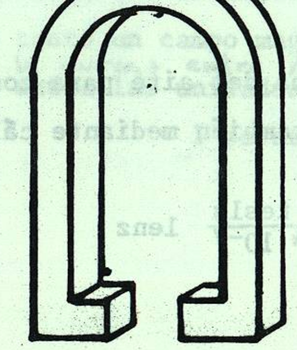
3.3 Rediseño de imanes permanentes para que empleen la mínima cantidad de material ferromagnético. El costo elevado de los materiales usados en imánes permanentes y la necesidad de ahorrar espacio en muchas aplicaciones, hacen deseable un diseño de imán que requiera el menor volúmen posible de material. Sin embargo, como vamos a partir de un imán dado, es necesario que al rediseñarlo respetemos algunas condiciones.

Como la parte útil del imán casi siempre es el entrehierro para rediseñar un imán, debemos respetar sus condiciones en el entrehierro o sea que el área del aire, la longitud del aire y el flujo o la densidad de flujo en el aire se mantengan constantes. Tomando como base el imán de la figura 3-6:



$$\phi_m = \phi_a \Rightarrow \beta_m A_m = \phi_a \Rightarrow A_m = \frac{\phi_a}{\beta_m}$$

Como el volúmen del material es:

$$\text{Vol.} = A_m * l_m = \frac{\phi_a * U_a}{\beta_m * H_m}$$

Como las condiciones del entrehierro no las podemos cambiar según dijimos antes, para tener el mínimo volúmen posible es necesario que el producto de $\beta_m * H_m$ sea máximo. Como observamos en la curva de desimanación, el producto de $\beta_m * H_m$ vale cero en sus extremos, por lo que tendríamos que buscar en una parte intermedia de la curva (Fig. 3-7).

Este paso lo podemos abreviar. Dado que en las curvas de desimanación este punto debe servirnos de base para el rediseño, viene marcado con una cruz en las curvas de la Fig. 3-5.

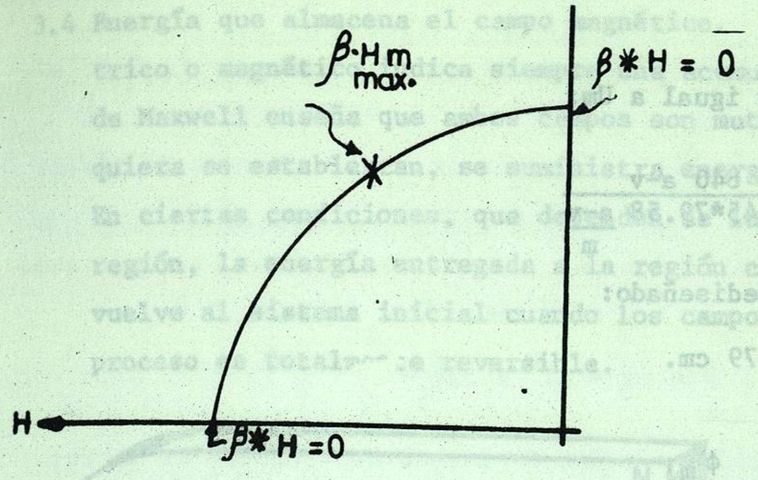
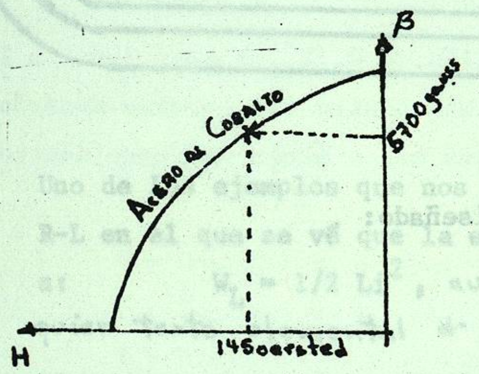


Fig. 3-7

Ejemplo 3-2. Rediseñar el imán del ejemplo 3-1 para que tenga la mínima cantidad de material ferromagnético posible sin alterar las condiciones del entrehierro.

La densidad de flujo óptima en el acero al cobalto que nos da la condición de $\beta * H$ máximo está marcada en la curva en 5,700 gauss y su campo magnético en 145 oersted.



