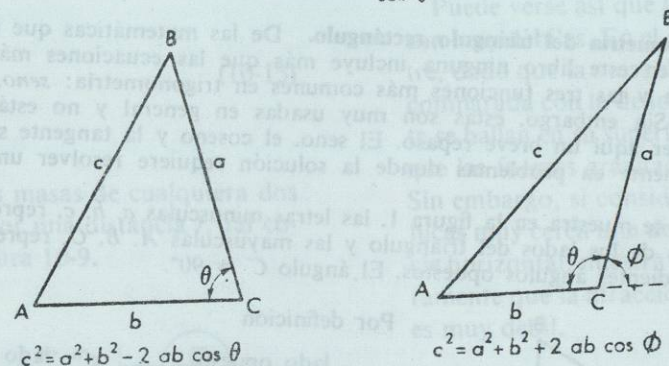
Cuando se conocen dos de los lados de un triángulo rectángulo, el otro lado también se puede calcular por el teorema de que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados.

$$(10) \quad c^2 = a^2 + b^2$$

Cuando en un triángulo rectángulo, uno de los ángulos agudos es conocido, sólo se necesita saber la longitud de uno de los lados para calcular las longitudes de los otros dos lados.

De las definiciones del  $\text{sen}$ ,  $\text{cos}$  y  $\text{tang}$  en las ecuaciones (1), (2) y (3), se notará que la  $\text{tang}$  es igual al  $\text{sen}$  dividido por el  $\text{cos}$ .

$$(11) \quad \text{tang } \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta}$$



Apéndice II. — Fig. 2.

**Solución de cualquier triángulo.** Muchas veces, en la solución de problemas de física, es necesario resolver un triángulo oblicuo (vease la figura 2). Cuando se conocen dos lados y el ángulo comprendido de dicho triángulo, se puede usar la ley de los *cosenos* para calcular el otro lado

$$(12) \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$$

Si el ángulo comprendido es menor de  $90^\circ$  como se ve en el diagrama (a), los valores de  $a$ ,  $b$  y  $\text{cos } \theta$  se sustituyen directamente en la ecuación (12) y se calcula el valor del lado  $c$ . Si el ángulo  $\theta$  es mayor de  $90^\circ$ , como en el diagrama (b), se encuentra el ángulo suplementario  $\phi$  y se usa la ecuación (13)

$$(13) \quad c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \phi$$

En realidad, las ecuaciones (12) y (13) son la misma ecuación, puesto que  $\phi = 180 - \theta$ . En el caso especial de que  $\theta = 90^\circ$ , el coseno se convierte en cero, puesto que  $\text{cos } 90^\circ = 0$ , y ambas fórmulas se reducen a la ecuación (10).

En palabras, la ley de los *cosenos* estipula: *el cuadrado de cualquier lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos su doble producto multiplicado por el coseno del ángulo comprendido.*

Cuando son conocidos los tres lados de un triángulo, todos los ángulos se pueden determinar por la ecuación (12). Al trasponer todos los términos menos el  $\text{cos } \theta$  a un lado de la ecuación.

$$(14) \quad \text{cos } \theta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Con esta fórmula general para el ángulo  $\theta$ , se pueden escribir ecuaciones similares para los tres ángulos de cualquier triángulo,

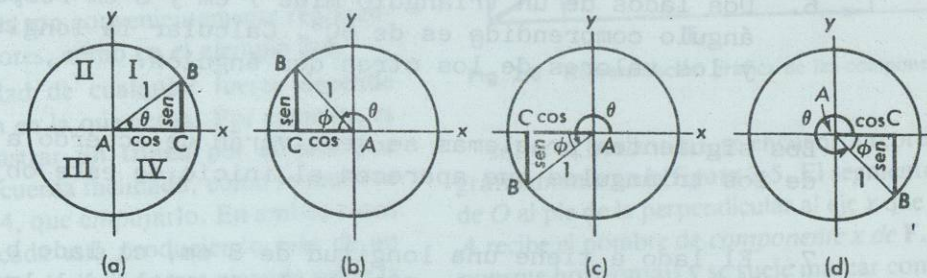
$$(15) \quad \text{cos } A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad \text{cos } B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \\ \text{cos } C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Un valor negativo para el coseno calculado con estas ecuaciones, significa que el ángulo es mayor que  $90^\circ$ . Se puede encontrar su valor buscando en las tablas el ángulo cuyo seno tiene el mismo valor positivo y luego agregarle  $90^\circ$ . Por ejemplo, supongamos,  $\text{cos } A = -0,5$ . Buscando el ángulo cuyo seno es  $+0,500$ , encontramos  $30^\circ$ . Por lo tanto, el ángulo  $A$  es  $30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$ .

