I.- DINAMICA DE LOS FLUIDOS

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES.

1.1 DINAMICA DE LOS FLUIDOS PERFECTOS.- Cuando una partícula de líquido en movimiento, tiene en determinado momento (tiempo inicial), una velocidad, una masa específica, y está sujeto a una presión, se requiere generalmente determinar cuáles serán su velocidad, su masa específica y a qué presión estará sujeta cuando después de haber transcurrido cierto tiempo se encuentre en otro punto final, distinto del inicial. Esta determinación se puede obtener a partir de las ecuaciones de la Hidrodinámica, debidas a Euler.

1.2 ECUACIONES DE EULER.

Considerando una partícula o elemento de líquido perfecto, definido por un paralelepípedo con aristas dx, dy, dz, infinitamente pequeñas, localizado bajo un sistema de coordenadas ortogonales, y sujeto a la acción de fuerzas externas (fig. 1).

Si x, y, z, son las coordenadas del punto considerando;

u, v, w, las proyecciones sobre los ejes, de la velocidad que posee la partícula, al pasar por el punto considerado, en el instante t.

X, Y, Z, las proyecciones de la aceleración resultante de las fuerzas exteriores, por unidad de masa, sobre los ejes x, y, o z.

p, la presión en el punto en el instante t, que es

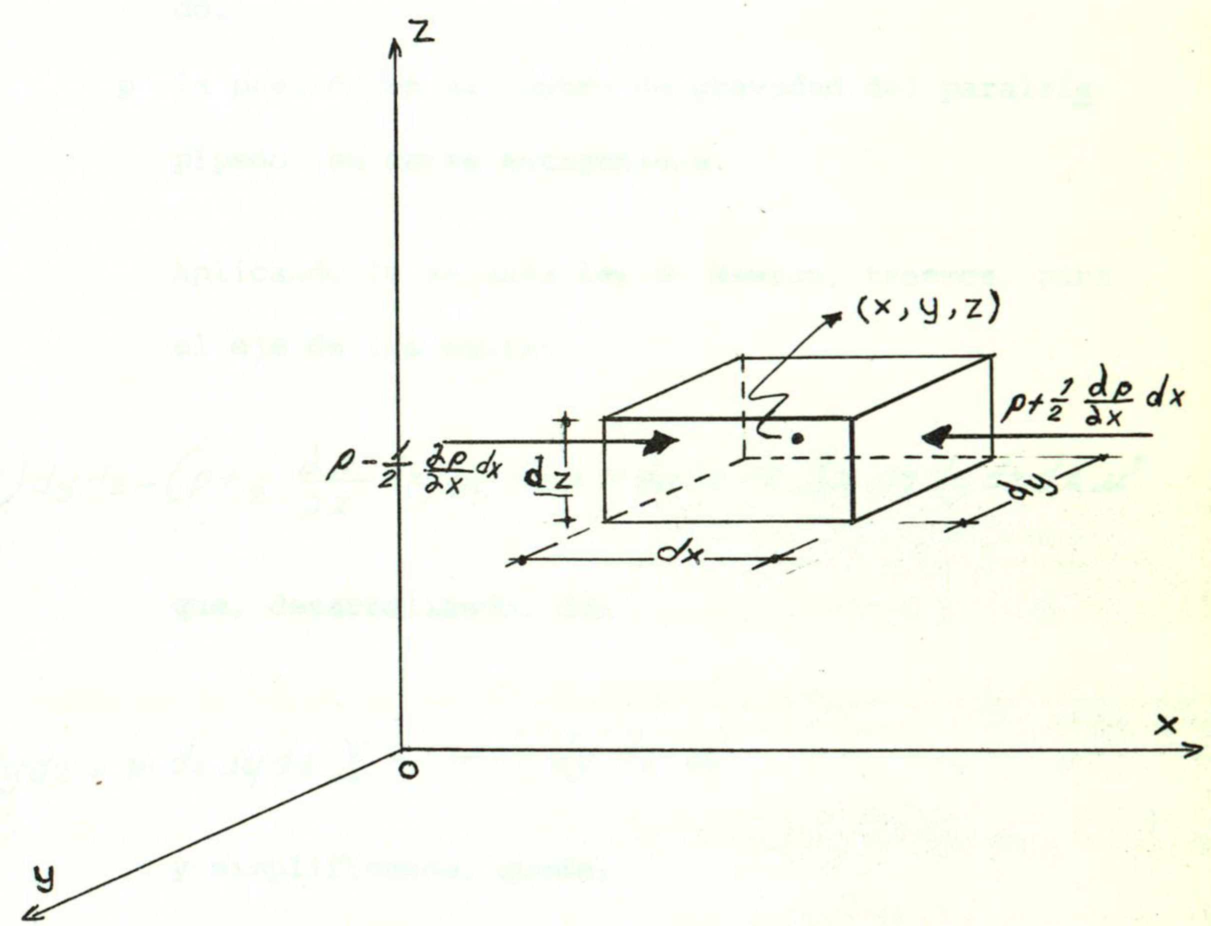

Figura 1

independiente de la orientación del plano sobre el cual se considera actuando, y la

m, masa específica.

u', v', w', las componentes de la aceleración efectiva de la partícula a su paso por el punto fijo considerando.

p la presión en el centro de gravedad del paralelepípedo, en caras antagónicas.

Aplicando la segunda ley de Newton, tenemos, para el eje de las equis:

$$\left(p-\frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy\,dz-\left(p+\frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy\,dz+m\,dy\,dz\,dx\,X=m\,dy\,dz\,dx\,u'$$

que, desarrollando, da:

$$-\frac{\partial p}{\partial x}dx\,dy\,dz+m\,dx\,dy\,dz\,X=m\,dx\,dy\,dz\,u'$$

y simplificando, queda:

$$-\frac{\partial p}{\partial x}dx+m\,dx\,X=m\,dx\,u'$$

de donde:

$$X-\frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial x}=u' \qquad (1)$$

