HIDRAULICA APLICADA

1o.- <u>Presión</u>: Presión unitaria se interpreta como la fuerza normal que actúa sobre una superficie dividida por el área. Si la -- presión unitaria es la misma en todos los puntos de una área A se-llama presión media.

$$p = \frac{P}{A} \qquad (1-1)$$

Si la presión unitaria es diferente en cada punto de una superficie la presión unitaria en cualquier punto es igual al límite del cociente de la fuerza (presión total) actuando sobre la superficie que rodea al punto dividida entre esa área cuando el área tiende a cero.

$$p = \lim_{A \to 0} \frac{P}{A} = \frac{dp}{da} \qquad (1-2)$$

Para evitar ambiguedades en la terminología se entenderá por el - término presión, para abreviar, presión unitaria. Cuando sea necesario hablar de presión total o fuerza se aclarará el término completamente.

Las unidades de presión en el sistema técnico deben de ser $\frac{\text{fuerza}}{\text{área}}$ $\frac{kg.}{m^2}$, debido a facilidades técnicas es común usar otras relaciones tales como: kg/cm^2, kg/mm^2, gr/cm^2 etc. En el sistema inglés las relaciones más comunes son: lb/ft^2 o lb/in^2.

La presión resultante en un plano cualquiera en un fluído en reposo es siempre normal. Por definición un fluído en reposo no puede resistir esfuerzos de corte.

2o.- <u>Principio de Pascal</u>: En cualquier punto de un fluído en reposo la presión es la misma en todas direcciones.

Para demostrar lo anterior consideramos un prisma fig 1 infinitesimal de forma triangular en un fluído en reposo, en cuerpo libre.

Como no hay esfuerzos de corte- las presiones son normales a las - superficies. El peso del prisma - por ser un infinitésimo de orden - superior se puede despreciar. Las ecuaciones de equilibrio en las - direcciones X y Y son:

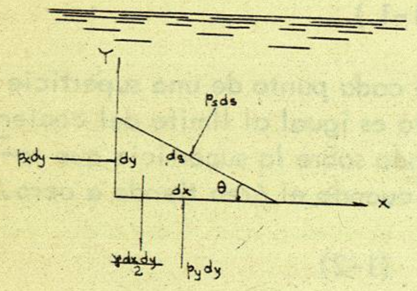

Fig. #1

$$p_x\ dy - p_s\ \text{Sen}\ \theta\ ds = 0 \quad (2\text{-}1)$$
$$p_y\ dx - p_s\ \cos\theta\ ds = 0 \quad (2\text{-}2)$$
$$ds\ \text{sen}\ \theta = dy \qquad ds\cos\theta = dx$$
$$p_x\ dy - p_s\ dy = 0 \quad (2\text{-}3)$$
$$p_y\ dx - p_s\ dx = 0 \quad (2\text{-}4)$$
$$p_x = p_s = p_y. \quad (2\text{-}5)$$

Como θ es un ángulo arbitrario, - esta ecuación prueba que la presión en un punto de un fluído en - reposo, es la misma en todas direcciones. La demostración se ha hecho en un caso bidimensional, - pensando en una profundidad uniforme y las presiones en el sentido -- perpendicular al papel se anularían. Se podría haber demostrado el - caso tridimensional con las ecuaciones de equilibrio aplicadas a un tetaedro infinitesimal de fluído con tres caras en los planos coordenados y la cuarta arbitrariamente inclinada.

3o.- Diferencia de presión entre dos puntos de un fluído en reposo: Se estudiará primero el caso en que los 2 puntos están en un plano horizontal en un fluído en reposo:

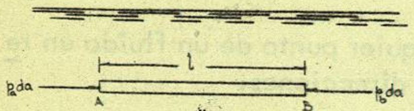

Fig. #2

Se toma un cuerpo libre cilíndrico AB y de bases normales al eje en A y B. Las únicas fuerzas que actúan en dirección axial son P_a da y P_b da siendo "da" el área de la sección del cilindro. Toman do suma de fuerzas en la dirección del eje tenemos que $pa = pb$, lo -- que prueba que en 2 puntos del mismo plano horizontal en una masa -- contínua de un fluído en reposo existe la misma presión.

