2.5 LEYES DEL CIRCUITO MAGNETICO

2.5.1 LEY DEL CIRCUITO DEL CAMPO MAGNETICO (LEY DE AMPERE)

La ley circuital de Ampere resulta de la aplicación del análisis matemático a las conclusiones experimentales obtenidas por los científicos del estudio del campo magnético. La expresión general es la siguiente:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{Total} \qquad 2.7$$

Esta ecuación establece que " la integral de línea del campo magnético a lo largo de una trayectoria cerrada es igual a la corriente eléctrica total enlazada por dicha trayectoria". Como, por lo común, la corriente total enlazada por la trayectoria se obtiene dejando que una corriente I fluya a través de una bobina de N vueltas, se puede expresar este resultado como:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI \qquad 2.8$$

La Fig. 8 muestra un solenoide y el flujo producido por éste. La integral de línea $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$ es la misma para las líneas cerradas 1, 2 y 3, porque las tres están enlazadas por todas las espiras del solenoide y, por lo tanto, NI es la misma cantidad para las tres. Nótese que el valor de $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$ no está afectado por la forma o bien la longitud de la trayectoria.

Si la trayectoria seleccionada es una línea de inducción (las cuales forman trayectorias cerradas; Art. 1.6), los vectores H y dl son paralelos, simplificándose la Ec. 2.8 a:

$$\oint H\,dl = NI \qquad 2.9$$

Si la trayectoria de integración puede descomponerse en secciones en las cuales H sea constante (situación que representa el objeto principal de este capítulo), la expresión 2.9 puede desarrollarse así:

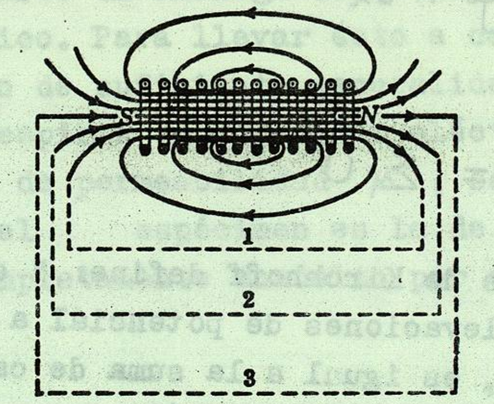

Fig. 8 Flujo producido por un solenoide.

$$\oint H\,dl = \int_a^b H_{ab}\,dl + \int_b^c H_{bc}\,dl + \int_c^a H_{ca}\,dl$$

$$= H_{ab}\int_a^b dl + H_{bc}\int_b^c dl + H_{ca}\int_c^a dl$$

$$\oint H\,dl = H_{ab}L_{ab} + H_{bc}L_{bc} + H_{ca}L_{ca} \qquad 2.10$$

Al producto HL se le denomina caída de fuerza magnetomotriz U, por analogía con la caída de Fem definida por EL. Substituyendo en 2.10:

$$\oint H\,dl = U_{ab} + U_{bc} + U_{ca}$$

$$= \Sigma \text{ de caídas de Fmm}$$

$$\oint H\,dl = \Sigma U \qquad 2.11$$

Al término Itot., igual a NI en el caso de una bobina, se le define como fuerza magnetomotriz, por ser el elemento que establece el campo magnético, al igual que la fuerza electromotriz establece el campo eléctrico E en un circuito eléctrico. La Ec. 2.9 toma, entonces, la forma:

$$F_{mm} = \oint H\, dl \qquad 2.12$$

Igualando 2.11 y 2.12:

$$F_{mm} = \Sigma U \qquad 2.13$$

La ley de tensiones de Kirchhoff define: " en un circuito eléctrico, la suma de elevaciones de potencial a lo largo de una trayectoria cerrada, es igual a la suma de caídas de potencial en dicha trayectoria". En forma análoga, puede expresarse de la ley de Ampere:

> " La fuerza magnetomotriz que excita a una trayectoria cerrada de un circuito magnético es igual a la suma de caídas de fuerza magnetomotriz a lo largo de dicha trayectoria".

La Ec. 2.13 representa entonces la expresión analítica de la ley del circuito magnético.

2.5.2 LEY DE GAUSS DEL MAGNETISMO

Al igual que la ley de Ampere, resulta de aplicar el análisis matemático a las conclusiones experimentales del estudio del campo magnético. Ya en el Art. 1.6 se mencionó a la ley de Gauss y sus conclusiones principales, por lo tanto, sólo se repite la de mayor interés para el análisis de circuitos magnéticos:

> " El flujo magnético total que atraviesa una superficie cerrada es igual a cero". Analíticamente:

$$\Sigma \phi = 0 \qquad 2.14$$

Que es análoga a la ley de corrientes de Kirchhoff ($\Sigma i = 0$, para un nodo).

