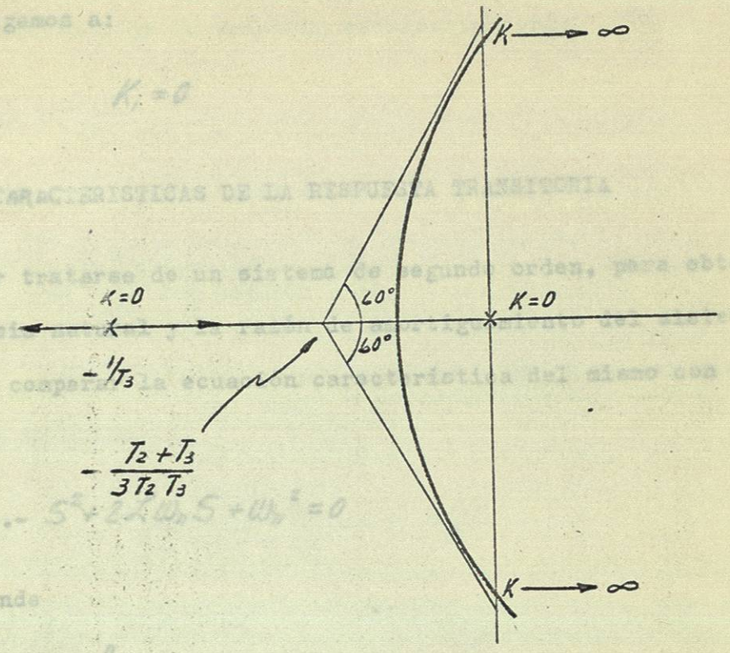

FIGURA 10

LUGAR GEOMETRICO DE LAS RAICES EN EL PLANO COMPLEJO

2.3.- ANALISIS DE ESTADO ESTABLE

Definiendo la ganancia del sistema como

$$24.- \quad \bar{K} = \lim_{s \to 0} \frac{\overline{\Delta N_s}}{\overline{\Delta N_E}}$$

Se tiene

$$\bar{K} = \frac{K_s C_2}{C_4}$$

Definiendo la sensibilidad del sistema como

$$25.- \quad K_1 = \lim_{s \to 0} \frac{\overline{\Delta N_s}}{\overline{\Delta T_i}}$$

Llegamos a:

$$K_1 = 0$$

2.4.- CARACTERISTICAS DE LA RESPUESTA TRANSITORIA

Por tratarse de un sistema de segundo orden, para obtener la frecuencia natural y la razón de amortiguamiento del sistema, bastará comparar la ecuación caracteristica del mismo con la forma general

26.- $S^2 + 2\mathcal{L}\omega_n S + \omega_n^2 = 0$

Donde

$\mathcal{L}$ = Razón de amortiguamiento

ω_n = Frecuencia natural

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_1 C_5 C_4}{T_2}}$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2\sqrt{K_1 C_5 C_4 T_2}}$$

2.5.- RESPUESTA TRANSITORIA ANTE UN CAMBIO EN LA SEÑAL DE REFERENCIA

Haciendo el análisis para un cambio en la señal de referencia tipo escalón y un cambio en la señal de perturbacion igual a cero de manera tal que

27.-

$$\Delta N_E = \Delta N_E \, u(t)$$

$$\Delta T_L = 0$$

La transformada de la señal de referencia sería

28.- $\overline{\Delta N_E} = \dfrac{\Delta N_E}{S}$

Sustituyendo en la ecuación 21.a

$$\Delta N_S = \frac{K_1 K_S C_2 C_5 / T_2}{S^2 + \frac{S}{T_2} + K_1 C_5 C_4 / T_2} \times \frac{\Delta N_E}{S}$$

Con los conceptos de frecuencia natural y razón de amortiguamiento ya definidos.

