

# Elementos básicos de la estática.  
 La estática es la parte de la mecánica que estudia las fuerzas en equilibrio.

Para el análisis de la composición y descomposición de fuerzas concurrentes se utilizarán los dos teoremas fundamentales de la estática: 1o. La resultante de dos fuerzas con punto de aplicación común, se obtiene trazando por los extremos de los vectores líneas paralelas a ellos; y finalmente trazando la diagonal. Este principio es conocido como ley del paralelogramo.

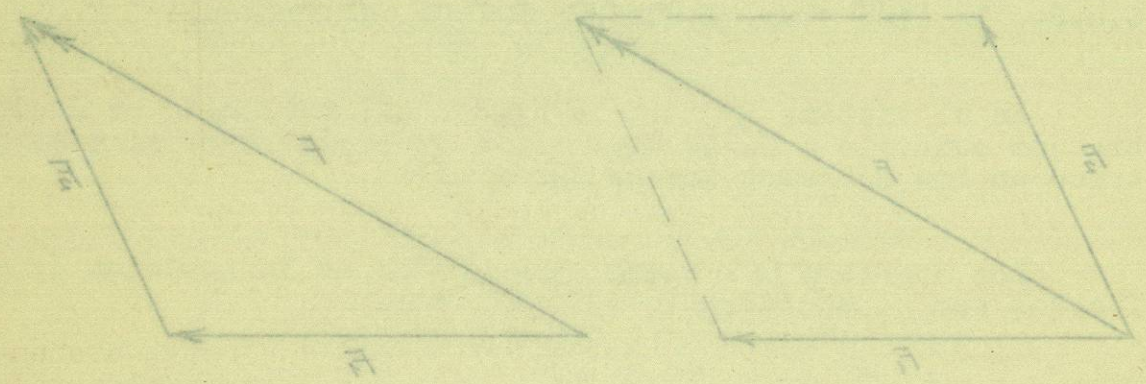


Figura 1  
 Figura 2

So, la resultante de dos fuerzas concurrentes con punto de aplicación común, se obtiene colocando uno de los vectores a continuación del otro (conservando su dirección, sentido y magnitud); y trazando el vector que nos forme el triángulo. Este principio es conocido como ley del triángulo.

5. Momentos de una fuerza.

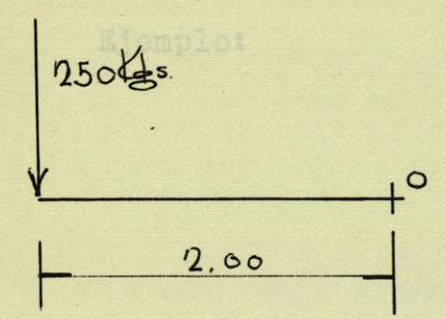
El momento de una fuerza con respecto a un eje es una función de la capacidad de la fuerza para producir giro a un cuerpo alrededor de dicho eje. Por lo tanto se calcula como el producto de la fuerza por la distancia perpendicular desde el eje.

Al observar la figura 3, se nota que la fuerza  $F$  no produce momento con respecto al eje  $X$ .

El signo que se deba dar a un momento depende del sentido del giro; pudiendo ser a favor o en contra de las manecillas del reloj. Las unidades de momento, más frecuentemente utilizadas son: Kg-mt.; Ton-mt y Kg-cm.

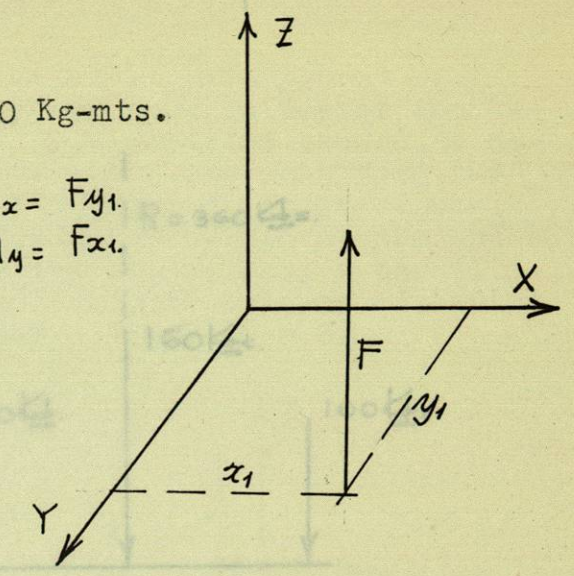
Ejemplo:

