

mejor en tanto las a no sean negativas. Pero si una a es negativa, esto significa que un determinado producto se vende a un precio que es menor de lo que cuesta fabricarlo. En tal caso, los administradores tienen a su alcance una decisión fácil: dejar de fabricar ese artículo. Por lo tanto, podemos suponer que las a son positivas y, en consecuencia, son superiores a cero; porque si fueran igual a cero, entonces claramente de nuevo la empresa no debe fabricar el producto (se obtendría una pérdida debido a los costos fijos). Si las a son positivas y las x son positivas, entonces z habrá de aumentar a medida que aumentamos la actividad. Nosotros observamos, en realidad, que, en general, si la empresa no puede más que asignar ceros a todas las x , entonces deberá retirarse de los negocios, puesto que sólo está manteniendo los edificios y la fuerza administrativa con una pérdida directa.

Por lo tanto, si nuestro objetivo es maximizar z —la medida al mérito del sistema total—, parece ser que nosotros debemos llevar a cabo tanta actividad como podamos y especialmente actividades que se encuentren asociadas con los productos más útiles.

Pero es en este punto que los otros dos elementos críticos de la lista —concretamente, los recursos y el medio ambiente— se hacen importantes en nuestras consideraciones. Por ejemplo, algunas de las piezas de muebles pueden requerir mano de obra calificada, por ejemplo para gravar varias clases de ornamentos. Pero la empresa puede tener sólo un número limitado de personas que pueden realizar tales trabajos calificados. Por lo tanto, existe un límite al número de unidades de ciertos productos que pueden manufacturarse dada la fuerza de trabajo existente. Este ejemplo ayudará a aclarar lo que se dijo antes respecto a que un artículo con mayor utilidad no necesariamente será mejor que uno menos rentable. El más provechoso puede consumir mano de obra calificada, aun cuando el precio realmente pagado por esta mano de obra puede no ser excesivo. Por lo tanto, aun cuando una línea de producto puede dar una buena utilidad, puede requerir tanta mano de obra calificada, que sólo unos pocos artículos pueden fabricarse.

De nuevo puede suceder que algunos tipos de productos necesiten de cierta clase de madera, y la empresa tiene sólo una oferta pequeña disponible. O bien, algunos de los productos pueden requerir equipo especializado, etcétera. Éstos son los que en el capítulo 3 denominamos "restricciones ambientales" sobre la empresa. Una restricción básica es la cantidad máxima de dinero que una empresa puede emplear en la fabricación de sus productos. No puede hacer que todas las x sean grandes porque no tiene el dinero para contratar la mano de obra y construir el equipo para hacerlo.

Pero estas consideraciones, sobre las que hemos estado hablando en el idioma castellano fácilmente pueden traducirse al idioma matemático. Si, por decir, ciertas mesas, burós y sillas, requieren de mano de obra calificada, entonces todo lo que necesitamos hacer es decir que el número de productos de cada uno de estos bienes que pueden fabricarse está limitado por el "ambiente", o sea la cantidad total de mano de obra calificada. Supongamos, por ejemplo, que t_1 horas de mano de obra calificada debe emplearse para fabricar una unidad de producto x_1 y t_2 horas de mano de obra debe emplearse en la fabricación de los productos x_2 , y t_3 horas de mano de obra directa debe emplearse en la fabricación de productos x_3 ; además que son solamente estos tres productos los únicos que necesitan este tipo particular de mano de obra calificada, por ejemplo, el producto 1 puede requerir tres horas por unidad; el producto 2, cinco horas, y el producto 3, ocho horas. Suponga que el número total de horas disponibles sea de 1,500 al año. La situación completa resulta bastante sencilla expresarla en términos matemáticos:

$$3x_1 + 5x_2 + 8x_3 \leq 1,500$$

El problema del gerente ha sido traducido por estas consideraciones a un problema matemático. Para cada limitación que el medio ambiente impone sobre el sistema, habrá de corresponder una ecuación del tipo que acabamos de presentar. Por ejemplo, la cantidad total de dinero disponible se cambia en la cantidad total de pesos que cada producto consume, a la par

que fabricamos números variables de unidades de artículos. Esta cuenta total podría ser expresada muy bien con la siguiente ecuación:

$$c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n \leq C$$

(el presupuesto total para el sistema menos los costos fijos).