$$\Delta N_S = \frac{K_1 K_S C_2 C_5 / T_2}{S^2 + 2\mathcal{L} W_n S + W_n^2} \times \frac{\Delta N_E}{S}$$

Y definiendo

$$K = K_1 K_S C_2 C_5 / T_2$$

Resolvemos la expresión ΔN_S aplicando fracciones parciales, Teorema de Heaviside y transformando inversamente para encontrar al fin la expresión en el tiempo dada por

29.- $$\Delta N_S = \frac{K \Delta N_E}{W_n^2} - e^{-\mathcal{L} W_n t} \left[\frac{K \Delta N_E}{W_n^2} \cos W_n \sqrt{1-\mathcal{L}^2}\, t + \frac{K \mathcal{L} \Delta N_E}{W_n^2 \sqrt{1-\mathcal{L}^2}} \operatorname{sen} W_n \sqrt{1-\mathcal{L}^2}\, t \right]$$

Para el rango

$$0 < \mathcal{L} < 1$$

Esquemáticamente tenemos

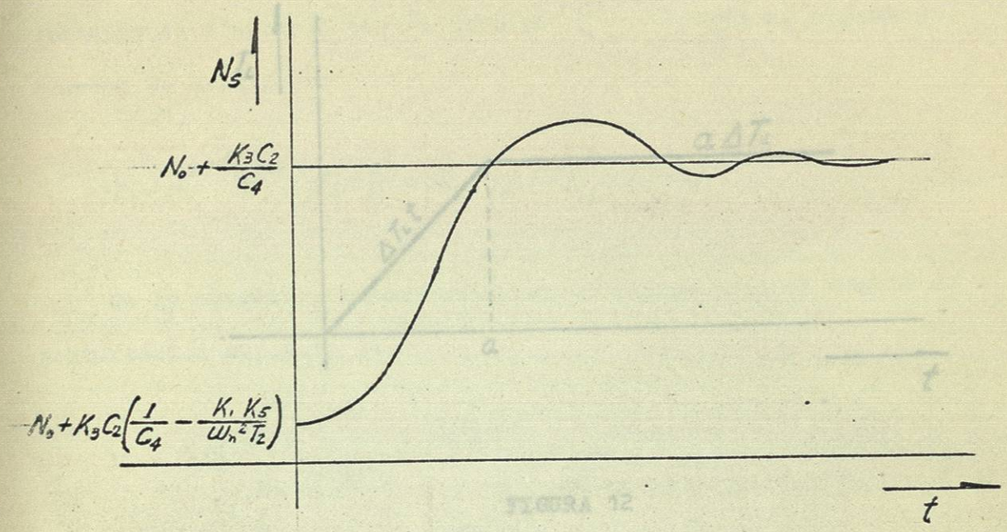

FIGURA 11

RESPUESTA TRANSITORIA DEL SISTEMA ANTE UN CAMBIO EN LA SEÑAL DE REFERENCIA TIPO ESCALON

2.6.- RESPUESTA TRANSITORIA ANTE UN CAMBIO EN LA PERTURBACION

El análisis esta hecho para un cambio en la perturbación de tipo rampa-escalón, y un cambio en la señal de referencia igual a cero. Este tipo de cambio fué escogido a manera de aporximarse en cuanto más sea posible a un caso real.

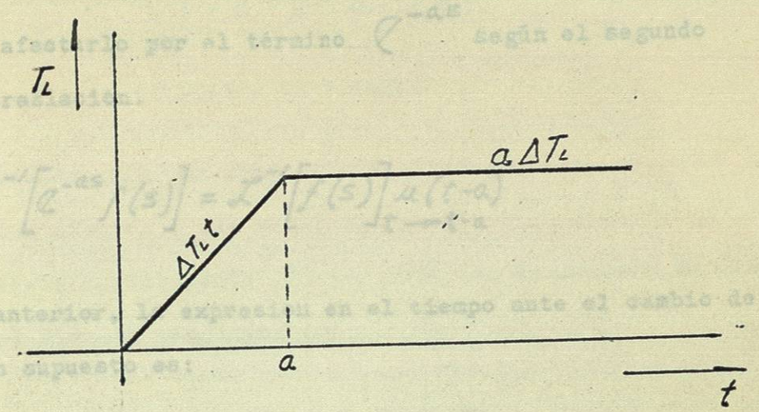

FIGURA 12

TIPO DE PERTURBACION ANALIZADO

De esta forma, la expresión en el tiempo de la perturbación es.

