CAPITULO VIII

RESPUESTA DE LOS CIRCUITOS RL-RC

INTRODUCCION.

Los circuitos eléctricos son descritos por ecuaciones diferenciales lineales: por esta razón, pueden usarse los conceptos de Estímulo y Respuesta.

Como ya se sabe, para excitar y producir una respuesta en un circuito se necesita una fuente de energía, esta fuente puede ser externa, como por ejemplo una batería que suministre energía a un circuito eléctrico; o bien puede ser interna, lográndose esto por medio de elementos que son capaces de almacenar energía como los condensadores y las inductancias en los circuitos eléctricos.

Siempre que la energía almacenada en un circuito es liberada, ésta responde de una forma tal que depende de la configuración y de los parámetros del circuito. Debido a que la respuesta a la energía almacenada es una característica propia, se denomina "Respuesta Natural" del circuito. Para liberar la energía almacenada en los elementos del circuito se utiliza un interruptor este interruptor puede también conectar fuentes externas de energía al circuito. Estas fuentes exteriores determinan también una respuesta en el circuito; cuando ha transcurrido tiempo suficiente, a partir del cierre del interruptor, para que la energía inicialmente almacenada se disipe en la resistencia del circuito, la respuesta posterior depende enteramente de la energía exterior que esté siendo suministrada. Esta respuesta, debido a la función de excitación, se denomina "Respuesta de Régimen Permanente".

De acuerdo con el principio de superposición, la respuesta total será la suma de ambas respuestas. Esta respuesta total se denomina "Respuesta Transitoria".

Ecuación Diferencial de Primer Orden.

Nuestro estudio está basado en un circuito al cual se excita por medio de una fuente solamente para entregar energía a los elementos que son capaces de almacenarla, en este caso es el elemento inductancia el que puede almacenar tal energía e inmediata mente después de haberse cargado dicho elemento se retira la --- fuente del circuito por medio de un interruptor, como se muestra en la figura (8-1):

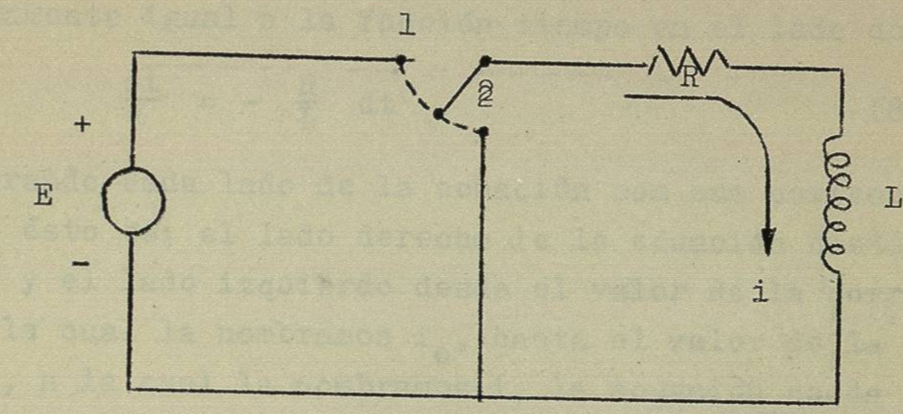

FIGURA 8.1

El propósito es calcular la corriente en función del tiempo a partir del instante $t = 0$ en que se produce la conmutación del interruptor. Los pasos a seguir para obtener la solución completa, los podemos enumerar como sigue:

1o.- Calcular la solución permanente.

2o.- Plantear y resolver la ecuación diferencial del circuito para obtener la respuesta natural.

3o.- Sumar las respuestas permanentes y natural y determinar las constantes arbritarias a partir de las condiciones iniciales.

Estos tres pasos se siguen a continuación para la resolución del circuito de la figura (8-1).

La ecuación diferencial puede plantearse utilizando las leyes de Kirchhoff.

$$L \frac{di}{dt} + R\,i = 0 \qquad (8\text{-}1)$$

Hay que notar que la batería, que es la fuente de energía - eléctrica del circuito, ha quedado desconectada de éste por la - acción de un interruptor, quedando en la inductancia L energía - almacenada la cual quedará ahora en calidad de fuente de energía eléctrica del circuito, una vez que ha pasado el interruptor a - la posición 2.

Por separación de variables la ecuación (8-1) queda como se-muestra en la ecuación (8-2).

La función corriente en el lado izquierdo de la ecuación es exactamente igual a la función tiempo en el lado derecho.

$$\frac{di}{i} = - \frac{R}{L} \, dt \qquad (8\text{-}2)$$

Integrando cada lado de la ecuación con sus correspondientes lí-mites ésto es, el lado derecho de la ecuación desde t = 0 hasta-t = t y el lado izquierdo desde el valor de la corriente en t =-0, a la cual la nombramos i_o, hasta el valor de la corriente ---t = t, a la cual la nombramos i, la ecuación queda como sigue:

$$\int_{io}^{i} \frac{di}{i} = \int_{o}^{t} - \frac{R}{L} \, d\,t \qquad (8\text{-}3)$$

y resolviendo la integral:

$$\ln i - \ln \; io = - \frac{R}{L} \, t$$

de donde:

$$i = io \; e^{-R/L \; t} \qquad (8\text{-}4)$$

Esta ecuación (8-4) es una solución de la ecuación diferencial -para todos los valores i_o. En donde el valor de i_o dependerá de-las restricciones del problema.