β_m = 5,700 gauss y H_m = 145 oersted

y las condiciones del entrehierro:

ϕ_a = 12,992 maxwell, $\quad A_a = 1.6\ cm^2$

$$\beta_a = \frac{12{,}992 \text{ maxwell}}{1.6\ cm^2} = 8{,}120 \text{ gauss}$$

$$H_a = \frac{\beta_a}{\mu_o} = \frac{0.812 \text{ Tesla}}{4\pi * 10^{-7}} \text{ lenz}$$

$$H_a = 64{,}619 \ \frac{a\text{-}v}{m}$$

$$U_a = H_a * l_a = 64{,}619 \ \frac{a\text{-}v}{m} * 1.3 * 10^{-3} \ m$$

$$U_a = 840 \ a\text{-}v$$

Como la caída Ua debe ser igual a Um:

$Um = 840$ a-v

$Um = Hm*lm \qquad lm = \dfrac{840 \text{ a-v}}{145*79.58 \frac{\text{a-v}}{\text{m}}}$

La longitud de material rediseñado:

$lm = 0.07279$ mts. $= 7.279$ cm.

como $\phi_a = \phi_m$

$\phi_m = 12{,}992$ maxwell $\beta_m = \dfrac{\phi_m}{Am}$

$Am = \dfrac{\phi_m}{\beta_m} = \dfrac{12{,}992 \text{ max.}}{5{,}700 \text{ max/cm}^2}$

El área rediseñada: $Am = 2.279 \text{ cm}^2$

El volúmen anterior de material era:

$V_1 = A_1 * l_1 = 1.6 \text{ cm}^2 * 15 \text{ cm}$

$V_1 = 24 \text{ cm}^3$

El volumen actual, después de haber rediseñado:

$V_2 = 2.279 \text{ cm}^2 * 7.279 \text{ cm}$

$V_2 = 16.58 \text{ cm}^3$

Con lo que observamos un ahorro importante de material ferromagnético. — Sin embargo, como el área del material se ha modificado y la del aire no, es necesario que la estructura tenga una reducción de área para pasar de- 2.279 cm^2 que tiene el material a 1.6 cm^2 que debe tener el entrehierro. Así que la estructura podrá quedar según la Fig. 3-8.

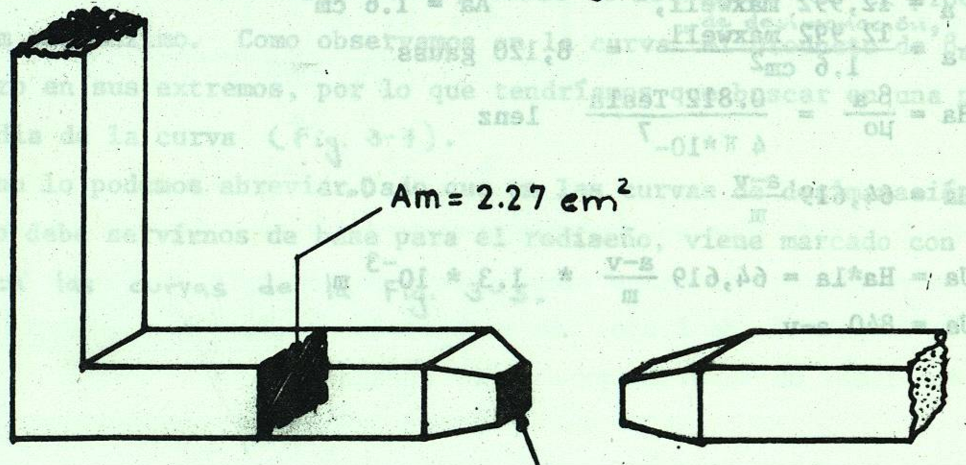
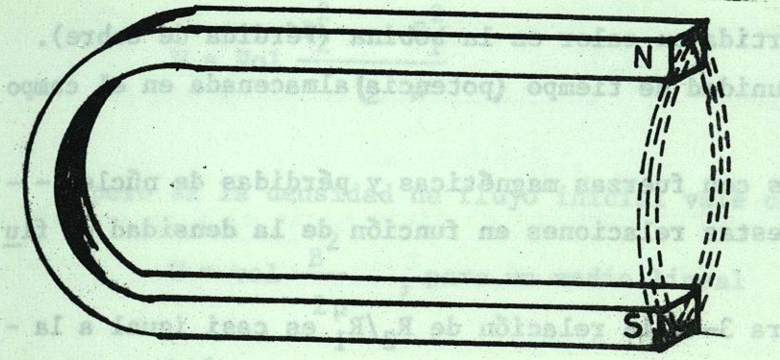