$$30.-\ \Delta T_L = \Delta T_L\, t\left[\mu(t)-\mu(t-a)\right] + \Delta T_L\, a\left[\mu(t-a)\right]$$

Transformando al dominio de Laplace

$$31.-\ \Delta T_L = \frac{\Delta T_L}{S^2} - e^{-as}\left(\frac{\Delta T_L}{S^2} + \frac{\Delta T_L\, a}{S}\right) + e^{-as}\left(\frac{\Delta T_L\, a}{S}\right)$$

$$\Delta T_L = \frac{\Delta T_L}{S}\left(1-e^{-as}\right)$$

La solución se hará para una perturbación de tipo $\Delta T_L = \frac{\Delta T_L}{S^2}$ solamente, el resultado final será la superposición de éste y el

obtenido al afectarlo por el término e^{-as} según el segundo teorema de traslación.

$$32.-\ \mathcal{L}^{-1}\left[e^{-as}f(s)\right]=\mathcal{L}^{-1}\left[f(s)\right]_{t\to t-a}\mu(t-a)$$

De lo anterior, la expresion en el tiempo ante el cambio de perturbación supuesto es:

$$33.-\ \Delta N_5=\left\{\frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}\,e^{-\omega_n\zeta t}\left[\frac{C_2C_5\sqrt{1-\zeta^2}}{\omega_n T_2}\cos\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t+\frac{C_2C_5\zeta}{\omega_n T_2}\,\mathrm{sen}\,\omega_n\times\sqrt{1-\zeta^2}\,t\right]-\frac{\mu(t-a)}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}\,e^{-\omega_n\zeta(t-a)}\left(\frac{C_2C_5}{\omega_n T_2}\cos\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}(t-a)+\frac{C_2C_5\zeta}{\omega_n T_2}\,\mathrm{sen}\,\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}(t-a)\right)\right\}$$

Graficando esquemáticamente la expresión anterior veremos

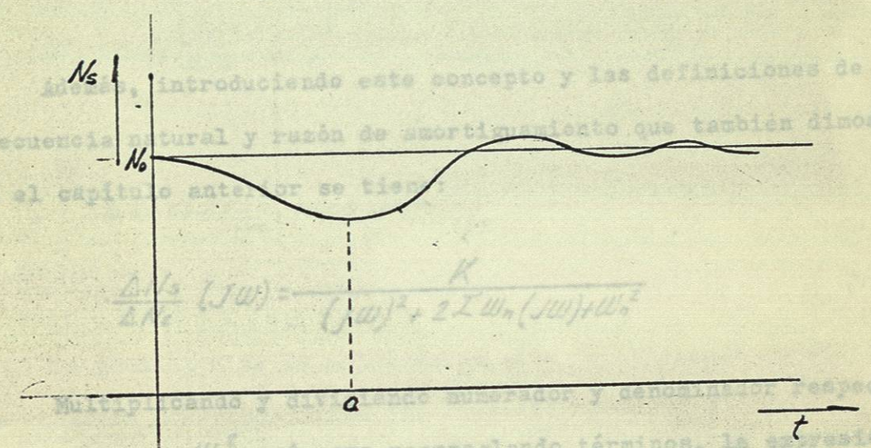

FIGURA 13

TRANSITORIO DEL SISTEMA ANTE UN CAMBIO EN LA PERTURBACION