Si se conocen dos ángulos y el lado comprendido de un triángulo oblicuo, fácilmente se pueden calcular los otros dos lados por la bien conocida *ley de los senos*.

$$(16) \quad \frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

Dos términos cualesquiera de estas igualdades dan una ecuación con sólo una incógnita.



Apéndice II. — Fig. 3

Las funciones trigonométricas  $\text{sen}$ ,  $\text{cos}$  y  $\text{tang}$ , no sólo se aplican a los ángulos entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  sino también a los ángulos mayores. En la figura 3 se ilustra cómo se aplican en cuatro círculos de radio unidad. El esquema (a) muestra un triángulo rectángulo  $ABC$  con el ángulo de  $90^\circ$  en el primer cuadrante. Por las definiciones del  $\text{sen}$  y  $\text{cos}$  dadas en las ecuaciones (1) y (2), se deduce

$$\text{sen } \theta = BC/AB \quad \text{y} \quad \text{cos } \theta = AC/AB$$

Puesto que  $AB = 1$ , el  $\text{sen } \theta$  es igual a la longitud de la recta  $BC$ . De la ecuación (11), la  $\text{tang } \theta = BC/AC$ .

Todos los ángulos entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$  están en el segundo cuadrante, y se representan por  $\theta$  en el esquema (b). Análogamente, los ángulos entre  $180^\circ$  y  $270^\circ$  quedan en el tercer cuadrante, como se ilustra en el esquema (c) y los ángulos entre  $270^\circ$  y  $360^\circ$  se encuentran en el cuarto cuadrante, como se indica en el diagrama (d). En todos los cuadrantes, la longitud de la recta  $AC = \text{cos } \theta$ , y la relación  $BC/AC = \text{tang } \theta$ .

Para encontrar los valores numéricos de las funciones de todos los ángulos mayores de  $90^\circ$ , primero se determina el ángulo  $\phi$  al encontrar la diferencia entre  $\theta$  y  $180^\circ$  y/o  $360^\circ$ , según el caso. Los valores del  $\text{sen } \phi$ ,  $\text{cos } \phi$  y  $\text{tang } \phi$ , se leen en la tabla del Apéndice III. En el segundo cuadrante, el  $\text{sen}$ , estando en la dirección  $+x$ , es positivo, mientras que el  $\text{cos}$ , estando en la dirección

$-x$  es negativo. En el tercer cuadrante, el  $\text{sen}$  y el  $\text{cos}$  son ambos negativos, mientras que en el cuarto cuadrante el  $\text{sen}$  es negativo y el  $\text{cos}$  positivo.

**Ejemplos:** Sea  $\theta = 150^\circ$ . Encontrar  $\text{sen } \theta$ ,  $\text{cos } \theta$  y  $\text{tang } \theta$ . Restando de  $180^\circ$  da  $\phi = 30^\circ$ . De las tablas del Apéndice III,  $\text{sen } 30^\circ = 0,500$ ,  $\text{cos } 30^\circ = 0,866$  y  $\text{tang } 30^\circ = 0,577$ , dando  $\text{sen } 150^\circ = 0,500$ ,  $\text{cos } 150^\circ = -0,866$  y  $\text{tang } 150^\circ = -0,577$ .



1. Uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es  $33^\circ$  y el lado más corto es de 5 m de largo. Encontrar las longitudes de los otros dos lados y del ángulo restante.
2. Uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es  $48^\circ$  y la hipotenusa es de 6 m de largo. Encontrar el otro ángulo y las longitudes de los lados que faltan.
3. Un triángulo rectángulo tiene lados de longitudes, 3m, 4m y 5m. Calcular los ángulos agudos internos.
4. Dos lados de un triángulo tienen 24.8 y 32.6 m, respectivamente y el ángulo comprendido es de  $35^\circ$ . Encontrar la longitud del otro lado y los valores de los otros dos ángulos.
5. Dos lados de un triángulo tienen 5.7 m y 8.4 m, respectivamente, y el ángulo comprendido es de  $115^\circ$ . Encontrar la longitud del otro lado y los valores de los dos ángulos.
6. Dos lados de un triángulo mide 7 cm y 8 cm respectivamente y el ángulo comprendido es de  $60^\circ$ . Calcular la longitud del otro lado y los valores de los otros dos ángulos.

Los siguientes problemas se resolverán de acuerdo a la nomenclatura de los triángulos que aparecen al inicio de este objetivo.

7. El lado a tiene una longitud de 8 cm, el lado b es de 10 cm y el ángulo C es de  $120^\circ$ . Calcule la longitud del lado C y el valor de los ángulos A y B.
8. La longitud del lado a es de 7 cm y la del lado b es de 8 cm. Si el ángulo A mide  $53^\circ$ . calcule el valor del ángulo B.
9. Los tres ángulos interiores de un triángulo son los siguientes:  $A = 55^\circ$ ,  $B = 55^\circ$  y  $C = 70^\circ$ . Si la longitud del lado c mide 20 cm, ¿Cuáles son las de los lados a y b?

Objetivo 3.2

**LA FUERZA Y SU REPRESENTACIÓN VECTORIAL**

A la acción de empujar o tirar de un cuerpo se le llama *fuerza*. Un resorte estirado ejerce fuerzas sobre los dos objetos a los que sus extremos están unidos; el aire comprimido ejerce una fuerza sobre las paredes del recipiente que lo contiene; y una locomotora ejerce una fuerza sobre los vagones que arrastra. Es probable que la fuerza que nos es más familiar sea la de la atracción gravitacional que la Tierra ejerce sobre cada cuerpo. A

esta fuerza se le llama *peso* del cuerpo. Una fuerza bien definida existe aunque no haya contacto entre la Tierra y los cuerpos que atrae. El SI de unidades tiene al *newton* (N) como unidad de fuerza. Su relación con la unidad del sbg, la libra (lb), es:

$$1 \text{ lb} = 4.45 \text{ N} \quad 1 \text{ N} = 0.225 \text{ lb}$$

Dos de los efectos producidos por fuerzas y que se pueden medir son:

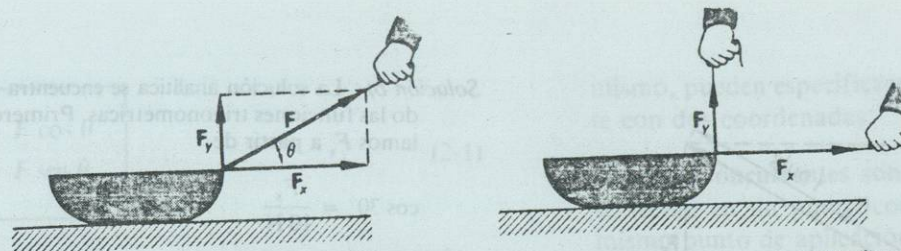


Fig. 2-4 La fuerza F ejercida a un ángulo, puede ser reemplazada por sus componentes horizontal y vertical.

1. Cambiar las dimensiones o forma de un cuerpo
2. Cambiar el movimiento del cuerpo

Dado que en el primer caso no existe desplazamiento resultante del cuerpo, la fuerza que causa el cambio de forma se denomina *fuerza estática*. Si una fuerza cambia el movimiento del cuerpo, recibe el nombre de *fuerza dinámica*. Ambos tipos de fuerzas son convenientemente representadas por vectores, como en el ejemplo 2-4.

