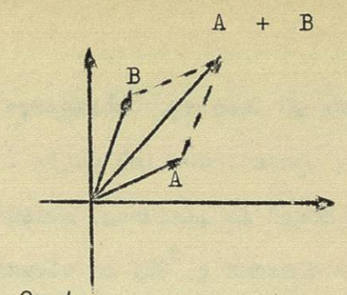


FIGURA 2 -4

Puede considerarse que cada fasor tiene un origen y un extremo final. - Si las puntas de flecha de la figura 2-4 indican los finales de los fasores, entonces la suma vectorial de los dos fasores es la línea que une el origen del primer fasor y el final del segundo, después de que este último ha sido colocado de manera que su origen coicida con el extremo final del primer - fasor. De aquí que

$$A + B = B + A$$

Para sumar los fasores, estos se escriben en forma rectangular (a +Ja') ya que las formas exponencial o polar no se prestan para el procedimiento de adición. Si

$$A = a + J\,a', \qquad B = b + J\,b' \qquad y \qquad C = c + J\,c'$$

$$A + B + C = (a + b + c) + J\,(a' + b' + c')$$

Donde la magnitud del fasor resultante es

$$D = \sqrt{(a + b + c)^2 + (a' + b' + c')^2}$$

La posición de fase será

$$\theta_o = tg^{-1} \frac{(a' + b' + c')}{(a + b + c)}$$

SUBSTRACCION DE FASORES

En la álgebra común, la operación o proceso de substracción es llevado a efecto mediante el cambio del signo del substraendo y procediendo a continuación como en la suma. En álgebra fasorial, el fasor que ha de subtraerse se hace girar a través de un ángulo de 180° y sumando a continuación. Para hacer girar 180° un fasor puede aplicarse el operador $J^2 = -1$ o restar 180° al ángulo de fase del fasor. Así un fasor $A = A\,\theta$ que se gira un ángulo de 180° se convierte en

$$A' = J^2\,A\,\theta = -A\,\theta = A\,\theta \pm 180^\circ$$

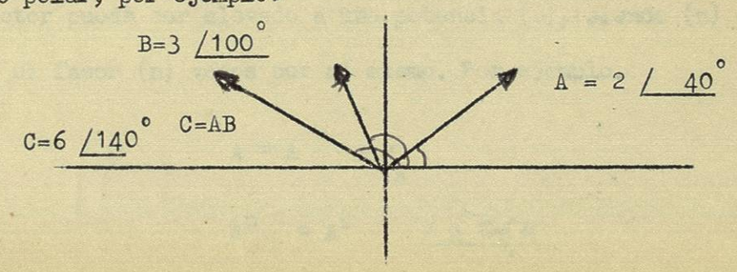
y un fasor $B = b + J\,b'$ que se gira un ángulo de 180° se convierte en

$$B' = J^2\,(b + J\,b') = -b - J\,b'$$

Multiplicación de fasores.

La multiplicación compleja de dos fasores A y B, en cuanto atañe al análisis de circuitos de CA., es un tercer fasor que tiene una magnitud igual a (AB) y una posición de fase con respecto al eje de referencia igual a la suma de los respectivos ángulos de fase de A y B a saber (a A+ a B).

Analíticamente la multiplicación compleja de dos fasores puede ser efectuada más cómodamente cuando los fasores son expresados en forma exponencial o polar; por ejemplo:



Resulta claro que es indiferente el orden en que se efectúe la multiplicación. Esto es

$$AB = BA$$

Además se puede extender la definición a cualquier número de fasores. — Por ejemplo,

$$ABC = ABC \underline{/ \alpha_A + \alpha_B + \alpha_C}$$

DIVISION DE FASORES

Para los fines de la teoría de circuitos de C-A la división de una cantidad compleja entre otra se lleva a cabo algebraicamente, como se muestra a — continuación, cuando las cantidades son expresadas en forma exponencial:

$$\frac{A}{B} = \frac{A e^{j\alpha_A}}{} = \frac{A}{B} e^{j\alpha_A - j\alpha_B} = \frac{A}{B} E\ j\ (\alpha_A - \alpha_B)$$

Esto es, el proceso de dividir un fasor A entre un segundo fasor B como resultado un tercer fasor cuya magnitud es el cociente de las magnitudes de los fasores A y B, a saber A/B, La posición de fase del vector resultante, — con respecto al eje de referencia, es la diferencia algebráica entre los ángulos de fase de los fasores A y B medidos a partir del eje de referencia, a saber $\alpha_A - \alpha_B$.

Elevación de un fasor a una potencia.

Un factor puede ser elevado a una potencia (n), siendo (n) entero, multiplicando el fasor (n) veces por si mismo. Por ejemplo.

Si

$$A = A \quad \alpha_A$$

$$A^n = A^n \quad \underline{/ n\ \alpha_A}$$

ESTUDIO DE ONDAS SENOIDALES POR MEDIO DE FASORES.

