

## CAPITULO VII

### RESPUESTA EN EL TIEMPO DE ELEMENTOS SIMPLES

#### INTRODUCCION.

Hasta ahora se ha trabajado con circuitos puramente resistivos, es decir que reciben potencia disipándola en forma de calor también se han mencionado las leyes y teoremas principales bajo los cuales se rigen estos circuitos, así como sus aplicaciones. Dado lo anterior, estamos ahora en condiciones de introducir dos nuevos elementos simples que están muy relacionados en circuitos eléctricos cuyas características de voltajes-corrientes, depende de un voltaje o de una corriente variable; esos elementos son la bobina y el condensador.

Estos elementos a diferencia de las resistencias son capaces de almacenar energía, por lo cual su comportamiento introduce integrales y derivadas en las ecuaciones de redes. Una red general está descrita por una ecuación diferencial y la solución es una función del tiempo.

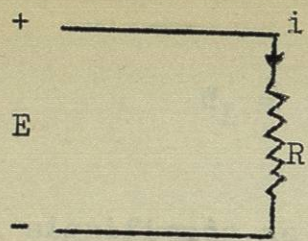
Para el caso particular de elementos simples las redes desempeñan operaciones simples de integración, diferenciación y multiplicación por una constante. Entonces si la excitamos por medio de una función de singularidad, la respuesta será también una función de singularidad.

#### Relación Volt-Ampere.

Ya en el segundo capítulo se definieron ampliamente los elementos: Resistencia, Bobina y Condensador; por lo cual ahora nos concretamos solamente a exponer las relaciones Volt-Ampere existentes para cada uno de ellos. A continuación se muestran estas relaciones:

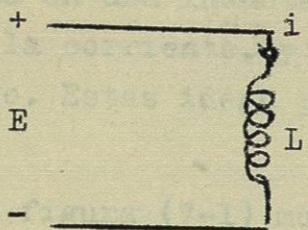
Para la resolución de cualquier circuito eléctrico que contenga ya sea inductancias resistencias o capacitancias, el conocimiento de estas ecuaciones permitirá enfrentar los diferentes tipos de problemas que puedan presentarse en tal circuito.



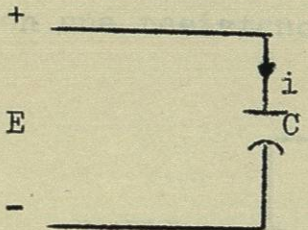


$$e = Ri; \quad i = G e \quad G = \text{conductancia} (\mathcal{V})$$

$$G = \frac{1}{R}$$



$$e = L \frac{di}{dt}; \quad i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t e \, dt$$



$$e = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i \, dt; \quad i = C \frac{de}{dt}$$

Energía Inicial Almacenada.

La potencia instantánea esta dada por el producto de voltaje y corriente. La energía  $W_L$  recibida por la inductancia se almacena en el campo magnético que rodea a la bobina y viene expresado por la integral de la potencia en el intervalo de tiempo correspondiente o sea;

$$W = \int_{t_1}^{t_2} e \cdot i \, dt \quad (7-1)$$

En donde  $T_1$  y  $T_2$  es el comienzo y el final del intervalo, donde la energía va a ser medida, y  $W$  es la energía en Watts-Seg. o Joules. Entonces la energía almacenada en una inductancia viene dado por la ecuación (7-2) donde  $T_1$  de la ecuación anterior se toma como  $(-\infty)$ . De aquí que la energía almacenada en una inductancia sea:

$$W_L = \int_{-\infty}^T e \cdot i \, dt = \int_{-\infty}^T L \frac{di}{dt} \cdot i \, dt \quad (7-2)$$

Es posible el cambio de variable en la ecuación de tiempo a corriente. Si la corriente es (0) cero en  $(-\infty)$  y en tiempo  $t$  tiene un valor de  $i$  en la integral como se muestra:



$$W_L = \int_0^I L i \, di = \frac{1}{2} L i^2 \quad (7-3)$$

El significado de esta ecuación (7-3) es que la energía almacenada en una inductancia depende solamente del valor instantáneo de la corriente, y no sobre lo sucedido anteriormente en el circuito. Estas ideas pueden ilustrarse mediante un sencillo ejemplo:

La figura (7-1) muestra una inductancia de tres henrios en serie con una resistencia de 0.1 Ohms.