La efectividad de cualquier fuerza depende de la dirección en la que actúa. Por ejemplo, es más fácil arrastrar un trineo por el piso por medio de una cuerda inclinada, como se muestra en la figura 2-4, que empujarlo. En ambos casos la fuerza aplicada está produciendo más de un efecto simple. Es decir, la fuerza ejercida sobre la cuerda (acción de tirar) está a la vez levantando el trineo y moviéndolo hacia adelante. Similarmente, al empujar el trineo se produce el efecto de añadir peso al trineo a la vez que se le empuja. Llegamos así a la idea de los *componentes de una fuerza*, es decir, los valores efectivos de la fuerza en otras direcciones diferentes a la de la fuerza misma. En la figura 2-4, la fuerza F puede ser reemplazada por sus componentes horizontal y vertical  $F_x$  y  $F_y$ .

Si una fuerza es representada gráficamente en términos de sus coordenadas polares ( $R, \theta$ ), sus componentes a lo largo de las direcciones x y y pueden ser encontradas analíticamente al determinar sus correspondientes coordenadas rectangulares (x,y). Una fuerza F que actúa a un ángulo

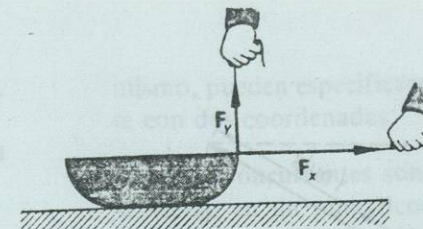


Fig. 2-5 Representación gráfica de las componentes.

sobre la horizontal, se encuentra representado gráficamente en la figura 2-5. El segmento que va de O al pie de la perpendicular al eje x que parte de A recibe el nombre de *componente x de F*. (o componente horizontal) y se suele marcar como  $F_x$ . El segmento que va de O al pie de la perpendicular al eje y que parte de A se denomina *componente y de F* (o componente vertical) y se suele marcar  $F_y$ . Cualquiera de los dos triángulos así formados pueden ser usados para determinar las componentes rectangulares de F. Las dos componentes, al actuar simultáneamente, tienen el mismo efecto neto que la fuerza original F.

**Ejemplo 2-5** Una fuerza de 10 N actúa en una dirección a  $30^\circ$  sobre la horizontal. Encuentre sus componentes x y y a) gráficamente y b) analíticamente.

**Solución a)** Escójase una escala arbitraria tal como 1 pulg = 5 N; dibújese entonces un diagrama a escala, como se muestra en la figura 2-6. Cons-



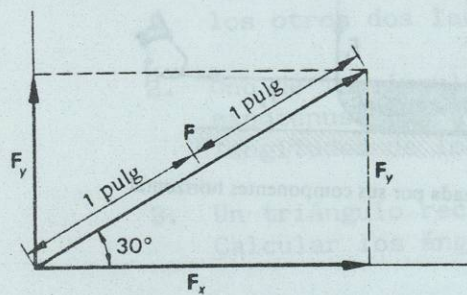


Fig. 2-6 Encontrando las componentes de una fuerza por medio del metodo gráfico.

tráyase un rectángulo y márchense los segmentos que representan a  $F_x$  y  $F_y$ . Al medir con una regla, encontraremos que  $F_x = 1.73$  pulg y  $F_y = 1.0$  pulg. Dado que 1 pulg = 5 N, tendremos