Desde el punto de vista del administrador científico, el problema del gerente ha sido traducido a un problema matemático de cómo maximizar la ecuación de utilidad presentada anteriormente, sujeto a las restricciones ambientales, las cuales también se expresan en desigualdades matemáticas.*

Si el número de productos es pequeño, y si existen algunas relaciones obvias entre su productividad y la utilidad total de la empresa, entonces puede ser bastante obvio cómo la empresa industrial deba proceder. De una manera matemática examinaríamos cada producto y su contribución a la utilidad total, y con un poco de manipulación aquí y allá trataríamos de ajustar la manufactura de los productos más rentables, dentro de las restricciones ambientales. Al final llegaríamos al plan gerencial que se aproxime bastante a la maximización de su utilidad total.

En realidad —en casos muy evidentes— es impresionante qué tan cerca hayan llegado los gerentes a lo que los matemáticos deducen cuando utilizan los métodos más precisos de análisis matemático.

Sin embargo, resulta fácil observar que el problema puede complicarse bastante y que ningún enfoque basado en el sentido común puede garantizar que se llegue a la respuesta correcta. A medida que aumentan las restricciones y las actividades, la mente humana simplemente no está capacitada para analizar todos los tipos de situaciones que puedan aplicarse y colocar las piezas del rompecabezas en sus lugares apropiados.

En las últimas dos décadas, gran cantidad de trabajo se ha desarrollado sobre problemas del tipo que hemos estado

* La matemática es generalmente más complicada que la presentada en este ejemplo, puesto que la utilización de diferentes clases de recursos por cada componente requiere ser considerada.

comentando. Existen métodos directos para maximizar la utilidad neta, expresada por la ecuación anterior, sujetos a todo cambio de restricciones, que son impuestos por intereses financieros, por tecnologías de varios tipos, por limitaciones de personal, etcétera.

En realidad, en algunos casos, si las actividades pueden desglosarse de diversas maneras, pueden manejarse sobre un millón de actividades, o sea como 35,000 ecuaciones de restricciones. Es obvio que mucho puede describirse en estos términos. Naturalmente, en tal situación es esencial utilizar computadoras para llevar a cabo las operaciones matemáticas por medio de lo que los científicos intulan algoritmo. El administrador, en este caso, pone en el modelo la información básica de la utilidad neta, costos y restricciones. El computador auxiliado por un matemático genera el plan "óptimo".

A modelos del tipo que hemos estado discutiendo, frecuentemente se les llama "modelos de programación lineal". El título "programación" habla por sí solo, porque el tipo de razonamiento que hemos estado examinando tiene que ver con la manera en que las actividades deben programarse. O sea, hemos estado pensando acerca de la cantidad de actividad (no incluyendo a ninguna de ellas) que debe llevarse a cabo por cada componente del sistema. El término "lineal" describe la manera en que hemos establecido las ecuaciones y restricciones. En cada caso hemos supuesto que el rendimiento, costos, tiempo y similares aumentan proporcionalmente al número de artículos que son producidos y distribuidos. En lenguaje matemático, todas las ecuaciones que hemos establecido son ecuaciones "lineales".

Hay muchas cosas hermosas que pueden hacerse con los modelos de programación lineal. Estos casos tienen mucho que ver con la manera típica de pensar de los gerentes acerca de sus sistemas y especialmente sobre sus recursos.

La distinción básica entre los recursos y el ambiente es que los gerentes pueden controlar el monto del recurso, en tanto el medio ambiente es constante. La distinción no es fácil de hacer. En efecto, una crítica que frecuentemente se hace a los gerentes es que son bastante rígidos en su forma de pensar acerca

de las restricciones; actúan de una manera muy cautelosa, suponiendo que no pueden ir más allá de ciertos límites "prescritos".