$$M = F d = 250 \times 2 = 500 \text{ Kg-mts.}$$



$$M_x = F y_1$$

$$M_y = F x_1$$



6. Teorema de momentos (Varignon).

Siendo un principio de múltiples aplicaciones se enuncia a continuación el Teorema de Varignon: la suma algebraica de los momentos de un conjunto de fuerzas concurrentes, con respecto a cualquier eje es igual al momento de su resultante con respecto al mismo eje.

Se demostrará el teorema para dos fuerzas.

El punto A es arbitrario y siempre se podrán hacer pasar por él los ejes.

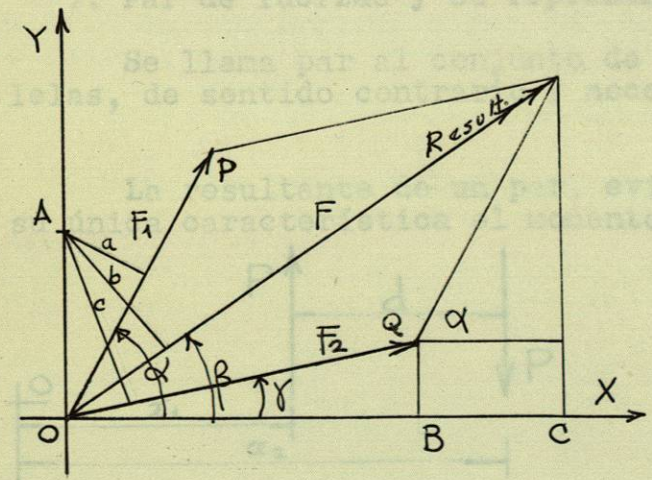


Figura 4

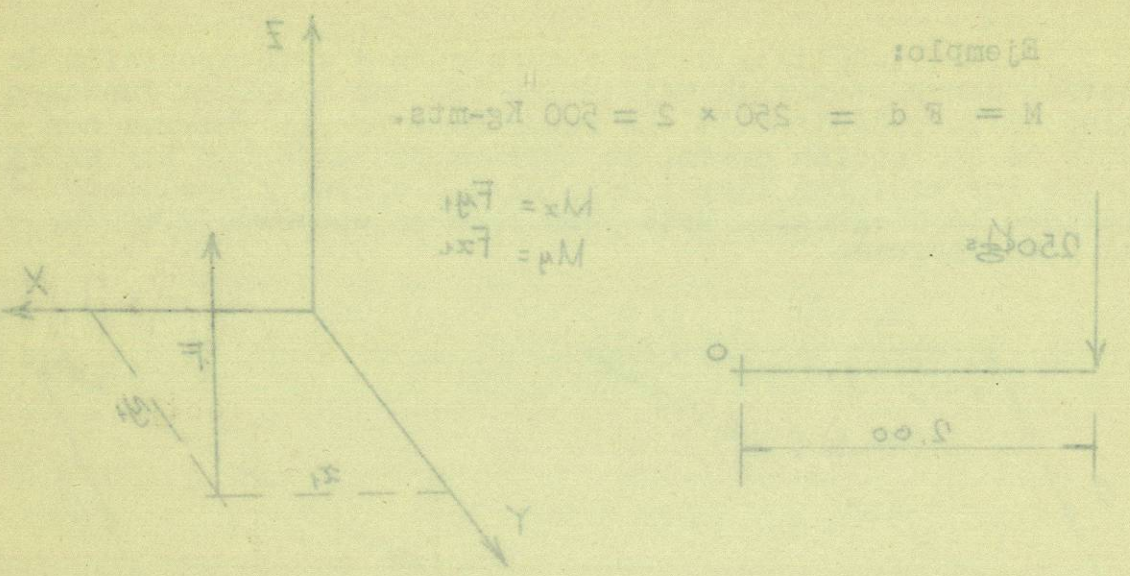
Demostrar que: los, paralelos, de sentido contrario, son iguales.  
 $F_1 a + F_2 c = F b$

