CAPITULO III

RESISTENCIA AL FLUJO.

En el capítulo anterior se estudió las ecuaciones fundamentales que se usan en el análisis del movimiento de un fluído. Siempre se consideró que el fluído no tenía rozamiento interno, o sea sin pérdidas de energía, cuando se habló de pérdidas al analizar la ecuación de la energía no se habló de las causas que las originan. En ese capítuluo trataremos con fluídos reales, es decir, fluídos con rozamiento interno en los que en la convensión de energía mecánica en energía térmica es importante. En estos fluídos la viscocidad desempeña un papel principal en su movimiento. Para estudiar los efectos de la resistencia al flujo comenzaremos definiendo y estudiando la viscocidad después introduciremos el concepto de No de Reynolds. A continuación se deduce el caso de flujo laminar para tubos circulares, sigue después el estudio de la resistencia al flujo en conductos abiertos y cerrados para terminar con las principales fórmulas para flujo de agua.

II VISCOCIDAD: De todas las propiedades de los fluídos es esta la que requiere mayor atención en el estudio del movimiento de un fluído. En este párrafo estudiaremos la viscocidad como propiedad de un fluído así como sus dimensiones y los factores de conversión de viscocidades absolutas y cinemáticas de unas unidades a otras. La viscocidad es la propiedad de un fluído en virtud de la cual este ofrece resistencia a los esfuerzos de corte. La ley de la viscocidad de Newton establece que para una velocidad angular de deformación del fluído el esfuerzo de corte es directamente proporcional a la viscocidad. Para explicar la ley de Newton, se coloca una substancia fluída entre dos láminas paralelas Fig. 14, lo suficientemente largas para que pueda despreciarse el efecto de los bordes. La lámina inferior está en reposo y sobre la lámina superior se aplaca una fuerza tangencial F que origina un esfuerzo de corte F/A en el fluído colocado entre las láminas, A es el area de la lámina superior. Cuando F, por muy pequeña que sea hace mover la lámina superior con una velocidad constante se puede conclu-

ir que la substancia entre las láminas cumple con la definición general de un fluído.

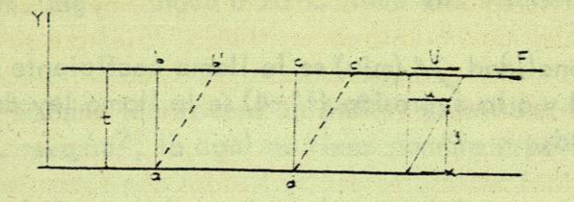

Fig.#14

La experiencia demuestra que F es directamente proporcional a A y a U e inversamente proporcional a "t", de manera que.

$$F \propto \frac{UA}{t} \qquad (11\text{-}1)$$

donde U es la velocidad de la lámina superior y t la distancia entre las láminas. La ecuación (11-1) es cierta si U, t y A permanecen constantes.

La expresión U/t es la velocidad angular de deformación de ab, o la velocidad angular de deformación del fluído, la velocidad angular puede escribirse también como du/dy y ambos U/t y du/dy expresan la variación de velocidad dividida por la distancia en que esta variación se produce, sin embargo du/dy es más general y sirve en todos los casos, aún en aquellos en que la velocidad angular y el esfuerzo de corte varían. La expresión (11-1) puede escribirse.

$$F \propto A \frac{du}{dy} \quad ó \quad \frac{F}{A} \propto \frac{du}{dy} \qquad (11\text{-}2)$$

$\frac{F}{A}$ es el esfuerzo de corte que se representará por τ (tau)

$$\tau \propto \frac{du}{dy} \qquad (11\text{-}3)$$

Para establecer la igualdad tenemos que introducir un factor de proporcionalidad.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad (11\text{-}4)$$

Este factor de proporcionalidad μ (miu) se le llama coeficiente de viscocidad o viscocidad y a la expresión (11-4) se le llama ley de -- Newton de la viscocidad.

En un fluído en reposo con movimiento tal que no existe movimiento-relativo entre una capa con relación a la adyacente, no habrá esfuerzo de corte aparente y estará desprovisto de viscocidad ya que du/dy es cero en todo el fluído. Por eso cuando estudiamos el capítulo de la hidrostática no se consideró esfuerzos de corte en el fluído.

Para presiones ordinarias la viscocidad varía con la temperatura y -- es independiente de la presión.