Por ejemplo, comentábamos anteriormente acerca del hecho de que ciertos productos demanden mano de obra calificada. Si algunos de estos productos son bastante rentables, el gerente audaz puede pensar si le conviene contratar a otra persona para que haga el trabajo y por lo tanto duplicar la cantidad de tiempo disponible de mano de obra calificada. Esto, argumentaría, le permitiría fabricar más de los productos rentables. Un gerente más cuidadoso puede pensar que ya ha llegado al límite de la contratación de mano de obra y por lo tanto se niega a ir más allá de la restricción. En el primer caso, el gerente considera la mano de obra como un recurso, en tanto que en el segundo, el gerente la considera como una limitación ambiental.

El científico puede ayudar en este debate entre el cauteloso y el atrevido. Mediante una técnica matemática puede ayudar a contestar la pregunta mostrando el costo asociado con una restricción dada. Esto significa que puede mostrar qué utilidad se realizaría si se tuvieran disponibles horas adicionales de mano de obra calificada. Esta técnica, dice, es bastante útil al establecer el presupuesto para la empresa, y muy informativa para los inversionistas. El presupuesto, en efecto, fija los límites de gastos de varios componentes del sistema; una incógnita en la mente de toda persona que presupuesta es si las limitaciones que ha fijado son demasiado liberales o demasiado estrictas. Un modelo de programación lineal podría señalar las ventajas que se realizarían de añadir o rebajar pesos asignados a cada actividad. Pero aunque la técnica es sofisticada, no resuelve completamente el problema del inversionista y de quien elabora el presupuesto. Si se puede llegar a saber que relajando las restricciones se puede aumentar la utilidad en cierta cantidad de pesos, ¿qué se sacó de ello? Como inversionista se tiene que decidir si este aumento es ventajoso en términos de otras oportunidades para invertir. Pero esto significa, además, que existe un sistema más grande: el panorama completo de inversiones, el cual se debe considerar, pero que el administrador ha ignorado.

Vemos de nuevo un defecto en la armadura de nuestro héroe: éste parece estar atado al sistema particular que está estudiando y debe permitir alguna otra forma de juicio "no científico" o aun "no sistemático" cuando los problemas van más allá del sistema al cual está encadenado. El amo en este caso es el inversionista, quien escudriña el mundo entero de oportunidades de inversión; el administrador científico constituye el esclavo que trabaja en uno de los muchos dominios del amo.

El mismo problema surge cuando preguntamos quién debe ser responsable de los datos que utiliza el administrador científico. Realmente no es fácil determinar cuánto cuesta fabricar un producto, aun en el caso más sencillo. En un principio se señaló que suponer que el contador nos proporcionaría la información adecuada no es realista. No podemos tener confianza siempre en lo que nos dice debido a que algo de su trabajo está enfocado para fines fiscales y por lo tanto las determinaciones de costos pueden no ser realmente relevantes para el aspecto de utilidades. En cualquier caso, las incertidumbres respecto a los precios y ventas, etcétera, introducen la necesidad de hacer varios tipos de juicios subjetivos y cuando se incluyen éstos en el modelo, se puede sentir que las inexactitudes de la información pueden producir resultados totalmente equivocados.

Pero un problema más grave surge del mismo tema básico que gira en torno de la determinación de las restricciones apropiadas, cada peso que usa una línea de productos es un peso del inversionista. Pero a éste no solamente le interesan las 100 líneas de productos de su empresa, sino también la multitud de otras oportunidades. Por lo tanto, para él un costo debe medirse en función de todas sus oportunidades desperdiciadas. A los contadores, sin embargo, sólo les interesa su sistema y sus 100 líneas de productos. Su visión estrecha puede distorsionar totalmente el verdadero costo para el inversionista. Si el científico acepta a los contadores como recopiladores de datos, a él tampoco se le podrá tener confianza.

Además, ya hemos señalado lo irreal que es el modelo de la empresa en términos de las suposiciones "simplificadas", que fueron introducidas para lograr elegancia matemática.