De acuerdo con la figura

$$OB + BC = OC$$

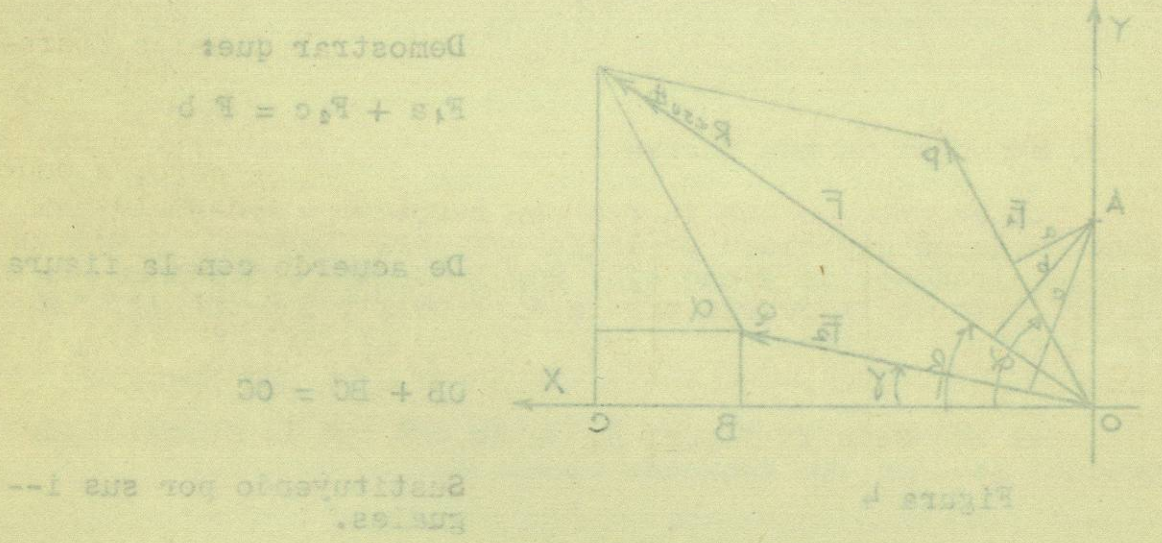
Sustituyendo por sus iguales.

El signo que se da a un momento depende del sentido del giro: positivo ser a favor o en contra de las manecillas del reloj. Las unidades de momento, más frecuentemente se utilizan son: Kg-mt.; Ton-mt. y Kg-cm.



Teorema de momentos (Varignon).  
Siendo un principio de las mismas aplicaciones se suman a continuación el Teorema de Varignon: la suma algebraica de los momentos de un conjunto de fuerzas concurrentes, con respecto a cualquier eje es igual al momento de su resultante con respecto al mismo eje.

Se demostrará el teorema para dos fuerzas.  
El punto A es arbitrario y siempre se podrá hacer pasar por él los ejes.



