CAPITULO V1

TEOREMA DE FOURIER

INTRODUCCION

Una transformación es una operación que convierte una expresión matemática en otra de forma diferente pero equivalente. Por ejemplo, la ecuación para curva puede ser transformada de coordinadas rectangulares - a coordenas polares o viceversa. También la localización de la curva --- puede ser referida a un nuevo sistema de ejes coordenados por una transformación de coordenados. Una transformación es normalmente empleada para simplificar la solución de un problema, de igual manera que los transformaciones logarítmicos reducen la multiplicación y la división a procesos simples de suma y resta.

La transformada de Laplace es una transformación para obtener la solución de la ecuación diferencial por el uso de métodos algebráicos, esta transformada se puede considerar como una extensión de la Serie de -- Fourier.

SERIE DE FOURIER. Una función periódica de período T se muestra a continuación:

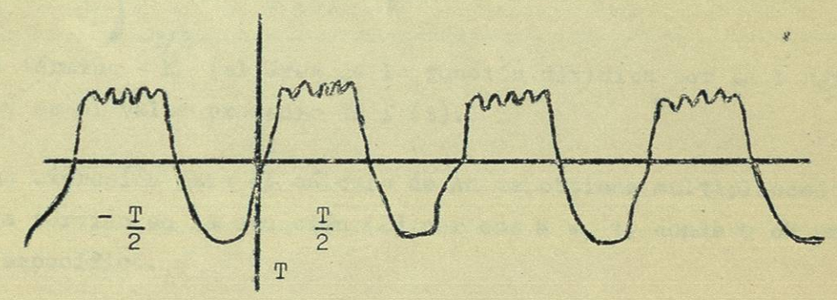

FIGURA 6-1

Esta función períodica f (t) se puede expresar como una suma de términos de senos y de cosenos.

$$f(t) = K + \sum_{n=1}^{\infty} \left(An \cos \frac{2\pi nt}{T} + Bn \operatorname{Sen} \frac{2\pi nt}{T}\right)$$

donde K, An y Bn son constantes.

Esta ecuación es la Serie de Fourier para una función períodica. Como el tiempo T varía desde -T/2 a T/2, el término t/T varía desde -1/2 a 1/2, como se muestra en la figura 6-2. Como el tiempo t se considera a través de un período completo, entonces el consumo de $\frac{2\pi nt}{T}$ varía a través de N ciclos completos. Igualmente como t se considerará a través de un período, entonces el Sen $\frac{2\pi nt}{T}$ también completa N ciclos.

Luego la ecuación (1) puede ser expresada en la forma $f(t) = K + \sum_{n=1}^{\infty}$ (An cos N wot + Bn Sen N wot) (2), donde $Wo = \frac{2\pi}{T}$ es la velocidad angular.

La constante K es calculada por la Integración de cada término de la ecuación 2 sobre un período completo. Cada término coseno y seno en la suma infinita desaparece cuando se integró sobre un período, entonces:

$$\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,dt = \int_{-T/2}^{T/2} K\,d\,t = K\,T$$

o bien;

$$K = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,dt$$

El término - K (el área de la función dividida por la longitud del período) es el valor promedio de f (t).

Una expresión para el cálculo de An se obtiene multiplicando una vez cada término en la ecuación (2) por cos M W. t, donde m es un integrador específico.

Por lo cual integrando cada término sobre un período y teniendo en cuenta que:

$$T/2 \quad (\cos N\,Wot)(\cos M\,Wot\,dt) = \begin{cases} o \text{ para } & n \neq m \\ \frac{T}{2} & \text{para } n = m \end{cases}$$