$$F_x = (1.73 \text{ pulg}) \frac{5 \text{ lb}}{\text{pulg}} = 8.65 \text{ lb}$$

$$F_y = (1.0 \text{ pulg}) \frac{5 \text{ lb}}{\text{pulg}} = 5.0 \text{ lb}$$

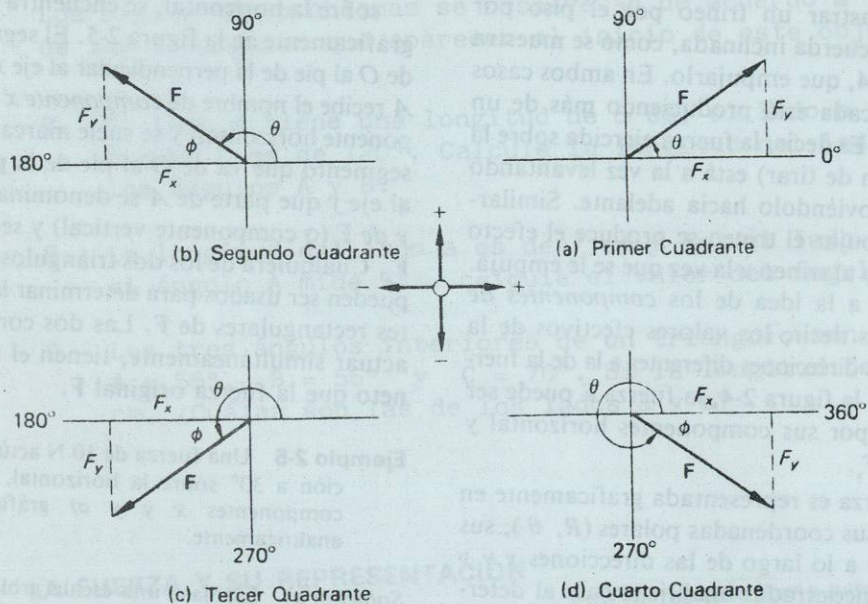


Fig. 2-7 a) En el primer cuadrante, el ángulo  $\theta$  está entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ ; tanto  $F_x$  como  $F_y$  son positivas. b) En el segundo cuadrante, el ángulo  $\theta$  está entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$ ;  $F_x$  es negativa y  $F_y$  es positiva. c) En el tercer cuadrante, el ángulo  $\theta$  está entre  $180^\circ$  y  $270^\circ$ ; tanto  $F_x$  como  $F_y$  son negativas. d) En el cuarto cuadrante, el ángulo  $\theta$  está entre  $270^\circ$  y  $360^\circ$ ;  $F_x$  es positiva y  $F_y$  es negativa.

Solución b) La solución analítica se encuentra utilizando las funciones trigonométricas. Primero calculamos  $F_x$  a partir de

$$\cos 30^\circ = \frac{F_x}{10 \text{ N}}$$

o sea

$$F_x = (10 \text{ N})(\cos 30^\circ) = 8.66 \text{ N}$$

Similarmente, calculamos  $F_y$  a partir de

$$\sin 30^\circ = \frac{F_y}{10 \text{ N}}$$

o sea

$$F_y = (10 \text{ N})(\sin 30^\circ) = 5 \text{ N}$$

Cuando tanto la componente  $x$  como la  $y$  de un vector se expresan en términos del ángulo  $\theta$  entre el vector y el eje  $x$  positivo.

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \theta \\ F_y &= F \sin \theta \end{aligned} \quad (2-1)$$

El signo de una componente dada puede ser determinado de un diagrama de vectores. Las cuatro posibilidades se muestran en la figura 2-7. La magnitud de la componente puede ser hallada al utilizar el ángulo agudo  $\phi$  cuando el ángulo polar  $\theta$  de la ecuación 2-1 sea mayor de  $90^\circ$ .

**Ejemplo 2-6** Encuentre el valor de las componentes  $x$  y  $y$  de una fuerza de 400 N que actúa a un ángulo de  $220^\circ$  a partir del eje  $x$  positivo.

Solución Refiérase a la figura 2-7c, que describe este problema para  $\theta = 220^\circ$ . El ángulo agudo  $\phi$  es

$$\phi = 220 - 180 = 40$$

De la figura, ambos componentes  $x$  y  $y$  son negativos. Por lo que,

$$F_x = -|F \cos \phi| = -(400 \text{ N})(\cos 40^\circ)$$

$$= -(400 \text{ N})(0.766) = -306 \text{ N}$$

$$F_y = -|F \sin \phi| = -(400 \text{ N})(\sin 40^\circ)$$

$$= -(400 \text{ N})(0.643) = -257 \text{ N}$$

Nótese que los signos fueron determinados a partir de la figura. Si cuenta usted con una calculadora que realice funciones trigonométricas, podrá encontrar tanto la magnitud como el signo directamente de la ecuación 2-1.

### RESULTANTE O VECTOR SUMA POR EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN RECTANGULAR

Generalmente varias fuerzas de magnitud, dirección y punto de aplicación diferentes actúan en forma simultánea sobre un cuerpo. Esta sección estudia el efecto único producido por dos o más fuerzas simultáneas. Primero definamos algunos términos.