$$F_2 \cos \gamma + F_1 \cos \alpha = F \cos \beta$$

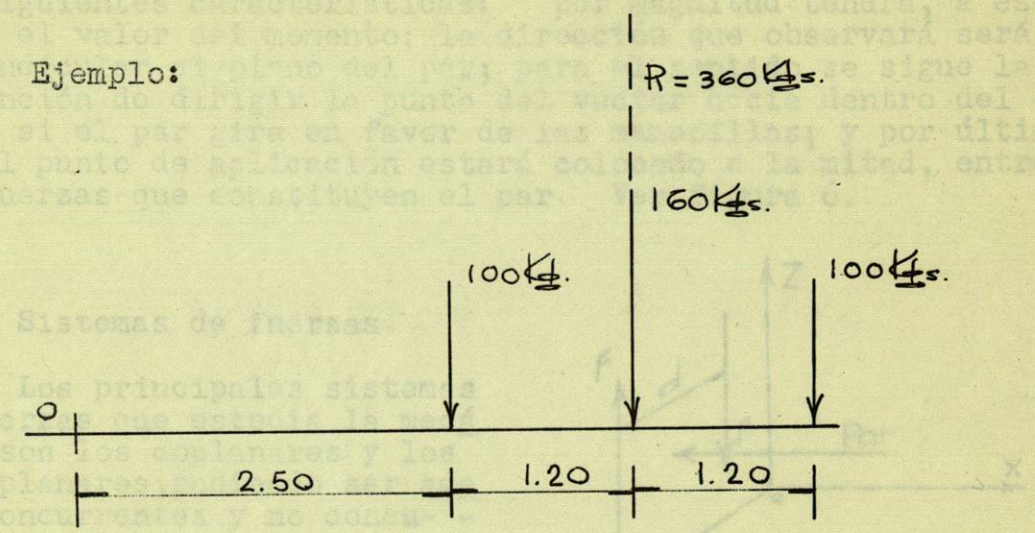
multiplicando por OA

$$\sum F_2 OA \cos \gamma + F_1 OA \cos \alpha = F OA \cos \beta$$

de donde:

$$F_2 c + F_1 a = F b.$$

Ejemplo:



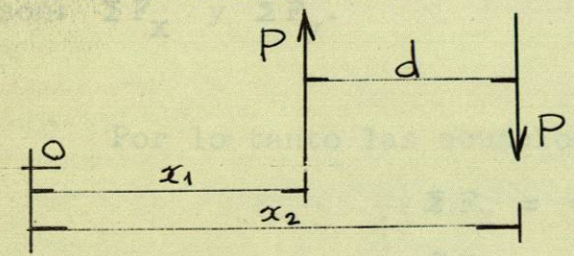
$$M_o = 100 \times 2.50 + 160 \times 3.70 + 100 \times 4.90 = 1332 \text{ Kg-mt.}$$

$$M_o = 360 \times 3.70 = 1332 \text{ Kg-mt.}$$

7. Par de fuerzas y su representación vectorial.

Se llama par al conjunto de dos fuerzas iguales, paralelas, de sentido contrario y colineales.

La resultante de un par, evidentemente es cero; siendo su única característica el momento, que será constante.



$$d P = M$$

Figura 5

En la figura 5, si se toman momentos con respecto al punto 0, se tiene:

$$\sum M_0 = - Px_1 + Px_2 = P(x_2 - x_1) = P d$$

Un par se puede representar mediante un vector con las siguientes características: por magnitud tendrá, a escala, el valor del momento; la dirección que observará será perpendicular al plano del par; para el sentido se sigue la convención de dirigir la punta del vector hacia dentro del plano si el par gira en favor de las manecillas; y por último, el punto de aplicación estará colocado a la mitad, entre las fuerzas que constituyen el par. Ver figura 6.

8. Sistemas de fuerzas.

Los principales sistemas de fuerzas que estudia la mecánica son los coplanares y los no coplanares, pudiendo ser además concurrentes y no concurrentes.

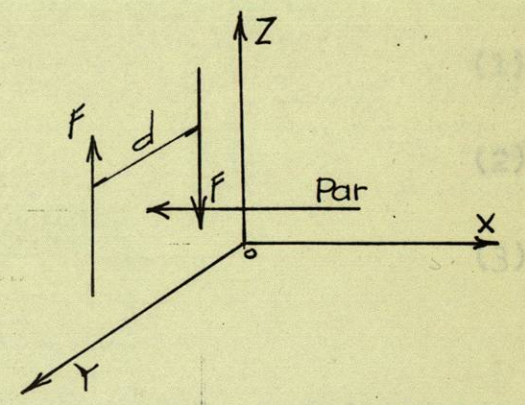


Figura 6

En seguida se encontrarán las ecuaciones de equilibrio para un sistema de fuerzas coplanares, concurrentes, no paralelas.