La proyección de un vector sobre el eje de las (X) es una función coseno del ángulo que aquel forma con el eje de las (X). Si el ángulo cambia con el tiempo, la proyección sobre el eje también cambia y su longitud representada por el coseno del ángulo.

Para representar la función de la ecuación F (t) = F cos (wt +θ), el ángulo puede ser igual a θ en t = 0 y aumentar linealmente de ahí en adelante El resultado es un vector que gira alrededor de un origen. Este es llamado un fasor rotatorio. El término fasor solo es usado para un vector estacionario en t = o. El fasor que representa la sinusoide de la ecuación (1) se muestra en la figura 2-5..

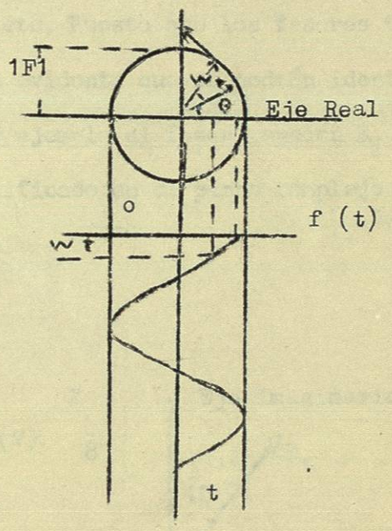


FIGURA 2-5

Este es un vector de longitud F midiéndolo según un ángulo θ desde el eje real. Si el fasor se hace girar con frecuencia angular (W), su proyección sobre el eje real es una función coseno.

Cuando la cantidad (wt + θ) es 90° la proyección es cero.

Cuando la cantidad (wt + θ) es 180° la proyección es - F

Cuando la cantidad (wt + θ) es 270° la proyección es cero otra vez y así sucesivamento.

DIAGRAMAS FASORIALES.

Diagramas fasoriales es el nombre dado a una representación gráfica en el plano complejo de los fasores tensión y corriente de un circuito específico. Este diagrama proporciona un método gráfico para resolver ciertos problemas para los que los cálculos algebráicos complejos resultan molestos.

Ya estamos familiarizados con los números complejos, el plano complejo sumas, restas complejas, etc. Puesto que los fasores tensión y corriente -- son números complejos, es evidente que se podrán identificar como puntos - en un plano complejo. Por ejemplo el fasor tensión $E_1 = 6 + J8 = 10 - 53.1°$ se encuentra identificado en el plano compleje de tensiones repre-- sentado en la figura 2-6a.

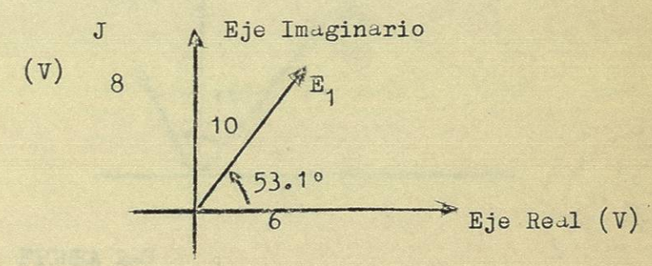


FIGURA 2-6a

Los ejes son los ejes de tensión real y de tensión imaginaria, la ten-- sión E_1 está indicada por una flecha de purta abierta trazada desde el ori--

gen. Puesto que en el plano complejo la suma y la resta son particularmente - fáciles de efectuar y representar, es evidente que en un diagrama fasorial -- los fasores pueden sumarse y restarse de una manera simple.

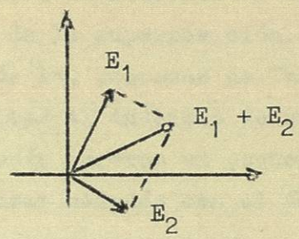


FIGURA 2-6

La multiplicación y la división se realizan sumando y restando ángulos, variando la amplitud.

La figura 2-7 muestra a la corriente I, la cual es el producto de E_1 = 6 + J8 por la admitancia Y = 1 + J 1 .

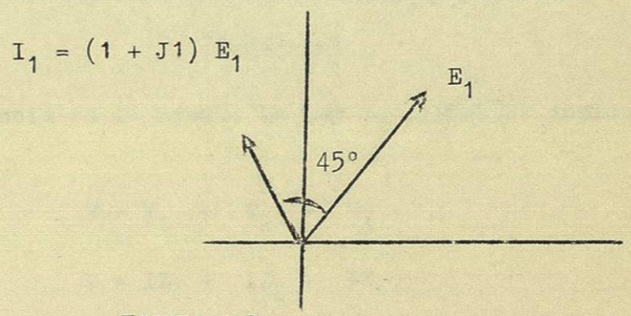


FIGURA 2-7

Este último diagrama fasorial muestra a ambas fasores, corriente y tensión, en el mismo plano complejo; se comprende que cada uno tendrá su propia escala de amplitud, pero la escala para ángulos es común. Por ejemplo un fasor tensión de 3 cm de largo puede representar 100V, mientras que un fasor - corriente de los mismos 3 cm puede representar 3 mA.