A las acusaciones de usar la información equivocada o un modelo simplificado, el científico puede dar una respuesta parcial. Existen, señala éste, algunas técnicas matemáticas elegantes de "sensibilidad" que permiten una manera de determinar la gravedad de usar conjuntos de datos inexactos. Es posible pedirle a la computadora que corra un experimento para poder contestar la siguiente pregunta: ¿Cuál sería el resultado si estos costos fueran en realidad el doble, si las suposiciones fueran más realistas? Pero aun así, si el error posible es de importancia en términos de los intereses del inversionista, ¿entonces qué?

La respuesta para el científico es también bastante difícil; especialmente, ampliar el modelo hacia consideraciones más complicadas y mayores por parte de la gerencia. Evidentemente, hasta cierto grado el científico puede hacer esto. Por ejemplo, puede resolver el problema cuando la cantidad de actividad y la contribución a la medida de actuación no es lineal. Esto puede presentarse, por ejemplo, cuando la cantidad vendida depende del precio, de tal manera que entre más bajo sea éste, más unidades se venderán. En el modelo sencillo no profundizamos en detalle acerca del aspecto crítico del ambiente que llamamos demanda en el sistema. No lo hicimos porque la demanda en el sistema fue, podríamos decir, infinita. De acuerdo con nuestra suposición sencilla, los consumidores comprarían cualquier cantidad de muebles a los precios ofrecidos. La situación más realista es aquella en que los consumidores reaccionan negativamente a los precios altos, y de modo favorable a los precios bajos. Si se considera la publicidad, entonces se presentan otras complicaciones. Necesitamos definir dentro de nuestro modelo las diversas formas en que los consumidores puedan reaccionar a lo que hace el sistema y muchas de estas reacciones no resultarán en simples ecuaciones de carácter lineal. Sin embargo, en muchos casos es posible para el administrador científico expresar las relaciones en términos no lineales y resolver el problema, aun cuando las matemáticas se compliquen y el tiempo tal de uso de la computadora sea mayor.

Además, frecuentemente conviene observar al sistema desde el punto de vista no de certeza, sino más bien en forma pro-

75.

babilística. Si se asignan probabilidades y no certeza a los eventos que puedan ocurrir, entonces el científico podrá utilizar técnicas tan poderosas como es la teoría probabilística para llevar a cabo el intento de resolver los problemas inherentes a la administración.

También se tiene el tamaño del modelo matemático. Puede ser verdad que no todas las oportunidades del inversionista fueron incluidas en el modelo sencillo de la empresa con una línea de 100 productos, pero con el tiempo podremos agrandar este modelo para que incluya más y más información sobre el mundo del inversionista.

Este aumento del alcance y complejidad en la administración científica no es muy diferente del existente en cualquier otra actividad. La industria moderna principió con algunos modelos de maquinarias muy sencillos; al paso del tiempo, los ingenieros determinaron cómo hacer que las máquinas realizaran todo tipo de cosas complicadas en ambientes también complicados. De la misma manera, los matemáticos que trabajan en modelos de gerencia, ahora están capacitados para incluir en ellos todo tipo de consideraciones. Pueden agrandar el tamaño de los modelos, incluir diversas variables de incertidumbre y criterios, y de hecho comenzar a enfocar la realidad que afronta el administrador.

Han existido muchas aplicaciones del enfoque de programación lineal al estudio de sistemas, producción, distribución, mercadotecnia, asignación de personal, etcétera. En estas aplicaciones, el científico no es tan rígido como pudiera aparentar el modelo; comprende que existe gran margen de error y, por lo tanto, también la necesidad de diseñar la parte gerencial del sistema de tal manera que éste pueda reaccionar oportunamente a las consecuencias del error. Especialmente, es esencial evitar malas interpretaciones acerca de lo que puede hacer o no hacer el modelo. Existe un caso famoso en que la programación lineal se aplicó "con éxito" en la asignación de carros de carga en un gran ferrocarril. Se instaló una computadora que imprimía un programa diario, derivado de la información con que se le alimentaba, referente a las demandas de los consumidores. Pero si bien la alta gerencia comprendió el enfoque de