

## 8.2 EL CIRCUITO EQUIVALENTE

El autotransformador puede estudiarse como una conexión especial de un transformador (ya sea que se forme en base a un transformador de dos circuitos o se construya directamente para funcionar como autotransformador). Así, se debe esperar que los parámetros que describen el circuito equivalente de un transformador sean los mismos para un autotransformador.

En base a lo anterior, se deducirá el circuito equivalente del autotransformador, partiendo de la conexión de un transformador de dos circuitos como autotransformador, tal como se muestra en la Fig. 2.

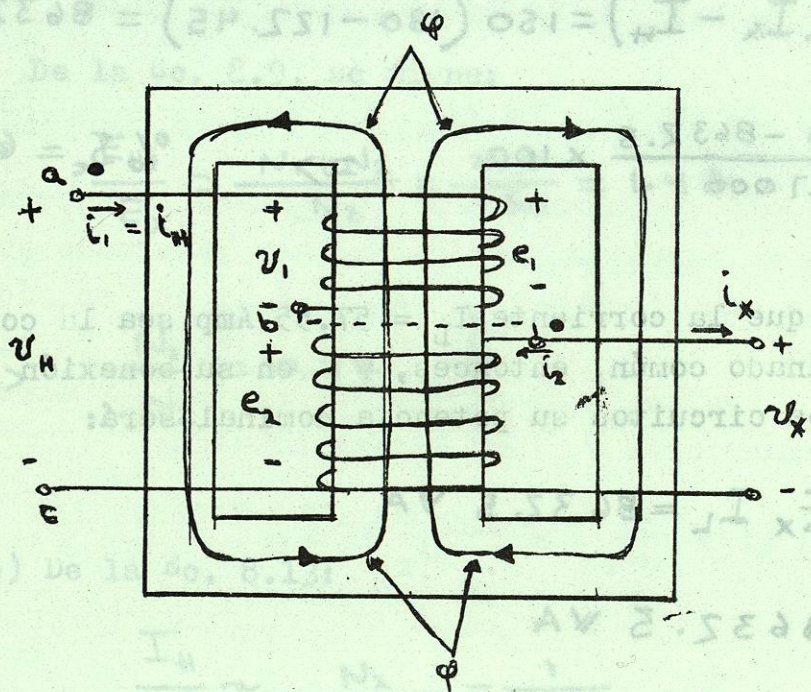


Fig. 2

En la Fig. 2, la línea de trazos representa la interconexión entre los devanados del transformador. Las letras minúsculas indican valores instantáneos, y en la deducción las letras mayúsculas indicarán valores eficaces.

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff al lazo a-b-c en la Fig. 2:

$$v_H = v_1 + v_x \quad 8.14$$

$$v_H = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + e_1 + R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + e_2 \quad 8.15$$

En donde:

$L_1$  y  $L_2$  representan las inductancias de fuga de los devanados serie y común.

$e_1$  y  $e_2$  representan las Fems inducidas por el flujo mutuo en el circuito magnético de la Fig. 2.

$R_1$  y  $R_2$  representan las resistencias de los devanados serie y común.

El resultado de expresar la ec. 8.15 en forma fasorial será:

$$V_H = I_1 (R_1 + jX_1) + E_1 + I_2 (R_2 + jX_2) + E_2 \quad 8.16$$

$$V_H = I_1 Z_1 + E_1 + I_2 Z_2 + E_2 \quad 8.17$$

En donde  $Z_1$  y  $Z_2$  representan las impedancias de fuga.

En forma análoga a como ocurre en un transformador, la corriente de cada devanado puede interpretarse como formada por dos componentes: la corriente de excitación y la componente de carga. Es decir:

$$i_1 = i_{exc} + i_1' \quad 8.18$$

$$i_2 = i_{exc} + i_2' \quad 8.19$$

En donde  $i_{exc}$  es la corriente de excitación e  $i_1'$  e  $i_2'$  son las componentes de carga.