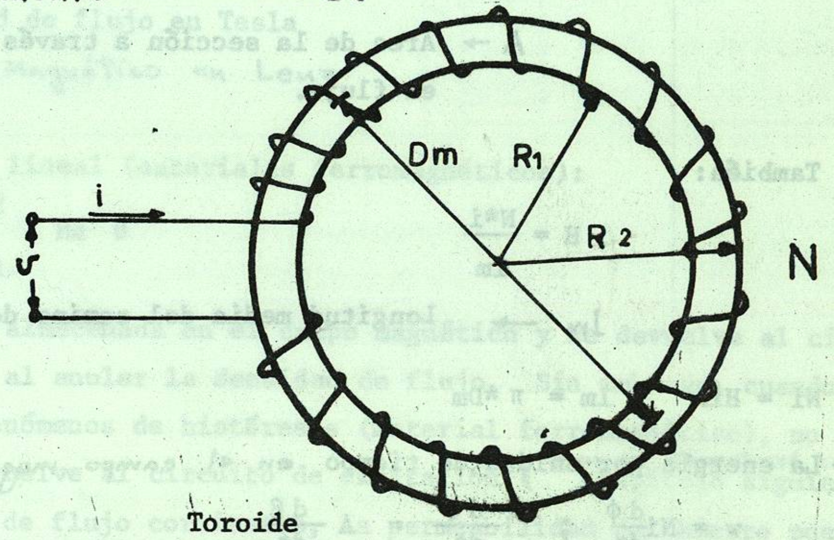
Fig. 3-8

3.4 Energía que almacena el campo magnético. La existencia de un campo eléctrico o magnético indica siempre una acumulación de energía. La teoría de Maxwell enseña que ambos campos son mutuamente dependientes y que doquiera se establezcan, se suministra energía a la región donde existen. En ciertas condiciones, que dependen de las propiedades del medio de la región, la energía entregada a la región cuando se establecen los campos vuelve al sistema inicial cuando los campos se suprimen. En el vacío el proceso es totalmente reversible.



... La existencia de un campo magnético implica la existencia de una energía almacenada.

Uno de los ejemplos que nos muestran la energía almacenada es un circuito R-L en el que se vé que la energía que almacena una inductancia es igual a: $W_L = 1/2 \, Li^2$, cuya demostración pued... quier texto elemental de circuitos.



Toroide

Fig. 3-9

... La autoinducción es una propiedad de los circuitos magnéticos y la —

energía almacenada en una inductancia constante, es una energía asociada al campo magnético del circuito.

Para el toroide de la Fig. 3-9: $v = Ri + N\frac{d\phi}{dt}$ Suponemos que la pérdida de núcleo es despreciable.

La potencia de entrada a la bobina del toroide es obtenida multiplicando ambos lados de la ecuación por i y tendremos:

$$P = vi = Ri^2 + Ni\frac{d\phi}{dt}$$

Ri^2 es la potencia convertida en calor en la bobina (Pérdida de cobre).

$Ni\frac{d\phi}{dt}$ es la energía por unidad de tiempo (potencia) almacenada en el campo magnético.

En problemas relacionados con fuerzas magnéticas y pérdidas de núcleo es conveniente expresar estas relaciones en función de la densidad de flujo.

En el toroide de la figura 3- , la relación de R_2/R_1 es casi igual a la unidad o sea que las trayectorias del flujo dentro del toroide tendrán la misma longitud y la densidad de flujo será más o menos uniforme dentro del núcleo.

Entonces:

$\phi = \beta * A$ webbers

$A \rightarrow$ Area de la sección a través de la cual pasa el flujo.

