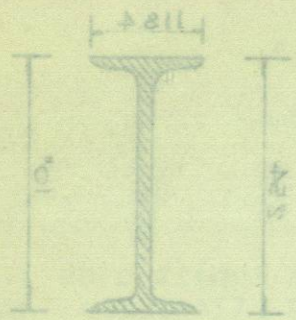
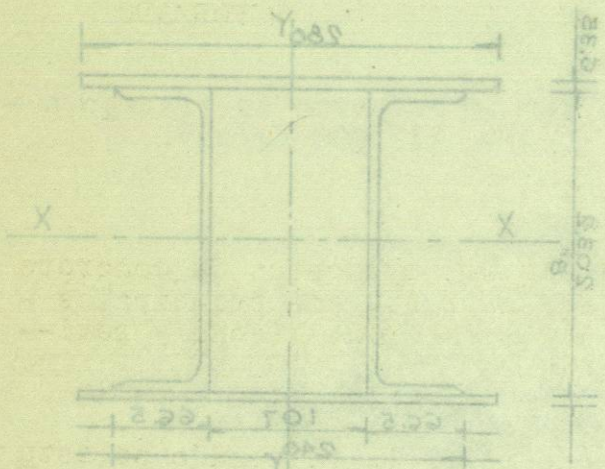


PROBLEMAS.

Calcular la máxima carga que puede soportar una columna de 3.50 metros de altura, con extremos considerados como articulados y con la siguiente sección.



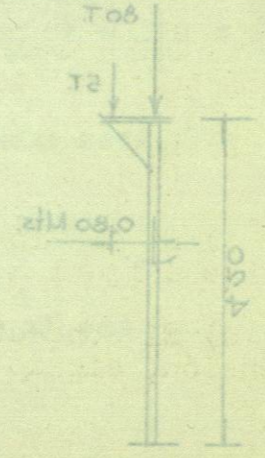
1.  
 $r = 2.76 \text{ cms.}$   
 $A = 47.25 \text{ cm}^2$



2.  
 $I_{xx} = 3970.2 \text{ cm}^4$   
 $I_{yy} = 197.4 \text{ cm}^4$   
 Área de un canal:  $40.32 \text{ cm}^2$

3. Calcular la máxima carga que puede soportar una columna de madera de 6" X 6" con una longitud de 6.00 metros, considerada doblemente empotrada. El esfuerzo de tracción de la madera de pino que se utilizará es de 70 Kg/cm<sup>2</sup>.

4. Diseñar la columna que aparece en la figura con un perfil de acero estructural.



a) Existe adherencia ideal entre el concreto y el acero.

b) Durante el fraguado no se producen esfuerzos en el concreto.

Todas estas hipótesis se basan en la condición de que los materiales se comportan dentro de sus límites elásticos.

CAPITULO IV

DISEÑO DE MIEMBROS DE CONCRETO REFORZADO

Se tratarán en este capítulo los elementos de concreto reforzado indispensables para resolver los dos principales problemas que se presentan en la ingeniería: diseño y revisión de estructuras.

En el diseño de columnas de concreto reforzado se estudiará únicamente el caso de columnas con carga axial.

13. Teoría de la flexión para vigas y losas.

Las hipótesis en que se basa la teoría para el cálculo de miembros de concreto reforzado sujetos a flexión son las siguientes:

- a) Las secciones planas antes de la deformación, permanecerán planas después de ella. (Hipótesis de Navier)
- b) Los esfuerzos son proporcionales a las deformaciones. (Ley de Hooke).
- c) El módulo de elasticidad del concreto se supone constante e igual a 1 000 f'c.
- d) El concreto no resiste ningún valor del esfuerzo de tensión, siendo absorbido éste, totalmente por el acero.



- e) Existe una adherencia ideal entre el concreto y el acero.
- f) Durante el fraguado no se producen esfuerzos en el concreto.

Todas estas hipótesis se formulan con la condición de estar los materiales (concreto y acero) trabajando dentro de los límites elásticos.