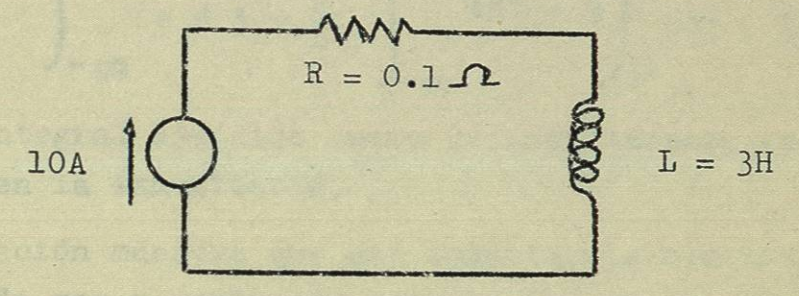


FIGURA 7.1

La energía almacenada en la bobina será:

$$W_L = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} (3) (10)^2$$

$$W_L = \frac{300}{2} = 150 \text{ joules}$$

y la potencia disipada en la resistencia será:

$$Pot_R = I^2 R = (10)^2 (0.1)$$

$$Pot_R = 10 \text{ Watts}$$

Una situación semejante sucede con el condensador, la energía almacenada en un capacitor está dado por el integral.

$$W_C = \int_{-\infty}^t e \cdot i \, dt = \int_{-\infty}^t e \cdot c \frac{de}{dt} dt$$



Si el voltaje en  $t = -(\infty)$  se hace 0 y el voltaje en  $t = t$  es  $E$  la integral queda de la siguiente manera:

$$W_c = \int_0^E C \cdot E \, de = \frac{1}{2} C E^2$$

Entonces la energía en el capacitor depende de solamente del voltaje a través de él en el instante en que se analiza.

Fuentes equivalentes para energía inicial almacenada.

El elemento inductancia está completamente descrito por la ecuación Volt-Ampere (7-4)

$$I_L = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t e \, dt = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{0+} e \, dt + \frac{1}{L} \int_{0+}^t e \, dt \quad (7-4)$$

Esta integral dividida entre la inductancia, es la corriente inicial en la inductancia.

La ecuación muestra que una inductancia con una corriente inicial puede ser reemplazada por una inductancia sin corriente inicial, en paralelo con una fuente de corriente, con un valor igual a la corriente inicial en la inductancia. Una inductancia con una corriente inicial se muestra en la figura (7-2).

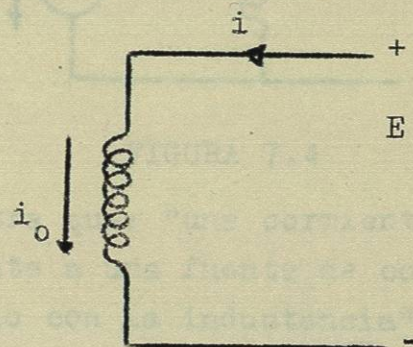


FIGURA 7.2

y su circuito equivalente con la misma relación Volt-Ampere para  $t = 0$  es:

El significado de esta ecuación (7-4) es que la energía almacenada en una inductancia depende solamente del valor instantáneo de la corriente, y no sobre lo sucedido anteriormente en el circuito. Estas ideas pueden ilustrarse mediante un sencillo ejemplo:

La figura (7-1) muestra una inductancia de  $0.1$  Ohms en serie con una resistencia de  $0.1$  Ohms.

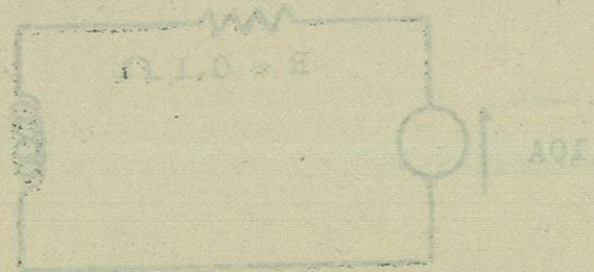


FIGURA 7.1

La energía almacenada en la bobina será:

$$W_L = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} (0.1) (10)^2 = 5 \text{ Joules}$$

Y la potencia disipada en la resistencia será:

$$P_{R'} = I^2 R = (10)^2 (0.1) = 10 \text{ Watts}$$

Una estimación semejante sucede con el condensador, la energía almacenada en un capacitor está dada por el integral:

$$W_c = \int_0^E C \cdot E \, de = \frac{1}{2} C E^2$$