CAPITULO III

DISEÑO DE MIEMBROS ESTRUCTURALES SOMETIDOS A ESFUERZOS DE FLEXION

En este capítulo se estudiará el diseño de vigas de material homogéneo, solamente, como el acero y la madera; tratándose el concreto reforzado en la tercera parte.

11. Fuerza cortante vertical.

Para encontrar la fuerza cortante en la sección A - A de la viga que aparece en la figura, se representa en cuerpo libre uno de los segmentos de la viga, obteniendo la fuerza y el momento necesarios para establecer el equilibrio.

Para éste la fuerza cortante V tiene un valor de $wL/4$ siendo ésta, la fuerza vertical que equilibra el segmento analizado.

En general, la fuerza cortante vertical de una sección en una viga es la suma algebraica de las fuerzas externas que se encuentran de un lado de la sección.

En el caso de haber representado en cuerpo libre el otro segmento de la viga, se obtendría el mismo valor de V, solamente con signo contrario.

12. Momento flexionante.

Para encontrar el momento en cualquier sección de una viga, se utiliza un proceso semejante al caso anterior.

Se representa en cuerpo libre uno de los segmentos de la viga y se obtiene el momento que equilibre al momento actuante, en esa sección.

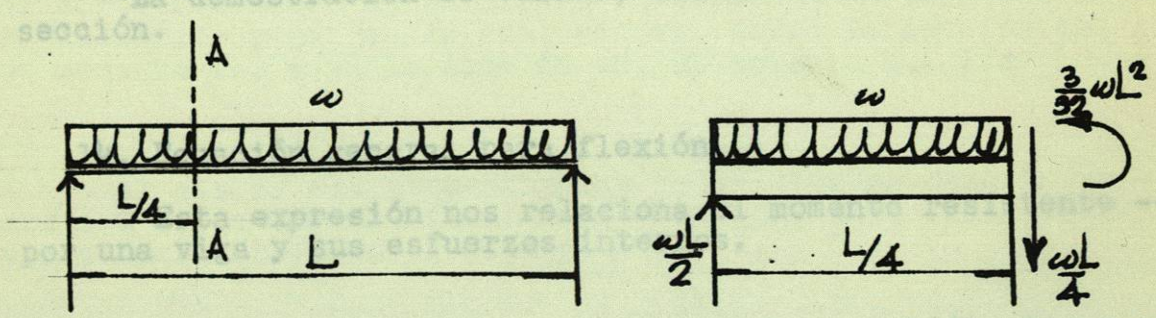
En el caso anterior, el momento flexionante en la sección A - A, tiene un valor de $3/32\ wL^2$.

En general, el momento de flexión en una sección de una viga se obtiene mediante la suma algebraica de los momentos, con respecto a dicha sección, de todas las fuerzas que se encuentren a uno de los lados.

13. Posición del eje neutro.

Se le llama eje neutro en una viga a la fibra sobre la cual los esfuerzos de flexión son iguales a cero. Se demuestra que dicho eje coincide con el centroidal.

Para encontrar la posición del eje neutro se parte de la ecuación de equilibrio en cualquier sección, o sea, los esfuerzos totales de compresión iguales a los esfuerzos totales de tensión.



El esfuerzo total en cada área diferencial dA; en donde s es el esfuerzo a una altura y; es $s_y dA$.

Aplicando la ecuación de equilibrio se obtiene:

$$\int s_y \, dA = 0$$

multiplicando por $\frac{y}{y}$

$$\int \frac{s_y}{y} \, y \, dA = 0$$

puesto que $\frac{s_y}{y}$ es una constante, debido a la distribución lineal de esfuerzos, resulta:

$$\int y \, dA = 0$$

o sea, el momento estático de la sección es cero.

A su vez

$$\int y \, dA = a \, \overline{y} = 0$$

De donde $\overline{y} = 0$; o sea coincide el eje neutro con el centroidal.

La demostración es válida, aun sin ser rectangular la sección.

14. Ecuación general para flexión.

Esta expresión nos relaciona el momento resistente -- por una viga y sus esfuerzos internos.

El esfuerzo total en un área diferencial dA, tiene como valor $s_y \, dA$ y el momento de dicho esfuerzo $s_y \, dA \; y$; por -

lo tanto el momento total vale:

$$M = \int s_y \, y \, dA$$

(Fig. 9)

multiplicando por $\frac{y}{y}$ se obtiene:

$$M = \int \frac{s_y}{y} \, y^2 \, dA$$

en donde $\frac{s_y}{y} = \frac{s}{c}$ por la distribución lineal de esfuerzos siendo s el esfuerzo en la fibra más alejada.

Sustituyendo $\int y^2 \, dA = I$ resulta:

$$M = \frac{s}{c} I$$

A la relación $\frac{I}{c}$ se le llama módulo de sección y se re presenta por z.

$$M = s \, Z$$

15. Ecuación general para esfuerzos cortantes.

Para obtener la relación entre el esfuerzo cortante y el corte actuante, se analizará un segmento de longitud dx, en cualquier viga; en la cual actúan; sobre la sección ab, un momento M_1, y en la sección cd, un momento M_2. Fig. 10.

Al aislar esa pequeña parte de la viga se observa un - corte C sobre la superficie de separación, cuyo valor es, -- por el equilibrio en el elemento $C = C_2 - C_1$

Por otra parte, $C = s_s \, dx \, b$

considerando s como constante, debido a que actúa en una - longitud dx.