Se partirá de la condición necesaria, para que un cuerpo esté en equilibrio, o sea que la resultante del sistema de fuerzas sea igual a cero.

Para que la resultante sea cero sus proyecciones en dos ejes cualquiera serán cero también. Dichas proyecciones son:  $\sum F_x$  y  $\sum F_y$ .

Por lo tanto las ecuaciones de equilibrio son:

$$\sum F_x = 0 \tag{1}$$

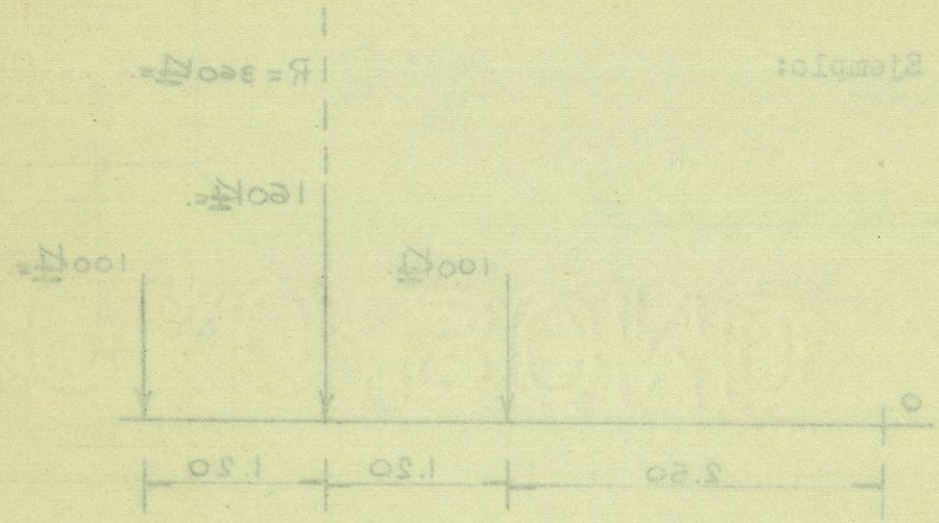
$$\sum F_y = 0 \tag{2}$$

Multiplicando por OA

$$F \cdot OA \cos \alpha + F \cdot OA \cos \beta = F \cdot OA \cos \phi$$

de donde:

$$F_1 \cos \alpha + F_2 \cos \beta = F \cos \phi$$

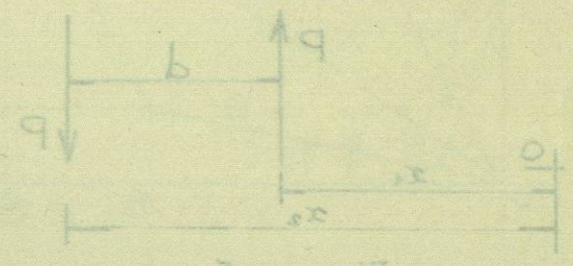


$$M_0 = 100 \times 2.50 + 100 \times 1.50 + 100 \times 1.20 = 1 \ 332 \text{ Kg-mt.}$$

$$M_0 = 360 \times 3.70 = 1 \ 332 \text{ Kg-mt.}$$

Se llama par al conjunto de dos fuerzas iguales, pero de sentido contrario y no colineales.

La resultante de un par, evidentemente es cero; sin embargo, su línea característica el momento, que será constante.



$$M = P b$$

Figura 5

Por último, se determinarán las ecuaciones de equilibrio para un sistema de fuerzas coplanares, no concurrentes no paralelas.