Las dimensiones del coeficiente de viscocidad que llamaremos adelante solo viscocidad se determinan por la ley de Newton despejándole de.(11-4)

$$\mu = \frac{\tau}{du/dy}$$

Tomando F, L, T, las dimensiones para fuerza, long. y tiempo.

$$\frac{FL^{-2}}{LT^{-1}\;L^{-1}} = FL^{-2}T$$

Si se pone las unidades de (F) en función de unidades de Masa (M)-usando la segunda ley de Newton, del movimiento $F = MLT^{-2}$ las dimensiones de μ quedan.

$$\mu = MLT^{-2}\,L^{-2}\,T = ML^{-1}T^{-1}$$

Es el sistema c.g.s. la unidad de viscocidad se llama poise y es ---

$1 \; \frac{\text{dina seg}}{\text{cm}^2}$ y en unidades de masa

$\frac{\text{gr}}{\text{cm. seg.}}$. El centipoise es la centésima parte del poise. El agua a 20°C tiene una viscocidad del 1 centipoise.

En el sistema técnico de unidades, la unidad de viscocidad es --- 1 Kg. -seg/m^2, la cual no tiene nombre especial.

Al coeficiente μ también se le llama viscocidad absoluta o viscocidad dinámica, este último nombre se le dá por tener en sus dimensiones unidades de fuerza.

Otro término ligado con la viscocidad es la realción de la viscocidad dinámica y la densidad de un fluído, la cual se denomina viscocidad cinemática y se representa por ν (niu)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad (11\text{-}5)$$

Las dimensiones de ν son:

$$\frac{ML^{-1}\,T^{-1}}{ML^{-3}} = L^2\,T^{-1}$$

Debido a que las dimensiones tienen solamente unidades de long y tiempo se le llama viscocidad cinemática en el sistema c.g.s. la unidad es --- $1 \; \frac{\text{cm}^2}{\text{seg}}$ y se llama stoke.

En el sistema técnico la unidad es $1 \; \frac{m^2}{\text{seg}}$ y no tiene nombre especial.

12. Número de Reynolds. Se define el flujo laminar como aquel - flujo en el cual el fluído se mueve en capas o láminas deslizándose una fina capa sobre la adyacente con sólo un intercambio molecular de cantidades de movimiento. Cierta tendencia hacia la -- inestabilidad y la turbulencia es frenada por las fuerzas de corta--

dura viscosas que resisten los movimientos relativos de las capas fluídas adyacentes. El flujo turbulento en cambio tiene un movimiento de partículas fluídas muy errático, con un violento intercambio transversal de cantidades de movimiento. La naturaleza del flujo, es decir el que sea laminar o turbulento, y su posición relativa en una escala que indica la importancia relativa de la tendencia que sea laminar o turbulento, se expresa por el número de Reynolds. El concepto de número de Reynolds y su interpretación se estudia en esta sección. En el párrafo 10 se dedujo la ecuación del movimiento en el supuesto de que el fluído estuviera desprovisto de razonamientos internos, es decir, de que careciera de viscosidad. Se pueden deducir ecuaciones más generales que incluyen la viscosidad teniendo en cuenta la tensión de cortadura. Estas ecuaciones diferenciales de derivadas parciales (Navier-Stokes) son complicadas, no lineales y, en general no pueden integrarse, es decir no puede encontrarse una solución general. En el siglo pasado Osborne Reynolds estudio estas ecuaciones para intentar determinar cuando dos flujos diferentes pueden considerarse semejantes.

Dos flujos fluídos se dice que son dinámicamente semejantes cuando:

a.) Son semejantes geométricamente, es decir, las relaciones lineales correspondientes están en una relación constante; y

b.) Las líneas de corriente correspondientes son semejantes geométricamente, o las presiones en puntos correspondientes están en una relación constante.

Considerando dos flujos semejantes geométricamente, Reynolds dedujo que son semejantes dinámicamente si las ecuaciones diferenciales generales son idénticas. Cambiando las unidades de masa, longitud y tiempo en un sistema de ecuaciones y determinando las condiciones que deben satisfacerse para hacerlas idénticas a las ecuaciones originales, Reynolds encontró que el parámetro adimensional $\frac{u l \rho}{\mu}$ debía ser el mismo en ambos casos. En éste,

u es una velocidad característica, l es una longitud característica, ρ es la densidad y μ es la viscocidad. Este parámetro se llama número Reynolds. Re

$$Re = \frac{u\, l\, \rho}{\mu}$$

Para encontrar el significado de su parámetro adimensional, Reynolds hizo las experiencias de movimiento de agua a través de tubos de cristal. Un tubo de vidrio se montó horizontalmente con un extremo en un depósito y una válvula en el extremo opuesto. El extremo de aguas arriba se hizo abocinado, disponiéndose frente a la bocina un fino filete de una tintura, Reynolds eligió para fomar su número la velocidad media V como velocidad característica y el diámetro del tubo D como longitud característica, de tal manera que $Re = \frac{VD\rho}{\mu}$