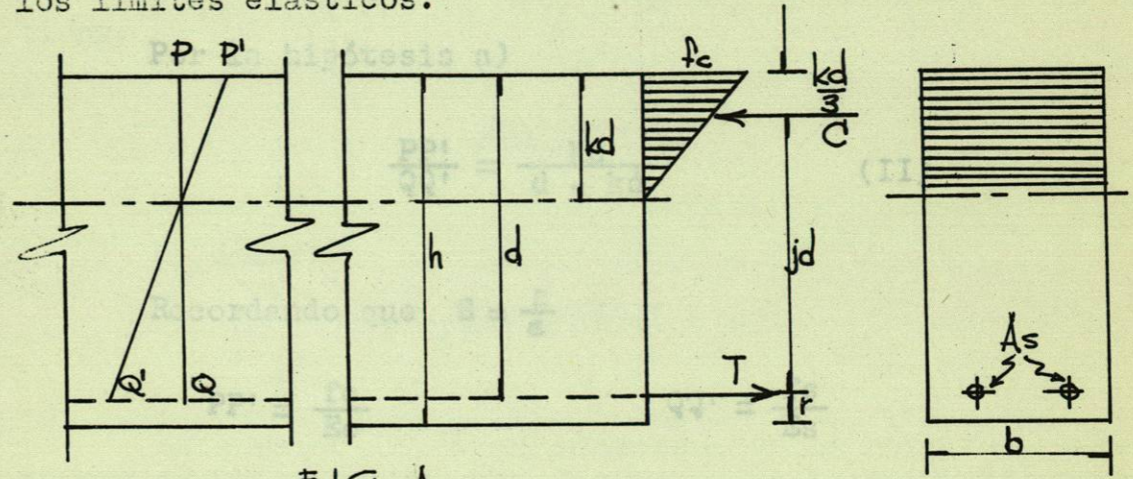


FIG. A

En la figura A se representa un segmento de una viga rectangular de concreto reforzado.

La sección PQ pasará a ser la P'Q' después de cargada la viga, o sea PP' es la deformación sufrida por el concreto y QQ' la elongación producida en el acero.

Se supone que únicamente el concreto trabaja en un área  $kd \times b$  de la sección; por lo que la compresión total C que resiste la viga, tiene como valor:

$$C = \frac{1}{2} f_c k d b = \frac{1}{2} f_c k b d.$$

ro: y la fuerza total de tensión, desarrollada por el acero:

$$T = A_s f_s$$

siendo  $f_c$  y  $f_s$  los esfuerzos admisibles o de trabajo del concreto y acero respectivamente.



Para que el segmento analizado esté en equilibrio la fuerza total de compresión debe ser igual a la fuerza total de tensión, o sea

$$k = \frac{A_s f_s}{\frac{1}{2} f_c b d} = C = T = \frac{p f_s}{\frac{1}{2} f_c} \quad (I)$$

$$\frac{1}{2} f_c k b d = A_s f_s$$

y sustituyendo en esta ecuación el valor de  $f_s$  se obtiene:

Por la hipótesis a)

$$\frac{PP'}{QQ'} = \frac{2n(1-k)}{d - kd} \quad (II)$$

de donde:

Recordando que  $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$

$$PP' = \frac{f_c}{E_c} \quad QQ' = \frac{f_s}{E_s}$$

Este valor de  $k$  es utilizado en la revisión, puesto que se necesita conocer  $p$  que es la relación del área de acero y el área efectiva de concreto; y además el valor de  $n$  que representa el cociente de módulos de elasticidad.

$$\frac{PP'}{QQ'} = \frac{E_s f_c}{E_c f_s} = n \frac{f_c}{f_s}$$

El valor de  $j$  se obtiene como sigue:

Por definición:

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad r = \frac{f_s}{f_c} \quad p = \frac{A_s}{b d}$$

Sustituyendo en la ecuación (II), se obtiene:

El momento resistente de la viga puede calcularse mediante el par fórmula  $M = C \cdot j d$ .

$$\frac{n f_c}{f_s} = \frac{k d}{d - k d} \quad (III)$$

$$M_c = \frac{1}{2} f_c k b d \cdot j d = \frac{1}{2} f_c k j b d^2$$

$$f_s = \frac{n f_c (1 - k)}{k}$$

o bien:

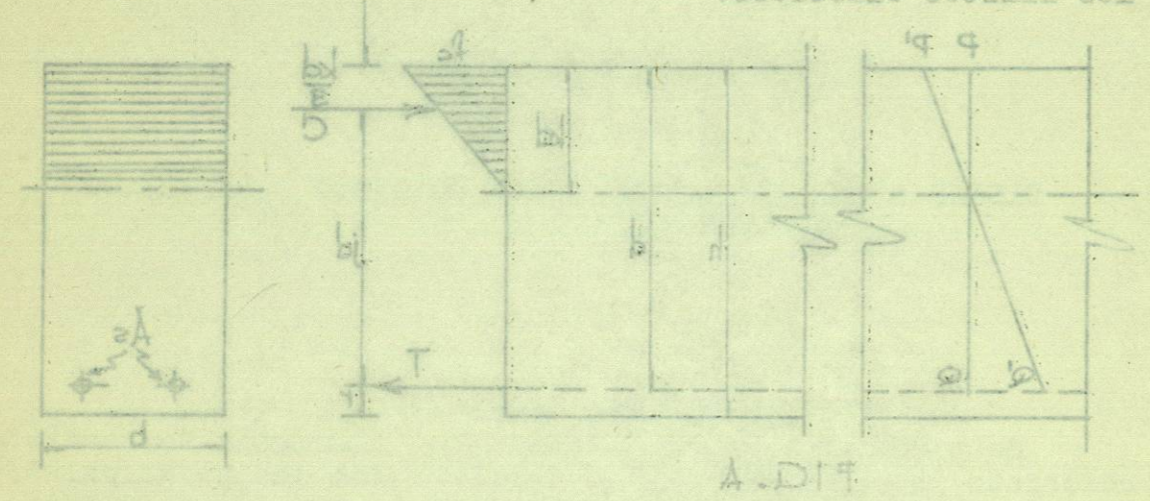
$$f_c = \frac{f_s k}{n (1 - k)}$$

Si se conoce  $f_s$  se obtiene el momento resistente por la viga  $M = K b d^2$

e) Existe una adherencia íntima entre el concreto y el acero.

f) Durante el fragado no se producen esfuerzos en el acero.

Todas estas hipótesis se formulan con la condición de que los materiales (concreto y acero) trabajen dentro de los límites elásticos.



En la figura A se representan un segmento de una viga rectangular de concreto reforzado.

La sección PQ parte a ser la PP' después de cargar la viga, o sea PP' es la deformación sufrida por el concreto y QQ' la elongación producida en el acero.

Se supone que únicamente el concreto trabaja en un lado de la viga, por lo que la compresión total  $C$  que resiste la viga, tiene como valor:

$$C = \frac{1}{2} f_c k b d$$

Y la fuerza total de tensión, desarrollada por el acero

$$T = A_s f_s$$

siendo  $f_c$  y  $f_s$  las fuerzas admisibles o de trabajo del concreto y acero respectivamente.



El valor de k se puede obtener de la ecuación (I)

$$k = \frac{A_s f_s}{\frac{1}{2} f_c b d} = \frac{A_s f_s}{b d \frac{1}{2} f_c} = \frac{p f_s}{\frac{1}{2} f_c}$$

El valor de k se encuentra partiendo de la ecuación (III)

y sustituyendo en esta ecuación el valor de fs se obtiene:

$$k = \frac{2np(1-k)}{k}$$

de donde:

$$k = \sqrt{2np + (np)^2} - np$$

Este valor de k es utilizado en la revisión, puesto que se necesita conocer p que es la relación del área de acero y el área efectiva de concreto; y además el valor de n que representa la relación de módulos de elasticidad.

El valor de j se obtiene como sigue:

$$jd = d - \frac{kd}{3}$$

$$j = 1 - \frac{k}{3}$$

El momento resistente de la viga puede calcularse mediante el par formado por C y T.

$$M_c = \frac{1}{2} f_c k b d \quad jd = \frac{1}{2} f_c k j b d^2$$

o bien:  $M_s = A_s f_s j d$

Si se nombra por K a 1/2 fc kj se obtiene el momento resistente por la viga

$$M = K b d^2$$

Para que el segmento analizado esté en equilibrio la fuerza total de compresión debe ser igual a la fuerza total de tensión, o sea

$$C = T$$

$$\frac{1}{2} f_c k b d = A_s f_s \quad (I)$$

Por la hipótesis a)

$$\frac{p f_s}{\frac{1}{2} f_c} = \frac{A_s f_s}{\frac{1}{2} f_c b d} \quad (II)$$

Recordando que  $R = \frac{E}{E_s}$

$$p f_s = \frac{A_s f_s}{b d}$$

$$p f_s = \frac{A_s f_s}{b d}$$

$$\frac{p f_s}{\frac{1}{2} f_c} = n \frac{A_s f_s}{b d}$$

Por definición:

$$p = \frac{A_s}{b d}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

Sustituyendo en la ecuación (II), se obtiene:

$$\frac{p f_s}{\frac{1}{2} f_c} = \frac{A_s f_s}{\frac{1}{2} f_c b d} \quad (III)$$

$$\frac{p f_s}{\frac{1}{2} f_c} = \frac{A_s f_s}{\frac{1}{2} f_c b d}$$

$$\frac{p f_s}{\frac{1}{2} f_c} = \frac{A_s f_s}{\frac{1}{2} f_c b d}$$



Para que la sección de la viga y su refuerzo sean correctos, el momento actuante deberá ser igual o un poco menor del momento resistente.