2.5.3 LEY DE OHM PARA EL CIRCUITO MAGNETICO

Aplicando los conceptos y definiciones anteriormente expuestos, puede demostrarse un análogo de la ley de Ohm, aplicable a un circuito magnético. Para llevar esto a cabo, se analizará un caso concreto, pero de suficiente generalidad.

Se devanan N espiras de conductor eléctrico sobre un espécimen de un material de permeabilidad μ , según lo ilustra la Fig. 9. La forma del espécimen es la de un toroide de sección cuadrada y está completamente envuelto por el devanado. El radio

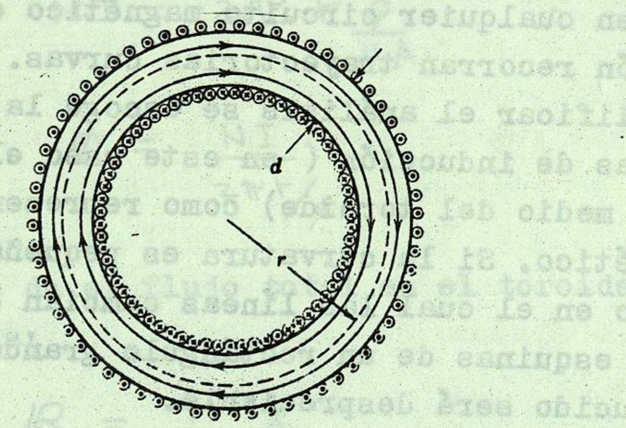

Fig. 9 Un toroide.

medio del toroide es r y el ancho de la sección es d. En el interior del espécimen se ilustra la forma de las líneas de inducción, puede apreciarse que son paralelas y que son más cortas (menor circunferencia) mientras más se aproximan al núcleo, lo cual repercute en que la magnitud del vector de campo magnético H no sea constante en toda la sección del toroide, aunque sí lo es a lo largo de cada línea de inducción. Lo anterior se deduce de la Ec. 2.9. Por simetría, H es constante a lo largo de una de las líneas de inducción, por lo tanto:

$$\oint H \cdot dl = H \oint dl = H L \qquad 2.15$$

Todas las líneas están envueltas por todas las espiras del devanado, por lo tanto el producto NI es una constante; substituyendo 2.15 en 2.9:

$$HL = NI = cte. \qquad 2.16$$

Donde L es la longitud de la línea de inducción considerada.

Despejando H:

$$H = \frac{cte}{L}$$

De donde se concluye que las líneas de inducción de menor diámetro (menor longitud) tendrán una magnitud mayor de H en cada punto, y esto ocurre en cualquier circuito magnético en el que las líneas de inducción recorran trayectorias curvas. Sin embargo, a fin de simplificar el análisis se escoge la trayectoria media de las líneas de inducción (en este caso el círculo definido por el radio medio del toroide) como representante de todo el circuito magnético. Si la curvatura es pequeña ($d \ll r$) o el tramo de circuito en el cual las líneas cambian de dirección es pequeño (las esquinas de un rectángulo grande, por ejemplo), el error introducido será despreciable.

Para el toroide del ejemplo, aplicando la Ec. 2.13:

$$F_{mm} = \Sigma U$$

$$\Rightarrow \quad NI = HL \qquad 2.17$$

Siendo H y L el campo magnético y la longitud de la trayectoria media, respectivamente.

$$L = 2\pi r \qquad 2.18$$

Substituyendo 2.18 en 2.17:

$$NI = 2\pi r H \qquad 2.19$$

Por definición:

$$\beta = \mu H \qquad 2.20$$

Despejando H y substituyendo en 2.19:

$$NI = 2\pi r \frac{\beta}{\mu} \qquad 2.21$$

Substituyendo $\beta = \phi / A$, donde β es la inducción magnética media generada por el H medio:

$$NI = 2\pi r \frac{\phi}{\mu A}$$

$$\phi = \frac{NI}{2\pi r / \mu A} \qquad 2.22$$

Expresión que da el flujo total en el toroide. De la definición de reluctancia:

$$\mathbb{R} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{A}$$

Para este caso $l = L = 2\pi r$:

$$\mathbb{R} = \frac{1}{\mu} \frac{2\pi r}{A} \qquad 2.23$$

Subst. en 2.22:

$$\phi = \frac{NI}{\mathbb{R}}$$

$$\phi = \frac{F_{mm}}{\mathbb{R}} \qquad 2.24$$