Como no hay variación de presión en una dirección horizontal se estudiará ahora la dirección vertical. Consideremos un cuerpo - libre de un fluído en reposo Fig 3 consistente en un prisma de sección recta A con un eje vertical de altura dy, la base está a una altura y por encima de un origen arbitrario.

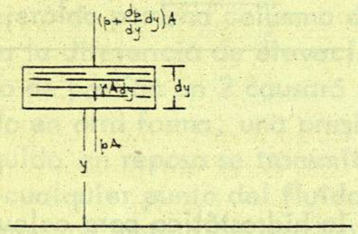

Fig. #3

La presión en y es p. La variación de p en el sentido y es dp/dy.

Como no existen tensión de -- cortadura y el cuerpo está en - reposo, las fuerzas que actúan sobre el prisma tienen que estar en equilibrio.

$$pA - \left(p + \frac{dp}{dy}\,dy\right)A - \gamma A dy = 0 \quad (3\text{-}1)$$

donde γ es el peso unitario -- del fluído.

Simplificando

$$pA - pA - \frac{dp}{dy}\,dyA - \gamma A\,dy = 0 \quad (3\text{-}2)$$

$$\frac{dp}{dy} = -\gamma \quad (3\text{-}3) \qquad dp = -\gamma\,dy \quad (3\text{-}4)$$

Esta ecuación diferencial relaciona la variación de presión con el peso unitario y con la variación de la altura, sirve indistintamente para fluídos comprensibles e incomprensibles. Para fluídos incomprensibles γ es constante y la ecuación puede integrarse.

$$p = -\gamma y + \text{Const.} \quad (3\text{-}5)$$

que se conoce como la ecuación fundamental de la hidrostática.

Aplicando la ecuación de la hidrostática a un fluído con superficie libre Fig. 4 y llamando P_o la presión atmosférica en la superficie y p presión en cualquier punto, tenemos que para $y = H \quad p = p_o$

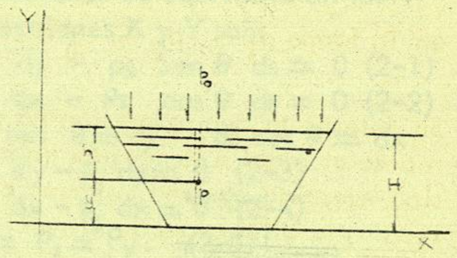

Fig. #4

$P_o = \gamma H + Const.$ (3-6)
$C = P_o + \gamma H$ (3-7)
$p = -\gamma y + P_o + \gamma H$ (3-8)
$p = P_o + \gamma (H-y)$ (3-9)
$p = P_o + \gamma h$ (3-10)

que es la fórmula común de la ley de la hidrostática para calcular la presión en cualquier profundidad de un fluído incompresible en reposo. Si se quiere encontrar la sobre presión o presión sobre la presión atmosférica la fórmula se reduce $\quad p = \gamma h \quad$ (3-11)

4o.- <u>Escalas de medida de la presión:</u> Las presiones pueden expresarse con referencia a un origen arbitrario. Los orígenes más usuales son el vacío absoluto y la presión atmorférica local. Cuando se toma como origen la presión atmosférica local, se llama presión relativa o manométrica. Obviamente que presión absoluta negativa es imposible a la presión negativa relativa se acostumbra llamar vacío o succión. La Fig. 5 ilustra los orígenes y escalas mas frecuentes.

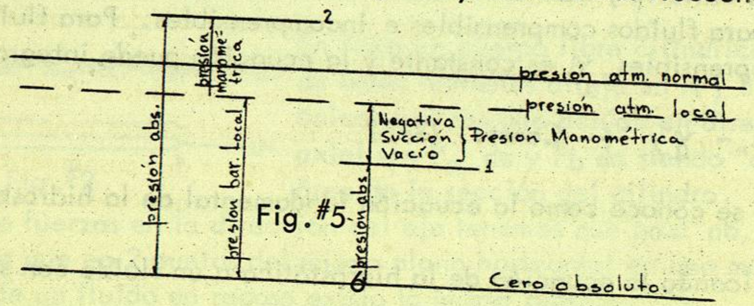

Fig. #5

Al hablar de presión es manométrica a menos que se especifique el término presión absoluta.