Igualando las expresiones anteriores se obtiene:

$$C_2 - C_1 = s_s \, b \, dx \tag{4}$$

en donde $$C_2 = \int_{y_0}^{c} s_{y_2} \, dA$$

siendo s_y, el esfuerzo a una altura y del eje neutro, sobre la cara cd.

Recordando la proporcionalidad $$\frac{s_y}{y} = \frac{s_2}{c}$$ se obtiene:

$$C_2 = \int_{y_0}^{c} \frac{s_2}{c} \, y \, dA$$

similarmente $$C_1 = \frac{s_1}{c} \int_{y_0}^{c} y \, dA$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (4) resulta

$$s_s \, b \, dx = \frac{s_2 - s_1}{c} \int_{y_0}^{c} y \, dA$$

De la ecuación de flexión

$$s_1 = \frac{M_1 c}{I} \qquad s_2 = \frac{M_2 c}{I} \text{ ; obteniendo}$$

$$s_s \, b \, dx = \frac{M_2 - M_1}{I} \int_{y_0}^{c} y \, dA$$

en donde $M_2 - M_1 = dM$, por estar actuando a una distancia dx.
Despejando s_s de la ecuación anterior se obtiene:

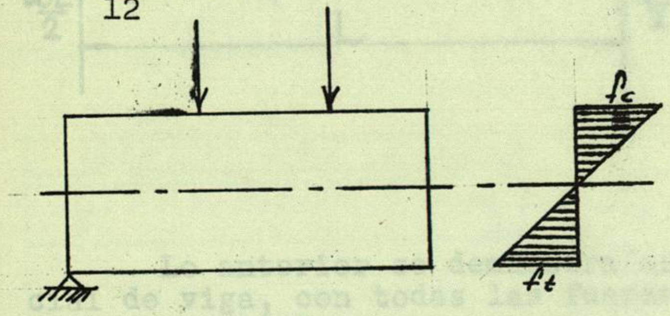
$$s_s = \frac{V}{Ib}\int_{y_0}^{c} y\, dA; \quad \text{puesto que } \frac{dM}{dx} = V,$$

y recordando que $\int_{y_0}^{c} y\, dA = A\,\bar{y};$ se obtiene finalmente:

$$s_s = \frac{V}{Ib} A\,\bar{y}$$

En una viga de sección rectangular el esfuerzo cortante máximo tiene como valor

$$s_s = \frac{V}{\frac{1}{12} b\, d\, b} \cdot \frac{b\, d}{2}\,\frac{d}{4} = \frac{3}{2}\,\frac{V}{b\, d}$$



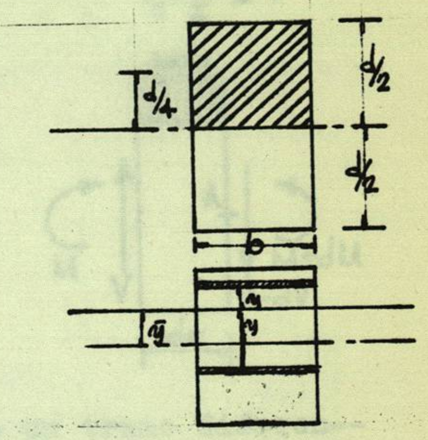


Figura 9

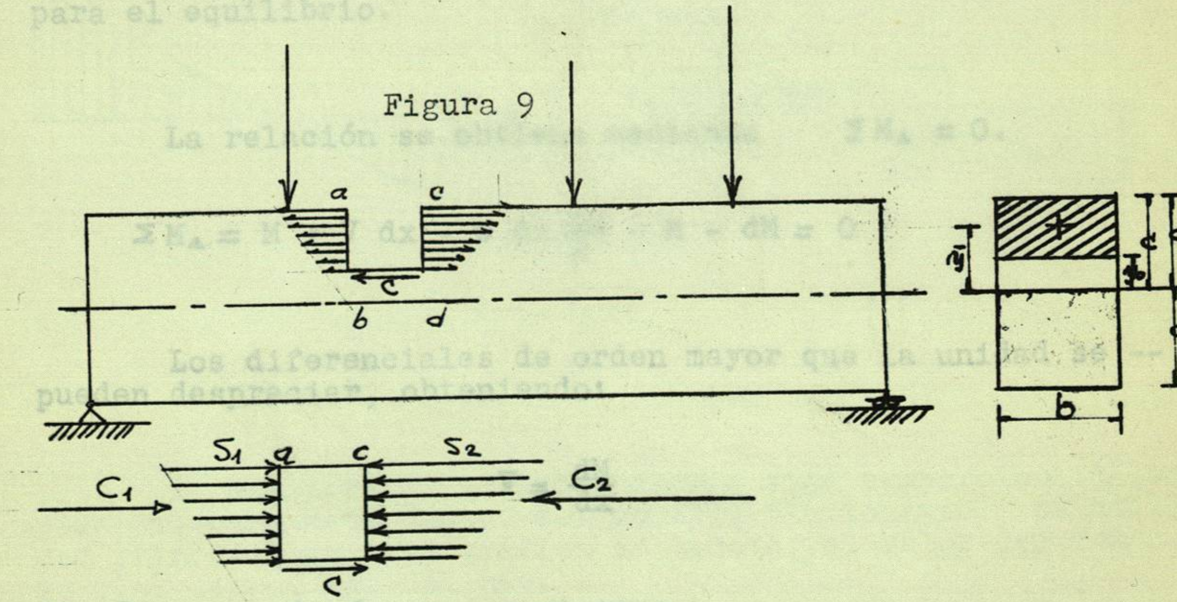


Figura 10