También:

$$H = \frac{N*i}{lm}$$

$lm \rightarrow$ Longitud media del camino del flujo.

$Ni = Hlm \qquad lm = \pi * Dm$

La energía por unidad de tiempo en el campo magnético:

$$w = Ni\frac{d\phi}{dt} \; ; \quad \frac{d\phi}{dt} = A\frac{d\beta}{dt}$$

$$w = HlmA\frac{d\beta}{dt} = \text{vol. } H\frac{d\beta}{dt}$$

La energía que almacena el campo magnético durante un intervalo de tiempo dt:

$$dW = wdt = \text{Vol.} H d\beta \qquad \text{Ecuación 3-a.}$$

El valor de la energía almacenada al cambiar la densidad de flujo desde β_1 hasta β_2:

$$W = \text{Vol.} \int_{B_1}^{B_2} H d\beta$$

Si la permeabilidad fuera constante:

$$\beta = \mu H \Rightarrow H = \frac{\beta}{\mu}$$

$$W = \frac{\text{Vol}}{\mu}\int_{B_1}^{B_2} \beta d\beta \Rightarrow W = \frac{\text{Vol}}{\mu}\left|\frac{B^2}{2}\right|_{B_1}^{B_2} = \frac{\text{Vol}}{\mu}\,\frac{B_2^2 - B_1^2}{2}$$

$$W = \text{Vol}\,\frac{B_2^2 - B_1^2}{2\mu}$$

pero si la densidad de flujo inicial vale cero:

$$W = \text{vol}\,\frac{B^2}{2\mu} \text{, para un medio lineal} \qquad \text{Ec. 3-b}$$

o también:

$$W = \text{Vol.}\,\frac{\beta * H}{2}$$

W - Energía en Joules
V - Volumen en m^3
β - Densidad de flujo en Tesla
H - Campo Magnético en Lenz

Para un medio no lineal (materiales ferromagnéticos):

$$W = \text{Vol.} \int_{B_1}^{B_2} H d\beta$$

La energía queda almacenada en el campo magnético y se devuelve al circuito de excitación al anular la densidad de flujo. Sin embargo, cuando el medio presente fenómenos de histéresis (material ferromagnético), no toda la energía se devuelve al circuito de excitación (como se demostrará en el capítulo siguiente). A las densidades de flujo corrientes, la permeabilidad del hierro puede ser unas 2000 veces mayor que la del aire. Luego, como la energía almacenada por unidad de volumen es inversamente proporcional a la permeabilidad, la energía almacenada por unidad de volumen en el entrehierro será unas 2000 veces mayor que la almacenada en el hierro.

Si el volumen del entrehierro fuera solo un 1% del volumen del hierro, predominará la energía almacenada en el entrehierro.

3-5 Fuerza de Atracción Magnética.- Observando el circuito magnético de la figura 3-11 sabemos que las 2 caras férreas que limitan el entrehierro se traen cuando por éste pasa un flujo magnético.

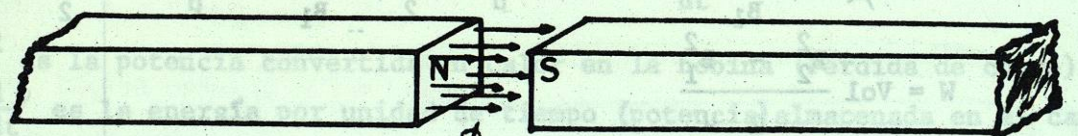


Fig. 3-10

Al salir del material ferromagnético el flujo hacia el aire provoca un polo norte en el punto de salida y un polo sur en el punto de