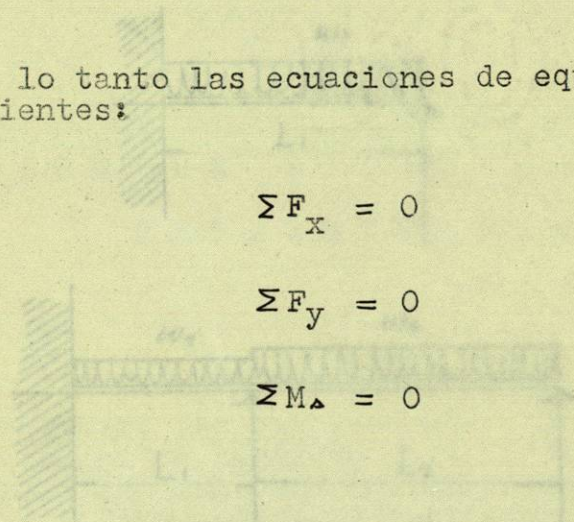
Para que un sistema de este tipo esté en equilibrio es necesario, además de que la resultante valga cero; que el momento en cualquier punto sea cero. Esto es debido a que aun con la resultante nula, pudiese existir un par que destruiría el equilibrio.

Por lo tanto las ecuaciones de equilibrio son las tres siguientes:

$$\sum F_x = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_y = 0 \tag{2}$$

$$\sum M_A = 0 \tag{3}$$



### 9. Estructuras estáticamente determinadas e indeterminadas.

Para cualquier análisis de estática, en el cual se desconozcan varias incógnitas (fuerzas, direcciones, etc.), se hace uso de las ecuaciones de equilibrio encontradas con anterioridad.

Es evidente que si el número de incógnitas es mayor del número de ecuaciones de equilibrio el sistema de simultáneas formado no podrá resolverse, llamándose a este tipo de estructura, estáticamente indeterminada. Para resolver este tipo de problemas se usan métodos basados en artificios, los cuales no se tratarán en esta sección.

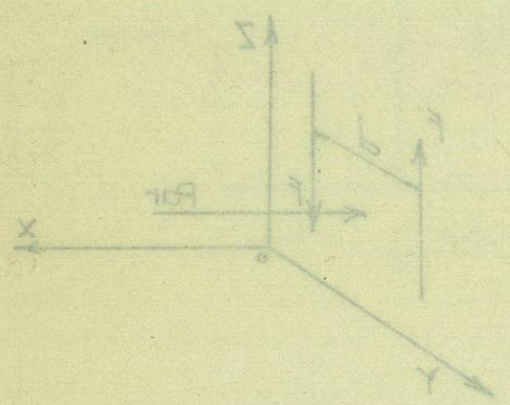
Cuando el número de incógnitas sea igual o menor al número de ecuaciones de equilibrio, el sistema de simultáneas podrá ser resuelto; conociéndose este tipo de estructuras como estáticamente determinada.

En la Fig. 7 aparecen algunas vigas est. indeterminad.

En la figura 5, si se toman momentos con respecto al punto O, se tiene:

$$\sum M_o = -P_1x_1 + P_2x_2 = P \cdot d$$

Un par se puede representar mediante un vector con las siguientes características: por magnitud tendrá el valor del momento; la dirección que observará será perpendicular al plano del par; el sentido se sigue la convención de dextrar la punta del vector hacia dentro del plano si el par gira en favor de las manecillas; y por último, el punto de aplicación estará colocado a la mitad, entre las fuerzas que constituyen el par. Ver figura 6.



### 8. Sistemas de fuerzas.

Los principales sistemas de fuerzas que estudia la mecánica son los coplanares y los no coplanares, pudiendo ser éstos más concurrentes y no concurrentes.

En seguida se encontrarán las ecuaciones de equilibrio para un sistema de fuerzas coplanares, concurrentes, no paralelas.

Figura 6

Se partirá de la condición necesaria, para que un cuerpo esté en equilibrio, a saber que la resultante del sistema de fuerzas sea igual a cero.

Para que la resultante sea cero sus proyecciones en los ejes cartesianos serán cero también. Dichas proyecciones son:

$$\sum F_x = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_y = 0 \tag{2}$$

Por lo tanto las ecuaciones de equilibrio son:

Por último, se determinarán las reacciones de equilibrio para un sistema de fuerzas coplanares, no concurrentes, no paralelas.