y

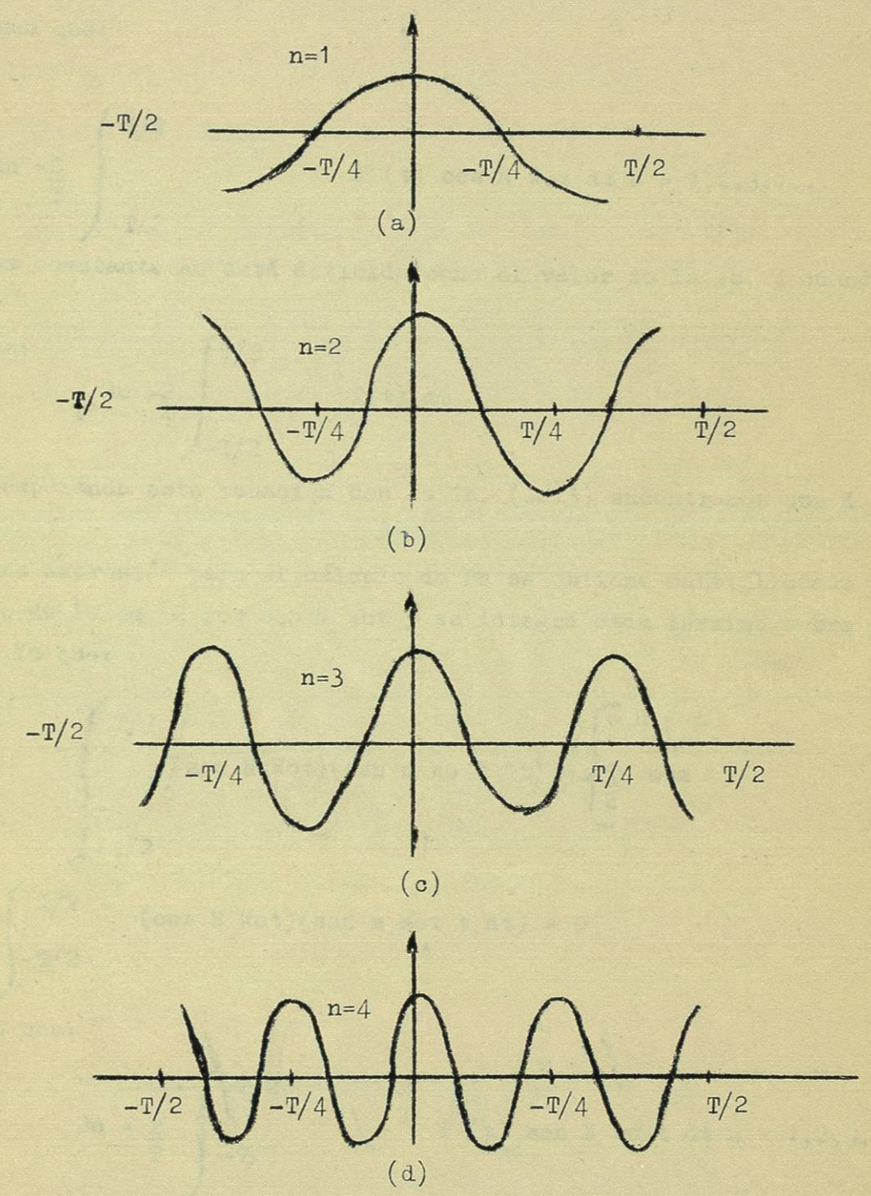

FIGURA 6-2

$$\int_{-T/2}^{T/2} (\text{sen } N\ Wot)\ (\cos M\ Wot\ dt) = 0$$

se sigue que:

$$An = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos N\ Wot\ dt \quad n = 1,2,3\ldots\ldots \qquad (4)$$

La constante Ao está definida como el valor de la ec. 4 cuando n =0.

Esto es:

$$Ao = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\ dt$$

Comparando esta ecuación con la 1a. (ec.3) encontramos que $K = \frac{Ao}{2}$

Una expresión para el cálculo de Bn se obtiene multiplicando cada término de la ec. 2 por sen M Wot y se integra cada término sobre un período. Ya que:

$$\int_{-T/2}^{T/2} (\text{sen } N\ Wot)(\text{sen } m\ Wo\ t\ dt) = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ \frac{T}{2} & m=m \end{cases}$$

y

$$\int_{-T/2}^{T/2} (\cos N\ Wot)(\text{sen } m\ Wot\ t\ dt) = 0$$

tomemos que:

$$Bn = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\ \text{sen } N\ wo\ t\ dt \quad n = 1,2,3\ldots (6)$$