CAPITULO II

CONCEPTOS DE FASOR

DEFINICIÓN:

Los vectores que suministran una representación sinusoidal de cantidades variables en función del tiempo son llamados fasores.

Geometría Fasorial:

Como se sabe un vector plano puede ser determinado en magnitud, dirección y sentido en función de sus respectivas proyecciones sobre el eje de las X y sobre el eje de las Y. Por ejemplo, si la proyección sobre el eje de las X del vector A de la figura 2-1.

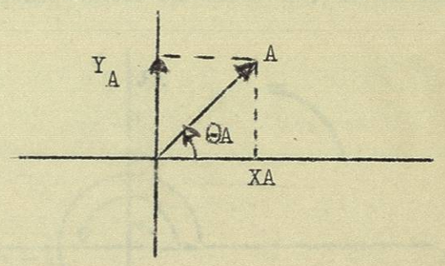

FIGURA 2-1

es conocida como X_A, la proyección sobre el eje de las Y será Y_A, entonces la magnitud del vector A es:

$$A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$$

De las propiedades geométricas de la figura 1 se sigue que el ángulo θ_A, entre el vector A y el eje positivo X, es

$$\theta_A = \text{tang}^{-1} \frac{Y_A}{X_A}$$

A fin de determinar un fasor en función de sus componentes X e Y, es -- preciso emplear algún medio que permita distinguir entre la proyección sobre el eje de las (X) y la proyección sobre el eje de las (Y). Como la proyec--- ción sobre el eje de las (Y) está 90° adelante de la proyección sobre el eje de las (X), un operador conveniente sería uno que, cuando se aplique a un - fasor , lo haga girar 90° en sentido contrario al de las manecillas de un - re loj sin cambiar la magnitud del fasor.

Sea (J) un operador que hace girar 90° contra el sentido del reloj a - cualquier vector a que se aplica como fasor, esto es, por el cual se multi- plica.

Entonces, por definición, cuando el fasor (A) de la figura 2-2.

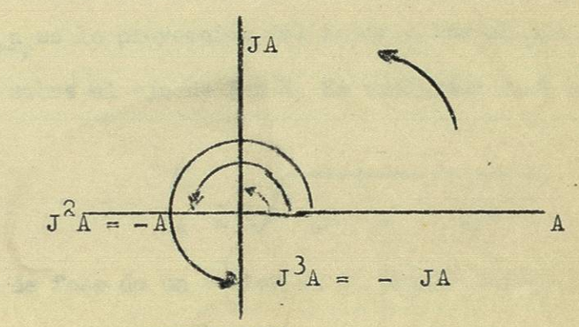

FIGURA 2-2

es multiplicado por (J) se obtiene un nuevo fasor JA a 90° contra el senti- do del reloj de (A). Si el operador (J) es aplicado al fasor jA, hará girar a j a 90° contra el sentido del reloj. El resultado es $j \times j\ A = j^2\ A$, como - se muestra en la figura 2, de aquí se sigue también que:

$$j^2A = -A$$

de aquí

$$j^2 = -1 \qquad Y$$

$$j = \sqrt{-1}$$

Se observa que las aplicaciones sucesivas del operador (J) al fasor A producen pasos sucesivos correspondientes a 90° de rotación del vector en la dirección contra el sentido del sentido del reloj, sin afectar la magnitud del fasor.

Forma Cartesiana de Notación.

Un fasor, en cualquier cuadrante puede ser completamente determinado mediante la notación de coordenados cartesianas, como se muestra a continuación:

$$A = \pm a \pm J a' \qquad a' = y \quad a = x$$

en esta ecuación a es la proyección del fasor sobre el eje de las (X) y (a') es la proyección sobre el eje de las Y. En cualquier caso la magnitud del fasor (A) es

$$A = \sqrt{a^2 + a'^2}$$

La posición de fase de un vector en el primer cuadrante será:

$$\theta_{1_a} = \text{tang}^{-1} \left(\frac{+a'}{+a} \right)$$

Por ejemplo en el cuarto cuadrante:

$$\theta_4 = tg^{-1} \left(\frac{-a'}{+a} \right)$$

El operador (cos θ $\pm$ j sen θ)

La inspección de la figura 2-3 mostrará que la proyección de un fasor sobre.

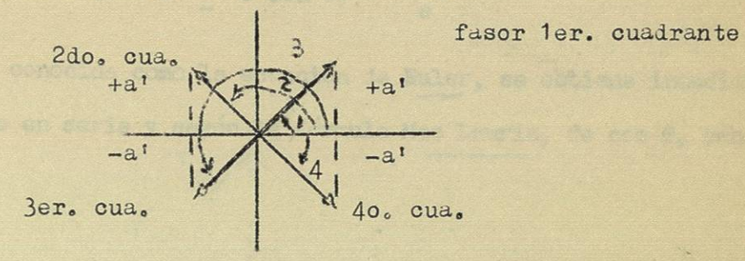

FIGURA 2-3

el eje de las (X) en cualquier cuadrante es (A cos θ). El ángulo θ puede ser medido en sentido positivo o negativo a partir del eje de las (X), para determinar la proyección sobre este eje, pues el cos θ = cos (-θ)

La proyección sobre el eje de las (Y) en cualquier cuandrante es (A -- sen θ), si θ se mide en el sentido contra el reloj a partir del eje de las (X).

Por tanto,

$$A = A (\cos \theta \pm J \operatorname{sen} \theta)$$

Este es equibalente a la forma mostrada en la ec (1). Se una el signo - (+) si θ se mide contra el sentido del reloj a partir del eje de referencia y (-) si θ se mide en el sentido del reloj.

La ecuación (2) muestra que (cos θ ± J sen θ), al operar sobre una magnitud real A, es un vector de A unidades de magnitud y tomando sobre el eje de las (X) hace girar a este fasor un ángulo + θ desde su posición inicial. De manera semejante, el operador (cos θ - J sen θ) hace girar al vector original un ángulo (- θ).

Forma exponencial del operador (cos θ + J sen θ)

La siguiente ecuación contiene una relación importante.

$$(\cos \theta \pm J \operatorname{sen} \theta) = e^{\pm J \theta}$$

Esta ecuación, conocida como la ecuación de Euler, se obtiene inmediatamente del desarrollo en serie y según la fórmula Mac Laurin, de cos θ, sen θ, y $e^{\pm J \theta}$

Forma polar del operador (cos θ ± J sen θ).

La forma exponencial del operador (cos θ ± J sen θ) es a menudo escrito de manera simplificada. Sabiendo que

$$e^{\pm j \theta} = (\cos \theta \pm J \operatorname{sen} \theta) \text{ por tanto,}$$

$$A\, e^{\pm j \theta} = A\ (\cos \theta \pm J \operatorname{sen} \theta) \text{ y por definición,}$$

$$e^{\pm J \theta} = 1 \angle \pm \theta$$

$$A\, e^{\pm J \theta} = A \angle \pm \theta$$

ALGEBRA FASORIAL

Suma de FASORES.

La suma vectorial de dos fasores A y B es un tercer fasor; definido en magnitud y posición de fase por la diagonal del paralelo grano que tiene por lados los fasores A y B. La diagonal del paralelograno así formado que representa la suma vectorial A + B está indicado en la figura 2-4