**Fuerzas coplanares** son cualesquiera fuerzas que actúan en el mismo plano y, por lo

mismo, pueden especificarse completamente con dos coordenadas

**Fuerzas Concurrentes** son fuerzas que intersectan en un punto común o tienen el mismo punto de aplicación.

**Fuerza resultante** es una fuerza única cuyo efecto es el mismo que el de un conjunto de fuerzas concurrentes coplanares.

En el caso especial en que dos fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  son perpendiculares entre sí, como en la figura 2-4, la resultante se puede obtener de

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad \tan \theta = \frac{F_y}{F_x} \quad (2-2)$$

La primera de estas ecuaciones es especialmente útil si se cuenta con una calculadora electrónica con función de raíz cuadrada. De otra manera, quizá sea más fácil encontrar el ángulo primero y después calcular el valor de la magnitud  $R$  de triángulos rectángulos usando trigonometría.

Si  $F_x$  o  $F_y$  son negativos, generalmente es más fácil determinar el ángulo agudo  $\phi$  como se describe en la figura 2-7. El signo de las fuerzas  $F_x$  y  $F_y$  determina el cuadrante que se ha de usar, y la ecuación 2-2 se convierte en

$$\tan \phi = \frac{|F_y|}{|F_x|}$$

Solamente se necesitan los valores absolutos de  $F_x$  y  $F_y$ . Si se desea, se puede calcular el ángulo  $\theta$  que parte del eje  $x$  positivo al conocer el ángulo agudo  $\phi$ . En cualquiera de los casos se deberá identificar claramente la dirección.

**Ejemplo 2-7** ¿Cuál es la resultante de una fuerza de 5 N dirigida horizontalmente a la derecha y una fuerza de 12 N dirigida verticalmente hacia abajo?



**Solución** Márquese las dos fuerzas  $F_x = 5 \text{ N}$  y  $F_y = -12 \text{ N}$ . Dibújese un diagrama de la situación descrita en la figura 2-7d. La magnitud de la resultante se obtiene de la ecuación 2-2:

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5 \text{ N})^2 + (-12 \text{ N})^2}$$

$$R = \sqrt{25 \text{ N}^2 + 144 \text{ N}^2} = \sqrt{169 \text{ N}^2}$$

$$R = 13 \text{ N}$$

Para calcular la dirección, encuéntrese primero el ángulo  $\phi$ :

$$\tan \phi = \left| \frac{-12 \text{ N}}{5 \text{ N}} \right| = 2.4$$

$$\phi = 67.4^\circ \text{ hacia abajo del eje } x$$

El ángulo  $\theta$  medido contra las manecillas del reloj a partir del eje  $x$  positivo es

$$\theta = 360^\circ - 67.4^\circ = 292.6^\circ$$

Si usted no cuenta con una calculadora con función de raíz cuadrada, la magnitud de  $R$  en el ejemplo anterior puede calcularse a partir de

$$R = \frac{F_y}{\sin \phi} \quad \text{o} \quad R = \frac{F_x}{\cos \phi} \quad (2-3)$$

Si lo desea puede comprobar sus resultados por este método.