Para pequeños caudales el filete coloreado se mueve siguiendo una línea recta a través del tubo, demostrando que el flujo es laminar Cuando se aumenta el caudal el número de Reynolds crece, puesto que D, ρ, μ son constantes y V es directamente proporcional al caudal. Al ir aumentando el caudal se llega a uno para el cual el filete coloreado se va ondulando y por último se rompe bruscamente difundiéndose la tintura a través del tubo. El flujo se ha hecho turbulento con un violento intercambio de cantidades de movimiento que ha roto totalmente el movimiento ordenado del flujo laminar. Con cuidadosas manipulaciones Reynolds fué capaz de obtener un valor R_e= 12.000 antes de que empezase la turbulencia. Un investigador posterior usando el mismo aparato que Reynolds obtuvo un valor de 40.000, permitiendo al agua reposar en el depósito varios días antes de la experiencia y tomando precauciones para evitar vibraciones del agua o del aparato. Estos números llamados números críticos superiores de Reynolds no tienen valor práctico alguno desde el momento en que las tuberías ordinarias tienen irregularidades que originan flujos turbulentos para valores mucho menores del número de Reynolds.

Comenzando con flujo turbulento en el tubo de vidrio Reynolds en-- contró que se convertía siempre en laminar cuando la velocidad se - reducía hasta que se hiciera Re menor que 2.000. Este es el número de Reynolds crítico inferior para movimiento de fluídos en tuberías- y es el de verdadera importancia práctica.

En las instalaciones usuales, el flujo cambiará de laminar a turbu-- lento en el intervalo de números de Reynolds entre 2.000 y 4.000.- Nosotros supondremos que el cambio ocurre para $R_e = 2.000$. En flu- jo laminar la pérdida de energía es directamente proporcional a la- velocidad media, mientras que en flujo turbulento la pérdida es -- proporcional a la velocidad elevada a un exponente que varía en-- tre 1, 7 y 2.

13. Resistencia al Flujo en Tubos Circulares con Flujo Laminar: La distribución de velocidades, el gasto y la caída de presión pue-- den determinarse analíticamente en el caso de un tubo circular rec- to con flujo laminar y permanente. En la fig (15) se muestra un tu- bo horizontal del cual se tomará un cilindro coaxial de fluído en -- cuerpo libre, como el flujo es -- permanente y como el tamaño de- la sección no cambia, las particulas se mueven sin aceleración y por lo tanto la suma de - fuerzas sobre el - cuerpo libre debe ser igual a cero.

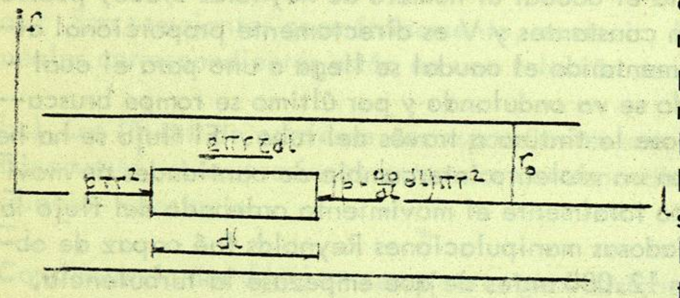

Fig. #15

Analizando las fuerzas en la dirección de l, se ve que existen fuer- zas de corte sobre la superficie del cilindro. Tomando suma de --- fuerza en la dirección de l tenemos

$$p \pi r^2 \quad \left(p - \frac{dp}{dl}\, dl\right) \pi r^2 \quad 2 \pi r\, dl\, \tau = 0 \qquad (13\text{-}1)$$

Simplificando y dividiendo por. $\pi r^2 dl$

$$\tau = - \frac{dp}{dl} \quad \frac{r}{2} \qquad (13\text{-}2)$$

El término dp/dl depende únicamente de l para un flujo dado. Es- ta ecuación demuestra que el esfuerzo de corte es cero en el eje - del tubo y máximo en la pared del tubo. En un tubo horizontal y - sin cambio de sección, la energía cinética y la energía potencial- permanecen constantes, la energía de presión es la única fuente de energía capaz de vencer la resistencia al movimiento, luego la pre sión debe disminuír en la dirección del flujo. La ecuación (13-2) sirve también para flujo turbulento, lo mismo que para laminar ya - que al deducirla no se hizo ninguna suposición sobre la naturaleza del flujo.