Transmisión de la presión en un fluído incompresible.

Escribiendo la ecuación: $\quad p = p_o + \gamma H \quad$ (3-10)

en la forma $p_1 = p_2 + \gamma H \quad$ (4-1)

Se interpreta que la presión en cualquier punto 1 en un fluído en reposo es igual a la presión en cualquier otro punto 2, más la presión ejercida por una columna de fluído de altura H, la cual es igual a la diferencia de elevación entre los 2 puntos. Cualquier cambio de presión en 2 causará un cambio de presión en 1. Expresado en otra forma, una presión aplicada en cualquier punto en un líquido en reposo se transmite igualmente y sin perder intensidad a cualquier punto del fluído. Este principio atribuído a Pascal tiene una amplia aplicación. (Prensa Hidráulica, Servo Mecanismo, etc.)

5o.- <u>Manómetros:</u> De la ecuación ($p = \gamma h$) despejando h tenemos $h = \frac{p}{\gamma}$; que se interpreta como la altura de una columna de fluído de peso unitario γ necesaria para producir una presión p. Este principio es usado en los manómetros para mediciones de presión o diferencias de presión.

El manómetro consiste de un tubo de material transparente comunmente doblado en U, conectado al recipiente donde se quiere medir la presión, el tubo se puede llenar con el mismo fluído del recipiente (piezómetro) o un fluído medidor diferente. Los manómetros pueden ser abiertos o diferenciales, manómetros abiertos miden presiones relativas, en ese caso una rama del manómetro está conectada al recipiente y la otra abierta a la atmósfera. Los manómetros diferenciales se conectan las ramas a diferentes recipientes sin medir la presión en cada uno.

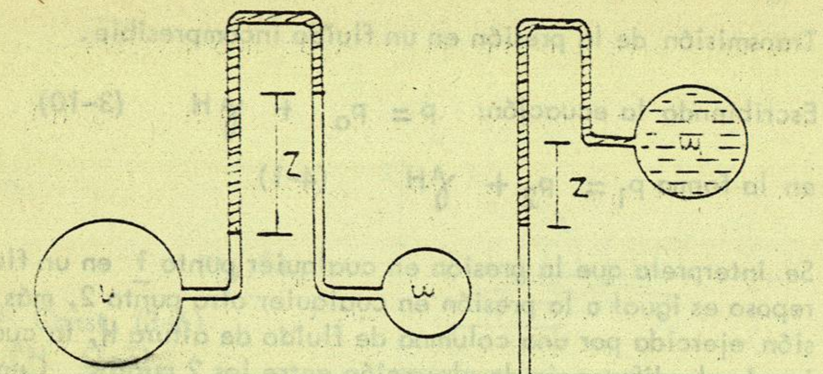

Fig.#6

Para resolver los problemas relacionados con manómetros puede se--- guirse un procedimiento general.

a) Hacer un croquis o bosquejo del manómetro.
b) Partir de un extremo y marcar los puntos notables (meniscos)
c) Partir de un extremo con la presión desconocida en ese punto o su equivalente en metros de algún fluído, (generalmente agua) sumar -- algebraicamente a ésta el cambio de presión hasta el siguientes punto notable y así sucesivamente hasta llegar al otro extremo.
d.) De la ecuación resultante del paso c) encontrar la presión en el-punto que se desea o la diferencia de presión entre 2 recipientes.

La expresión tendrá un incógnita si el manómetro es abierto. No es-conveniente aprender de memoria la fórmula que dá la presión de un manómetro particular, es preferible en cada caso aplicar el procedimiento anterior.

6o.- Presión total sobre superficies planas y curvas:
En párrafos anteriores se han estudiado las variaciones de presión en-un fluído en reposo. El conjunto de fuerzas que resultan de la ac-- ción de un fluído sobre la cara de una superficie de área finita puede

ser reemplazado por una fuerza resultante. En este párrafo vere-mos la forma de determinar la magnitud y localización de la fuer-za resultante por integración y por fórmulas. El método semigráfico para la determinación de la fuerza resultante no se tratará en-este repaso.