En t = L/R el valor de la corriente es:

$$i = io \quad e^{-1} = \frac{io}{e}$$

El tiempo L/R es llamado constante del tiempo del circuito.

Circuito R-C.- El circuito R-C mostrado en la figura (8-2):

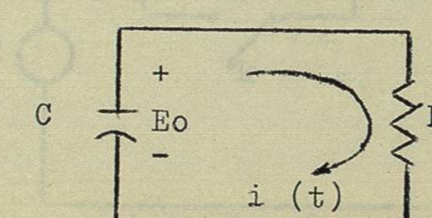

FIGURA (8-2)

Este circuito está representado también por una ecuación diferencial de primer orden de la forma:

$$R\,i + \frac{1}{c}\int_{-\infty}^{t} i\,dt = 0$$

0;

$$R\,\frac{di}{dt} + \frac{i}{c} = 0$$

Esta ecuación puede ser resuelta de la misma manera que la ecuación (8-1).

La solución será:

$$i = lo\;e^{-\frac{1}{RC}\,t}$$

Esta ecuación será igual a:

$$i = lo\;e^{-t/T}$$

En donde l_o es el valor inicial de la corriente y T = RC -- (Constante de tiempo). El valor inicial de la corriente se calcula de acuerdo al estado del circuito en t = 0, en este instante el voltaje en el capacitor es E_o, este voltaje aparecerá a través de la resistencia, por lo cual la corriente inicial será --- igual a E_o/R afectado por una función del tiempo, esto es la corriente i será igual a:

$$i = \frac{Eo}{R}\;e^{-t/T}$$

Como un ejemplo de lo anterior resolvemos el circuito de la figura (8-3)

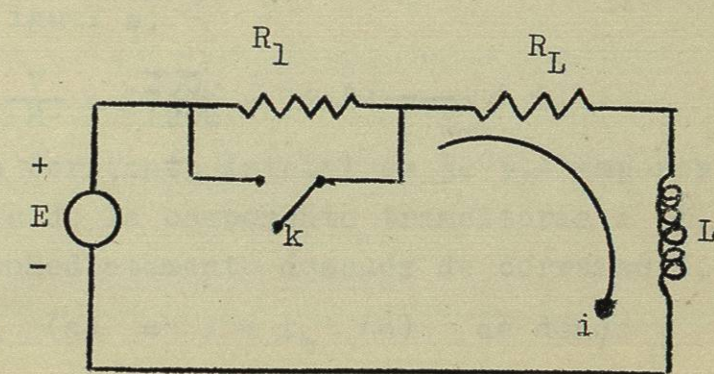

FIGURA (8-3)

Supongamos que el circuito anterior representa el circuito de campo de un generador de corriente contínua a la cual se le está aplicando una fuente de 250 Volts., que el valor de la inductancia es de 55 Henrios y el valor de R_L es de 12.6 Ohms.

Suponiendo que está abierto K y ajustando R_1 de manera que la corriente sea 0.40 Amperes. ¿ cuál será la variación de inmediatamente después de cerrarse K?.

También se nos pregunta que tiempo se necesita para que la corriente alcance el valor de 14 amperes después de cerrarse k.

Solución:

Para resolver este problema se hace las concideraciones siguientes:

Una vez que se ha cerrado K, la corriente permanece momentáneamente invariable en 5.4 amperes, debido a ésto se produce una caída de tensión en R_L de:

$$e_{RL} = R\,i = 12.6 \times 5.4 = 68 \text{ volts.}$$

Lo cual quiere decir que:

$$L\,\frac{di}{dt} = 182 \text{ volts.}$$

o sea que la variación de la corriente con respecto al tiempo estará dado por:

$$\frac{di}{dt} = \frac{182}{55} = 3.31 \text{ Amp/Seg.}$$

Ahora bien, cuando K está cerrado, la corriente que fluye por el circuito será igual a:

$$i = \frac{V}{R} = \frac{250}{12.6} = 19.84 \text{ Amp.}$$

Sabemos que la corriente inicial es de 5.4 amperes, por lo que la corriente es de la componente transitoria i (t) y deberá tener un valor inmediatamente después de cerrarse K, tal que:

$$i\ (o) = 1 + i_t\ (o) \quad \text{de donde}$$

$$5.40 = 19.84 + i_t\ (o)$$

$$i_t\ (o) = 5.40 - 19.48 = -14.44 \text{ Amp.}$$