El valor de k para diseño se encuentra partiendo de la ecuación (III)

$$n r = \frac{kd}{d - kd}$$

de donde:  $k = \frac{n}{n + r}$

El área de acero necesaria se calculará despejando As de la ecuación de Ms.

$$As = \frac{Ms}{fs jd}$$

En la colocación del refuerzo se deben llenar los siguientes requisitos: la separación entre varillas deberá ser la necesaria para permitir el paso del concreto y en esa forma, queden completamente embebidas; en todo el plano de las varillas deberá existir concreto para una eficiente transmisión de los esfuerzos de corte y por último también abajo -- del plano de las varillas deberá haber concreto, con el objeto de proteger el acero de la humedad, la posibilidad de fuego, etc.

Las especificaciones del A.C.I. limitan la separación libre entre varillas a ser menor de a) 2.5 cms. b) el diámetro de las varillas y c) 1 1/3 veces el tamaño máximo del agregado grueso.

También especifica el Código del A.C.I. el recubrimiento mínimo abajo del refuerzo en vigas con un valor de 4 centímetros, usándose 5 cms. comúnmente. En losas el recubrimiento mínimo es de 2 centímetros.

Las losas pueden ser apoyadas en una dirección, en cuyo caso su cálculo es similar al de las vigas; y además es--



tar apoyadas en dos direcciones, en este último caso la distribución de la carga se puede efectuar mediante coeficientes.

Para el primer caso se considera la losa, formada por un número determinado de vigas de 1.00 metro de ancho, siendo suficiente diseñar una de las vigas.

En las losas reforzadas en una sola dirección se colocan algunas varillas perpendiculares al armado principal para evitar la formación de grietas debidas a los cambios de temperatura.

La cantidad de acero que se colocará es, por especificación del A.C.I., 0.0025 bd, siendo el espaciamiento máximo de cinco veces el espesor de la losa ó 45 centímetros.

14. Cálculo del esfuerzo cortante en una viga de concreto reforzado.

Se analizará un pequeño segmento de viga sobre el cual no aparezca carga, de tal manera que sobre las dos caras aparece el mismo corte V.

Debido al equilibrio que existe en el segmento de viga se obtiene:

C - C' = T - T'

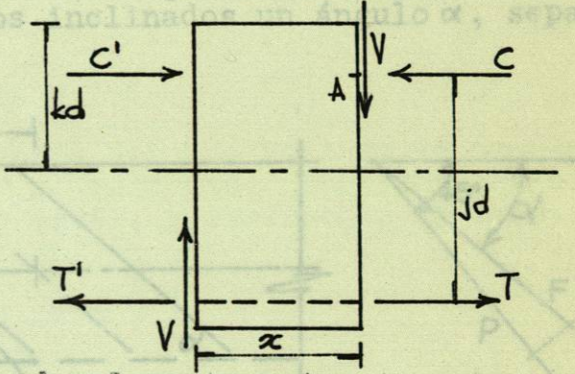
El esfuerzo de corte v puede ser calculado dividiendo el corte actuante sobre un área bx:

v = (T - T') / bx

Por otra parte, si se toman los momentos con respecto al punto A, se obtiene:

(T - T') jd = Vx de donde: T - T' = (Vx) / (jd)

F = (Vx) / (cos(45 - alpha) \* cos 45 + sen 45 \* sen alpha)



Para que la sección de la viga y en refuerzo sean correctos, el momento resistente deberá ser igual o un poco mayor del momento resistente.

El valor de K para diseño de momento partiendo de la ecuación (III)

M / (b \* d^2) = R

R = (M) / (b \* d^2)

El área de acero necesaria se calcula despreciando A de la ecuación de M.

A\_s = (M) / (f\_y \* j \* d)

En la colocación del refuerzo se deben fijar los siguientes requisitos: la separación entre varillas deberá ser la necesaria para permitir el paso del concreto y en las losas, pueden completamente empalmadas; en todo el plano de las varillas deberá existir concreto para una eficiente transmisión de los esfuerzos de corte y por último también abajo del plano de las varillas deberá haber concreto, con el objeto de proteger el acero de la humedad, la posibilidad de fuego, etc.

Las especificaciones del A.C.I. limitan la separación libre entre varillas a ser menor de a) 2.5 cms. b) el diámetro de las varillas y c) 1/3 veces el tamaño máximo del agregado grueso.

También especifica el Código del A.C.I. el recubrimiento mínimo bajo del refuerzo en vigas con un valor de 4 centímetros, y en losas, en losas el recubrimiento mínimo es de 2 centímetros.

Las losas pueden ser apoyadas en una dirección, en cuyo caso su cálculo es similar al de las vigas, y cuando se