Esta división de corrientes surge del hecho de que cuando el autotransformador se encuentra en vacío, la corriente por los devanados serie y común es la corriente de excitación. Es decir,  $i_1 = i_2 = i_{exc.}$ . Sin embargo, cuando se coloca una carga en el devanado común (por ejemplo), circulará por éste una corriente  $i_2'$  además de  $i_{exc.}$  que tenderá, según la ley de Lenz, a crear una Fmm que abata el flujo en el circuito. Para contrarrestar este efecto, el devanado serie deberá tomar una corriente  $i_1'$  que genere una Fmm igual y opuesta a la Fmm del devanado común, creada por  $i_2'$ . (Nótese, que este fenómeno es similar al que se presenta en un transformador). Por lo tanto, la relación entre  $i_1'$  e  $i_2'$  deberá ser:

$$i_1' N_1 = - i_2' N_2 \quad 8.20$$

La Ec. 8.20 indica que la componente de carga  $i_2'$  posee un sentido opuesto al sentido positivo de  $i_2$ .

Se mencionó en capítulos precedentes a este, que el transformador poseía una corriente de excitación pequeña, lo que permite despreciarla para la gran mayoría de los cálculos. Para el caso de un autotransformador, la corriente de excitación es mucho menor que la que circularía si el dispositivo fuera usado como transformador ordinario de dos circuitos. Es decir, que la corriente de excitación que circulará por el devanado serie (devanado de baja tensión en la conexión como transformador de dos circuitos) será menor que la corriente de excitación por el mismo devanado, cuando se utilice la conexión como transformador. La veracidad del enunciado anterior se sustenta en el hecho de que la carga magnética (el flujo  $\phi$ ) en el núcleo, depende solamente (si la frecuencia  $f$  es constante) de la tensión  $E$  y el número de vueltas  $N$  asociadas al devanado de excitación, tal como se deduce de la Ec. 5.39, que se cita en seguida.

$$E = 4.44 f N \phi$$

de donde

$$\phi = \frac{E}{4.44 f N} = K \frac{E}{N}$$

Así pues, aun que en el circuito de excitación de un autotransformador se tiene un número de vueltas mayor (el número de vueltas del devanado de baja tensión, mas las vueltas del devanado de alta tensión del transformador de dos circuitos) que en la conexión de transformador, el flujo en el núcleo de la máquina permanecerá inalterado, si la tensión  $E$  aplicada al circuito de excitación es incrementada en la misma proporción en la que es incrementado el número de vueltas  $N$ ; ya que si  $E_1$  y  $E_2$  (tensiones nominales de los devanados de baja y alta tensión respectivamente) guardan con sus respectivos devanados la relación  $E_1/N_1 = E_2/N_2$ , el flujo en el circuito magnético será el mismo, independientemente de la conexión que se tenga. De lo anterior podrá afirmarse entonces, que la fuerza magnetomotriz de excitación sobre el circuito magnético es igual tanto para la conexión como transformador como para la conexión de autotransformador. Así, se tendrá:

$$I_{exc. \text{ transf.}} N_1 = I_{exc. \text{ aut.}} (N_1 + N_2) \quad 8.21$$

$$= \frac{N_1}{N_1 + N_2} = \frac{1}{1 + \frac{N_2}{N_1}} = \frac{1}{1 + \frac{E_2}{E_1}}$$

$$= \frac{1}{\frac{E_1 + E_2}{E_1}} = \frac{E_1}{E_1 + E_2}$$

donde al sustituir a  $E_1$  y a  $E_2$  por:

$$E_1 = E_H - E_X \quad \text{y} \quad E_1 + E_2 = E_H$$

se tendrá:

$$\frac{I_{exc. \text{ aut.}}}{I_{exc. \text{ transf.}}} = \frac{E_H - E_X}{E_H} \quad 8.21 \text{ bis}$$