Superficies planas: En la figura se muestra una superficie plana-inclinada un ángulo θ arbitrario con la horizontal, sujeta a fuerzas hidrostáticas de un fluído con superficie libre.

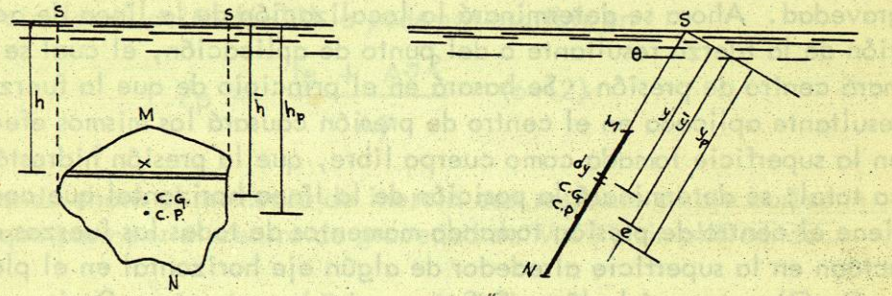

Fig.#7

Considerando que la superficie M N está formada por un número-infinito de tirillas horizontales cada una con un área dA y una altura dy y tan pequeña que se pueda considerar la presión p en toda la tirilla como constante (Aplicando el teorema fundamental-- del cálculo integral) la presión total en cada tirilla será $dP = p dA$, la fuerza hidrostática sobre la superficie M N es $P = \int p \; dA$ (6-1)
de la ecuación $p = \gamma h$ (3-11)
substituyendo esta en (6-1) y, h por y sen θ

$$P = \int \gamma \, y \operatorname{sen} \theta \; dA \quad (6\text{-}2)$$

$$P = \gamma \operatorname{sen} \theta \int y dA \quad (6\text{-}3)$$

De la definición de centro de gravedad

$$\int y dA = A\bar{y} \quad (6\text{-}4)$$

donde $\bar{y}$ es la distancia desde la superficie libre del fluído al centro de gravedad del área M N. Luego

$$P = \gamma \operatorname{sen}\theta \; A\bar{y} \qquad (6\text{-}5)$$

Ahora $\bar{y}$ sen θ nos da la profundidad del centro de gravedad del área M N la cual se llamará $\bar{h}$

$$P = \gamma \bar{h} A \qquad (6\text{-}6)$$

donde $\bar{h}$ es la presión en el centro de gravedad de A, la fórmula (6-6) se puede expresar: La fuerza resultante sobre una superficie plana - sujeta a presión hidrostática de un fluído con superficie libre es igual al producto del área de la superficie por la presión en el centro de - gravedad. Ahora se determinará la localización de la línea de ac-- ción de la fuerza resultante o del punto de aplicación, el cual se lla mará centro de presión. Se basará en el principio de que la fuerza - resultante aplicada en el centro de presión causará los mismos efectos en la superficie tomada como cuerpo libre, que la presión hidrostáti- ca total; se determinará la posición de la línea horizontal que con-- tiene el centro de presión tomando momentos de todas las fuerzas que actúan en la superficie alrededor de algún eje horizontal en el plano. La fig (7) se tomará la línea S-S como eje de momentos: Designando por y_p la distancia al centro de presiones desde el eje de momen-- tos. Tenemos aplicando el teorema fundamental del cálculo integral:

$$P\, y_p = \int y\,dP \qquad (6\text{-}7)$$

$$y_p = \frac{\int y\,dP}{P} \qquad (6\text{-}8)$$

Substituyendo: $dP = \gamma\, y \operatorname{sen}\theta \; dA$ y $P = \gamma\, \bar{y} \operatorname{sen}\theta \; A$

$$y_p = \frac{\gamma \operatorname{sen}\theta \int y^2\, dA}{\gamma \operatorname{sen}\theta \; A\bar{y}} \qquad (6\text{-}9)$$

Simplificando y por defínción tomamos $\int y^2 \, dA = I_{s\text{-}s}$ el mo-- mento de Inercia de M N con respecto al eje S.S

$$y_p = \frac{I_{ss}}{S_s} \qquad (6\text{-}10)$$

donde Ss es el momento estático de M N con respecto al eje S.S.