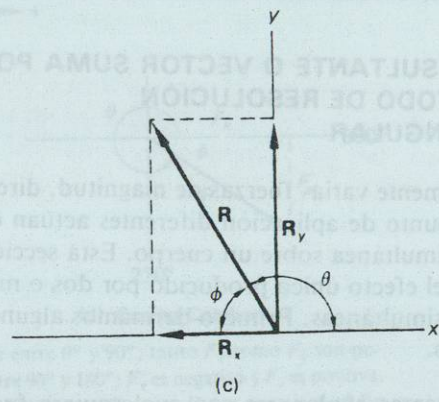
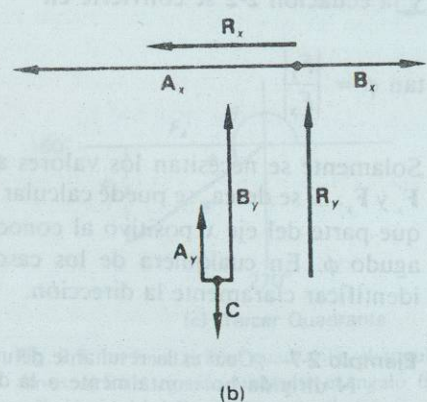
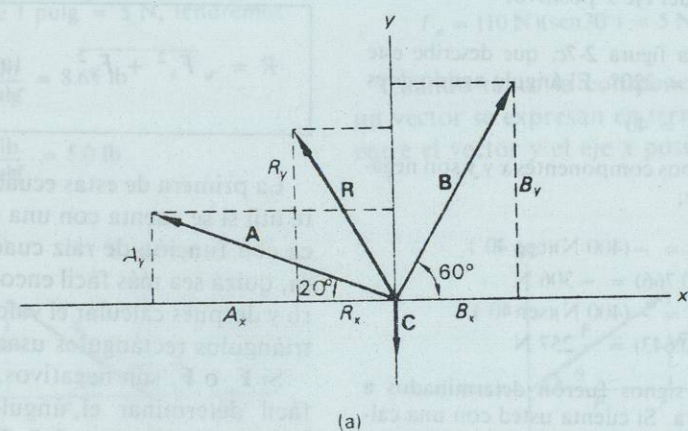


Fig. 2-8 El método de la resolución rectangular.

Para el caso más general en que no todos los vectores se especifican completamente a lo largo de un eje coordenado particular, el método de adición de vectores por componentes podrá ser usado. Por ejemplo, considere los vectores  $A$ ,  $B$  y  $C$  de la figura 2-8a. El siguiente procedimiento se deberá usar para encontrar la resultante:

1. Dibuje todos los vectores a partir del origen en un sistema de ejes coordenados (figura 2-8a).
2. Resuelva todos los vectores en sus componentes  $x$  y  $y$ . (Quizá le convenga desarrollar una tabla de componentes como en el ejemplo 2-8).
3. Encuentre la componente  $x$  de la resultante sumando las componentes en  $x$  de todos los vectores.

$$R_x = A_x + B_x + C_x$$

Encuentre la componente  $y$  de la resultante sumando las componentes en  $y$  de todos los vectores.

$$R_y = A_y + B_y + C_y$$

4. Obtenga la magnitud y la dirección de la resultante a partir de los dos vectores perpendiculares  $R_x$  y  $R_y$ .

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} \quad R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Los pasos 3 y 4 se muestran gráficamente en las figuras 2-8b y 2-8c.

**Ejemplo 2-8** Un entrenador sostiene las riendas de cinco caballos.

Las fuerzas que ejercen sobre el entrenador pueden ser representadas por los cinco vectores:

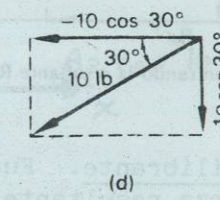
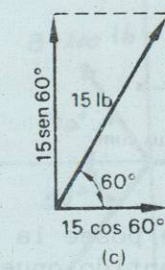
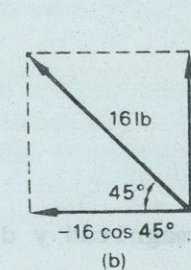
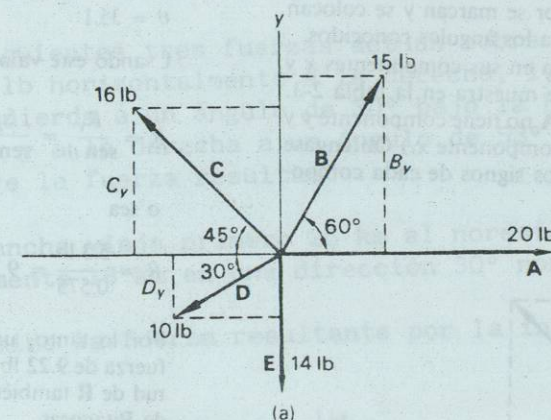


Fig. 2-9 Resolución de todos los vectores en sus componentes  $x$  y  $y$ .