Ecuación que muestra la relación existente entre la corriente de excitación a través del devanado serie en la conexión como autotransformador y la conexión como transformador. En conclusión se puede afirmar, tomando como base la Ec. 8.21, que la corriente de excitación es inversamente proporcional al número de espiras; y en un transformador el error introducido en los resultados de los cálculos, al desprejar la corriente de excitación es pequeño, entonces en un autotransformador el desprejar  $i_{exc}$  introducirá un error aún menor. Per lo tanto, las ecuaciones 8.18 y 8.19 se podrán escribir como:

$$i_1 = i_1' \quad 8.22$$

$$i_2 = i_2' \quad 8.23$$

Sustituyendo las Ecs. 8.22 y 8.23 en la Ec. 8.20 se tendrá:

$$i_1 N_1 = -i_2 N_2 \quad 8.24$$

$$I_1 N_1 = -I_2 N_2$$

Sustituyendo la Ec. 8.7 en la Ec. 8.17 se tiene:

$$V_H = I_1 Z_1 + I_2 Z_2 + \frac{N_1}{N_2} E_2 + E_2$$

$$V_H = I_1 Z_1 + I_2 Z_2 + \left[ \frac{N_1 + N_2}{N_2} \right] E_2 \quad 8.25$$

Y analizando la malla que contiene a la carga:

$$V_x = E_2 + I_2 Z_2$$

$$E_2 = V_x - I_2 Z_2 \quad 8.26$$

Sustituyendo la Ec. 8.26 en 8.25:

$$V_H = I_1 Z_1 + I_2 Z_2 + \left[ \frac{N_1 + N_2}{N_2} \right] [V_x - I_2 Z_2]$$

$$V_H = I_1 Z_1 - \frac{N_1}{N_2} I_2 Z_2 + \left( \frac{N_1 + N_2}{N_2} \right) V_x \quad 8.27$$

Y en la cual, si se sustituye la Ec. 8.27, se tendrá:

$$V_H = I_1 Z_1 - \frac{N_1}{N_2} \left[ -\frac{N_1}{N_2} I_1 \right] Z_2 + \left( \frac{N_1 + N_2}{N_2} \right) V_x$$

$$V_H = I_1 Z_1 + \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 I_1 Z_2 + \left( \frac{N_1 + N_2}{N_2} \right) V_x$$

$$V_H = I_1 \left[ Z_1 + \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2 \right] + \left( \frac{N_1 + N_2}{N_2} \right) V_x \quad 8.28$$

Haciendo:

$$Z_{eq.H} = Z_1 + \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2$$

en la Ec. 8.28 se tendrá:

$$V_H = Z_{eq.H} I_1 + V_x \left( \frac{N_1 + N_2}{N_2} \right) \quad 8.29$$

La Ec. 8.29 se puede sintetizar en el siguiente circuito:

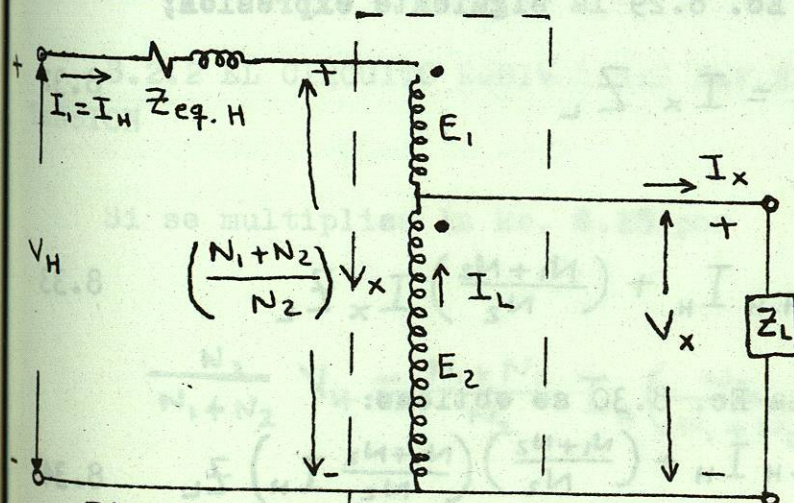


Fig. 4 Circuito Equivalente del Autotransformador