Para que un sistema de este tipo esté en equilibrio es necesario, además de que la resultante sea cero, que el momento en cualquier punto sea cero. Esto es debido a que aun con la resultante nula, pudiese existir un par que destruyera el equilibrio.

Por lo tanto las ecuaciones de equilibrio son las tres siguientes:

- (1)  $\sum F_x = 0$
- (2)  $\sum F_y = 0$
- (3)  $\sum M_A = 0$

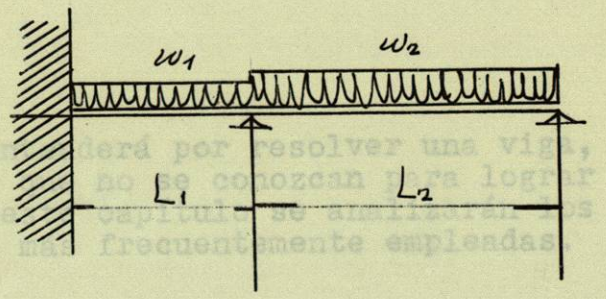
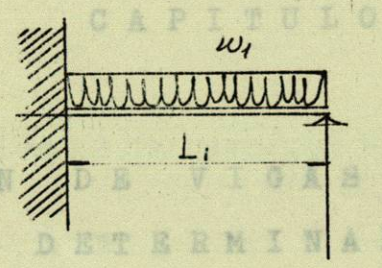
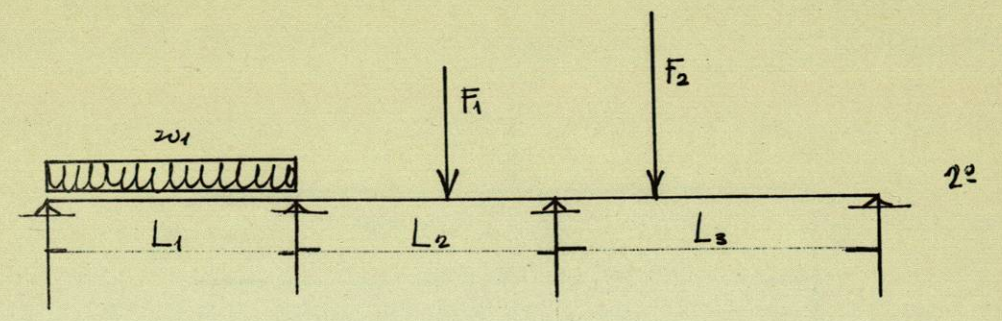
3. Estructuras estáticamente determinadas e indeterminadas.

Para cualquier análisis de estática, en el cual se desconocen varias incógnitas (fuerzas, distancias, etc.), se hace uso de las ecuaciones de equilibrio encontradas con anterioridad.

Es evidente que si el número de incógnitas es mayor del número de ecuaciones de equilibrio el sistema de ecuaciones formado no podrá resolverse, llamándose a este tipo de estructuras, estáticamente indeterminadas. Para resolver este tipo de problemas se usan métodos basados en el principio de los desplazamientos en esta sección.

Cuando el número de incógnitas sea igual o menor al número de ecuaciones de equilibrio, el sistema de ecuaciones podrá ser resuelto; conociéndose este tipo de estructuras como estáticamente determinadas.

En la Fig. 7 aparecen algunas vigas estáticamente indeterminadas.



Se deberá por resolver una viga, encontrar todas las reacciones que se conozcan para lograr el equilibrio de la viga. En este capítulo se analizarán los tipos de viga con las cargas más frecuentemente empleadas.

### 10. Concepto de viga.

Figura 7. Vigas estáticamente indeterminadas. Trabaja para resistir esfuerzos de flexión, proporcionados por cargas transversales a su eje.

Existen miembros que además de poseer esfuerzos de flexión, resisten esfuerzos axiales de compresión, los cuales no se tratarán en este capítulo. Los miembros trabajando a flexión y compresión se estudiarán en la tercera parte.

Para la solución de las vigas estáticamente indeterminadas se utilizarán las ecuaciones de equilibrio.