De la misma manera, podemos obtener las ecuaciones correspondientes a los ejes y, y z, obtenido las

ECUACIONES DE EULER:

$$X - \frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial x} = u' \quad ó \quad \frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial x} = X - u' \qquad (1)$$

$$Y - \frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial y} = v' \quad ó \quad \frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial y} = Y - v' \qquad (2)$$

$$Z - \frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial z} = w' \quad ó \quad \frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial z} = Z - w' \qquad (3)$$

Las componentes u, v, w, de la velocidad, varían en el tiempo dt en du, dv, dw, siendo por tanto las diferenciales totales de la velocidad respecto a las variables x, y, z, t. -- Así, respecto al eje de las x, la variación de la velocidad será:

$$du = \frac{\partial u}{\partial t}dt + \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz \qquad (4)$$

y la aceleración efectiva de la partícula a su paso por el punto fijo, por unidad de tiempo será:

$$u' = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x}\cdot\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y}\cdot\frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z}\cdot\frac{dz}{dt} =$$

$$= \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \qquad (5)$$

$$(5)$$

De la misma manera, se obtienen las aceleraciones efectivas de la partícula con respecto a los ejes z, y y, pudiéndose también expresar las ECUACIONES DE EULER, en la siguiente forma:

$$X - \frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \qquad (6)$$

$$Y - \frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} \qquad (7)$$

$$Z - \frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} \qquad (8)$$

1.3 LA ECUACION FUNDAMENTAL.

En la ecuación (5) se tiene que:

$$u = \frac{dx}{dt}\ ;\ v\ \frac{dy}{dt}\ ;\ w\frac{dz}{dt}\ ;\ \text{donde } dx = u\,dt;\ dy = v\,dt\ \ dz = w\,dt \qquad (9)$$

que son las proyecciones sobre los ejes coordenados de un elemento de trayectoria dl .

Multiplicando ambos miembros de las ecuaciones (1, 2 y 3), - por los últimos valores de las ecuaciones (9), y sumando los