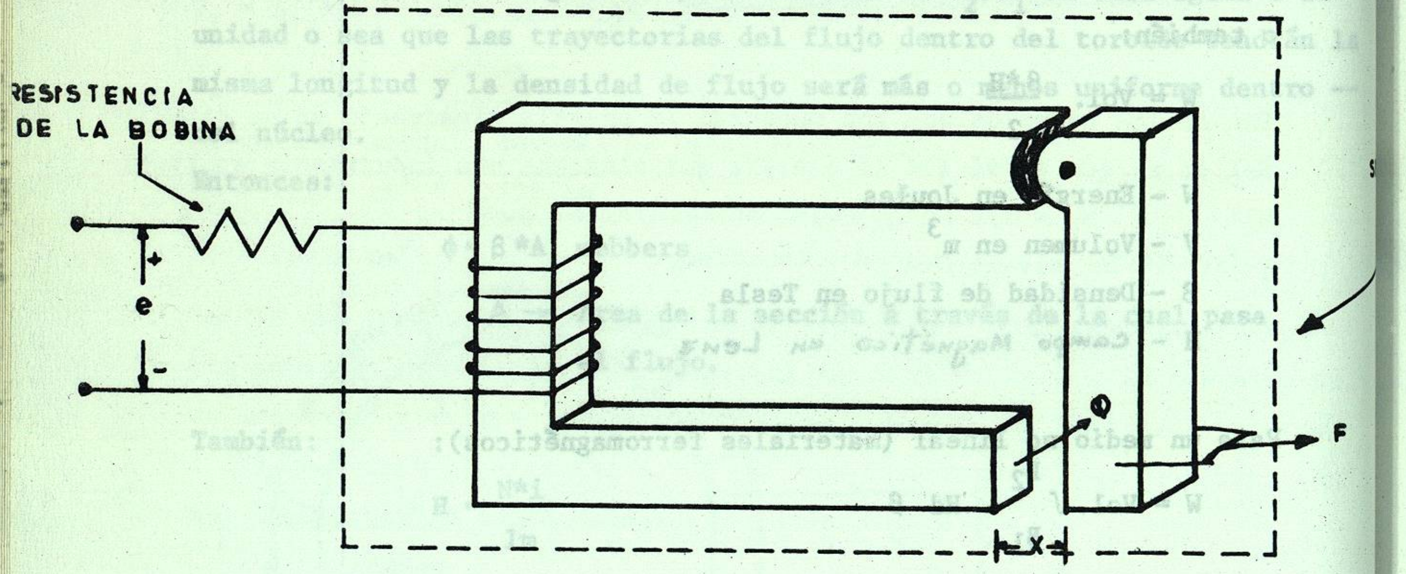


Fig. 3-11

Se puede calcular la fuerza externa f en contra de la fuerza de atracción magnética. Si en el sistema S se produjeran cambios en la energía total, deberán depender de la ecuación de la conservación de la energía

Energía suministrada a S		Incremento de la energía interna de S	
(Energía Eléctrica)+(E. Mecánica)	=	(Aumento de la E. almacenada)	+ (E. Converti irreversibl en otras fo mas.

Vamos a analizar cada término de la ecuación cuando se aumenta el entrehierro en dx durante un tiempo dt a causa de la fuerza f.

a) Energía Eléctrica:

La energía eléctrica suministrada al sistema S:

$$dW_e = \underbrace{ei}_{\text{potencia}}\, dt \qquad \text{(la potencia es la energía por unidad de tiempo)}$$

$$\text{como } e = N\frac{d\phi}{dt} \Rightarrow dWe = N\frac{d\phi}{dt}\, idt$$

$$dWe = Nid\,\phi$$

donde e es la diferencia de potencial que aparece en las terminales de la bobina a consecuencia de la variación de flujo $\frac{d\phi}{dt}$, variación debida al aumento de reluctancia del camino del flujo y $d\phi$ es la variación total de flujo durante el tiempo dt.

b) Energía Mecánica suministrada:

$$dW_m = fdx$$

c) Aumento de la energía almacenada:

La energía Ws almacenada en el sistema S lo es en forma de energía magnética. El incremento dWs se compone de 2 componentes, primero el incremento de dWsh en el hierro, y segundo el incremento dWsa en el aire del entrehierro:

Según la ecuación 3-a.

$$dWsh = Vh \quad Hh \quad d\,\beta h$$

$\beta_h \rightarrow$ densidad del hierro

$H_h \rightarrow$ campo magnético del hierro

$V_h \rightarrow$ Vol. del hierro

El incremento dWsa se debe no solo a la variación de la densidad de flujo βa en el entrehierro sino también a la variación de volumen Va del entrehierro. Una manera de obtenerlo es derivando con respecto a la expresión de la energía almacenada en un entrehierro (ecuación 3-b).