Para flujo laminar el esfuerzo de corte está ligado con la viscosi- dad al acuerdo con la ley de Newton

$$\tau = - \mu \frac{du}{dr} \qquad (13\text{-}3)$$

El signo menos es debido a que $\frac{du}{dr}$ es negativo por la elección de- las coordenadas, cuando u aumenta, r disminuye. Eliminando τ en- tre (13-2) y (13-3).

$$\frac{du}{dr} = \frac{1}{\mu} \quad \frac{dp}{dl} \quad \frac{r}{2} \qquad (13\text{-}4)$$

Pasando a forma diferencial.

$$du = \frac{1}{\mu} \quad \frac{dp}{dl} \quad \frac{r}{2} \quad dr \qquad (13\text{-}5)$$

Puesto que el término $\frac{dp}{dl}$ es la caída de presión por unidad de longi tud de tubo, no es función de r ni de u; Integrando. (13-5)

$$u = \frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dl}\, r^2 + C \qquad (13\text{-}6)$$

Para determinar la constante de integración tomamos que $u = o$ cuando $r = r_o$ o sea en la pared del tubo

$$0 = \frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dl}\, r_o^2 + C$$

$$C = \frac{-1}{4\mu}\frac{dp}{dl}\, r_o^2$$

Substituyendo C . tenemos

$$u = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dl}\left(r_o^2 - r^2\right) \qquad (13\text{-}7)$$

Esta ecuación nos da la distribución de velocidades a lo largo de un diámetro del tubo. De acuerdo con la ecuación la variación es parabólica y la velocidad máxima ocurre en el eje del tubo ($r = o$) y tiene un valor:

$$U_{max} = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dl}\, r_o^2 \qquad (13\text{-}8)$$

El gasto a través de un anillo de ancho dr es

$$dQ = u\,dA = u\,2\pi\, r\,dr$$

Substituyendo u por su valor (13-7)

$$dQ = \frac{\pi}{2\mu}\frac{dp}{dl}\left(r^2 - r_o^2\right) r\,dr \qquad (13\text{-}9)$$

Efectuando la integración entre los límites $r = o$ $r = r_o$

$$Q = \frac{\pi}{2\mu}\frac{dp}{dl}\int_o^{r_o}\left(r^2 - r_o^2\right) = \frac{\pi}{2\mu}\frac{dp}{dl}\left|\frac{r^4}{4} - \frac{r_o^2\, r^2}{2}\right|_o^{r_o} = -\frac{\pi\, r_o^4}{8\mu} \qquad (13\text{-}10)$$

El término $-\frac{dp}{dl}$ puede escribirse $\frac{\Delta p}{L}$ siendo Δp la caída de presión en la longitud L substituyendo en la ecuacional

$$Q = \frac{\Delta p\, \pi\, r_o^4}{8\mu L} \qquad (13\text{-}11)$$

Usando el D en lugar del radio $r = \frac{D}{2}$) $r^4 = \frac{D^4}{16}$

$$Q = \frac{\Delta p\, \pi\, D^4}{128\,\mu L} \qquad (13\text{-}12)$$

La velocidad media la obtenemos $V = \frac{Q}{A}$; $A = \pi r_o^2$

$$V = \frac{\Delta p\, r_o^2}{8\mu L} \qquad (13\text{-}13)$$

que es la mitad de la velocidad máxima, lo cual comprueba también que la distribución de velocidades es un paraboloide de revolución.

Si se quiere obtener la caída de presión se despeja Δp de (13-12)

$$\Delta p = \frac{128\, Q\mu L}{\pi D^4} \qquad (13\text{-}14)$$

Dividiendo por γ obtenemos la pérdida de carga en una longitud L

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = h_f = \frac{128\, Q\mu L}{\pi D^4 \gamma} \qquad (13\text{-}15)$$

Substituyendo $\gamma = \rho g$ ($\rho =$ densidad) y $\nu = \mu/\rho$

$$h_f = \frac{128\, Q\,\nu\, L}{\pi g\, D^4} \qquad (13\text{-}16)$$