En caso de que se trate de una superficie que tenga un eje de si-- metría vertical, el centro de presión caerá en este eje y se hace - necesario solamente calcular su localización en una línea horizon tal. Si es necesario determinar la posición de la línea vertical que contiene el centro de presión se hará semejante al procedimiento - para localizar la línea horizontal, tomando momentos alrededor de un eje vertical en el plano de la superficie:

$$P x_p = \int x P \qquad (6\text{-}11)$$

Aplicando la fórmula de translación de ejes para el momento de -- inercia la ecuación (6-10) la podemos escribir en

$$y_p = \frac{I_g + A\bar{y}^2}{A\bar{y}} \qquad (6\text{-}12)$$

tomando ahora el momento de inercia con respecto al eje horizon- tal que pasa por el centro de gravedad de M N y simplificando

$$y_p = \frac{I_g}{A\bar{y}} + \bar{y} \qquad (6\text{-}13)$$

Sustituyendo y_p por $\bar{y}$ e; donde "e" es la distancia entre el --- centro de gravedad y el centro de presiones resulta:

$$e = \frac{I_g}{S_s} \qquad (6\text{-}14)$$

Como en la mayoría de los casos se conoce el momento de inercia de algunas figuras geométricas, con respecto al eje que pasa por - el centro de gravedad la ecuación (6-14) es conveniente para su - uso en la generalidad de los casos, analizando los resultados ante- riores podemos concluir:

a) que el centro de presiones siempre estará bajo el centro de gra- vedad para una superficie sujeta a presión hidrostática en un sólo- lado excepción hecha al caso en que la superficie esté horizontal en cuyo caso el centro de gravedad y de presión coinciden por ser la presión constante sobre toda la superficie.

b) que a medida que aumenta la profundidad de la superficie el centro de presión y de gravedad se acercan. En la ecuación (6-14) Ig es constante y Ss aumenta con la profundidad.

c) Cuando ambos lados de una superficie están sujetos a presión hidrostática de fluídos del mismo peso unitario la presión resultante es uniforme y el centro de presión coincide con el centro de gravedad.

Superficies curvas: En superficies curvas sujetas a presión hidrostática es conveniente tratar con la componente horizontal y la componente vertical de la fuerza resultante.

En la figura 8 se muestra una superficie curva A B sujeta a presión de un fluído. La superficie puede tener una longitud arbitraria perpendicular a la figura. Se escogen los ejes como se muestra. B C es la traza de un plano perpendicular al plano XY. Se considera el equilibrio del volumen de lÍquido de sección transversal A B C y cuyos extremos son paralelos al plano X Y. Las únicas fuerzas que actúan paralelas al eje X, son las componentes en X de las presiones normales a la superficie A B y la presión normal en el plano vertical B C, el cual es la proyección de la superficie A B en un plano normal al eje X. Estas fuerzas deberán ser iguales en magnitud. AsÍ se puede decir que: la componente horizontal de la fuerza hidrostática resultante en cualquier superficie es igual a la fuerza resultante en la proyección de la superficie en un plano vertical. La localización de la componente horizontal es através del centro de presión de la proyección.

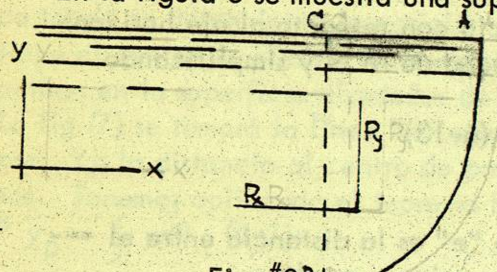

Fig #8

De manera semejante las fuerzas que actúan paralelas al eje y en el volumen A B C son: las fuerzas debidas a la gravedad representadas

por el peso del lÍquido y la suma de las componentes en Y de las presiones normales a la superficie A B las cuales deberán ser iguales en magnitud. Se concluye: la componente vertical de la fuerza hidrostática resultante sobre cualquier superficie es igual al peso del lÍquido que se extiende verticalmente desde la superficie a la superficie libre del fluÍdo.