

Podemos formar un triángulo rectángulo con los siguientes valo-

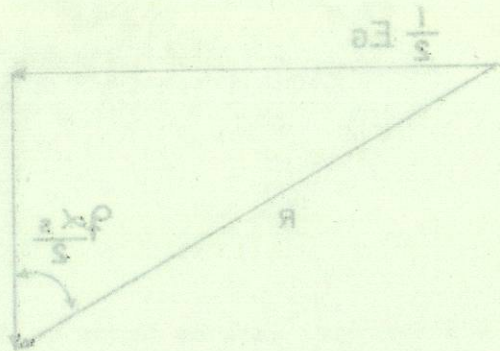


Fig. 4-8

$$E_C = R \text{ SEN } \frac{\alpha_s}{2}$$

$$E_B = 2 R \text{ SEN } \frac{\alpha_s}{2}$$

y otro triángulo rectángulo con:

Esta ecuación, tendrá aplicación también para las armónicas, cui-

ando sólo de poner el correspondiente de para cada armónica.

$$E_C = q E_B K_d$$

$$= q K_d \cdot 4.44 f N_B \Phi_m$$

Por tanto,  $q N_B$  serían el número de espiras por polo. Si  $N_B$  es el número de espiras por polo, tendremos:

$$E_C = 4.44 f N_B \Phi_m$$

Si hacemos  $N$  el número de espiras por fase, la ecuación de voltaje por fase nos quedaría:

$$E_f = 4.44 \frac{1}{2} E_B = R \text{ SEN } \frac{\alpha_s}{2}$$

$$E_B = 2 R \text{ SEN } \frac{\alpha_s}{2}$$

entonces, el factor de distribución nos quedaría:

$$K_d = \frac{2R \text{ SEN } \frac{q\alpha_s}{2}}{q \cdot 2R \text{ SEN } \frac{\alpha_s}{2}} = \frac{\text{SEN } \frac{q\alpha_s}{2}}{q \text{ SEN } \frac{\alpha_s}{2}}$$

$$K_d = \frac{\text{SEN } \frac{q\alpha_s}{2}}{q \text{ SEN } \frac{\alpha_s}{2}}$$

ecuación 4-a

La siguiente, en la fig. 4-10 aparece una bobinación con los valores de los factores de distribución para algunas armónicas.

Devanado de Paso Fraccionario. - Si hacemos el ancho de la bobina igual al paso polar, lograremos que los voltajes inducidos-





Fig. 4-9

$$\frac{1}{2} E_B = R \text{ SEN } \frac{\alpha}{2}$$

$$E_B = 2 R \text{ SEN } \frac{\alpha}{2}$$

entonces, el factor de distribución nos quedaría:

$$K_d = \frac{\frac{2R \text{ SEN } \frac{\alpha}{2}}{2}}{\frac{2R \text{ SEN } \frac{\alpha}{2}}{2}} = \frac{\text{SEN } \frac{\alpha}{2}}{\alpha}$$

ecuación 4-8

$$K_d = \frac{\text{SEN } \frac{\alpha}{2}}{\alpha}$$

Esta ecuación, tendrá aplicación también para las armónicas, cuidando sólo de poner el correspondiente  $\alpha_s$  para cada armónica.

El voltaje inducido por grupo nos quedará entonces:

$$E_G = q E_B K_d \quad \Phi \text{ webbers}$$

$$= q K_d * 4.44 f N_B \Phi \text{ volts} \quad N_B \text{ espiras/bobina}$$

Realmente,  $q N_B$  serían entonces las espiras por grupo ( $N_G$ ) entonces tendremos:

$$E_G = 4.44 f N_G \Phi \text{ volts}$$

Si hacemos  $N$  el número de espiras por fase, la ecuación de voltaje por fase nos quedaría:

$$E_f = 4.44 f N \Phi K_d \text{ volts}$$

$f$  - cps  
 $N$  - espiras/fase  
 $\Phi$  - flujo/polo (web)

Esta fórmula supone que todas las espiras de una fase están conectadas en serie. Si hubiera "a" trayectorias en paralelo por fase, la ecuación nos quedaría:

$$E_f = \frac{4.44 f N \Phi K_d}{a} \quad \text{ecuación 4-b}$$

En seguida, en la fig. 4-10 aparece una tabulación con los valores de los factores de distribución para fundamental y algunas armónicas.

El Devanado de Paso Fraccionario.- Si hacemos el ancho de la bobina igual al paso polar, lograremos que los voltajes inducidos-



$q=2$	2	3	4	5	6	7	8	9
FASE $Q=6$	6	9	12	15	18	21	24	27
$k_{a1}$	0,966	0,960	0,958	0,957	0,957	0,957	0,956	0,955
$k_{a2}$	0,707	0,667	0,654	0,646	0,644	0,642	0,641	0,640
$k_{a3}$	0,259	0,217	0,205	0,200	0,197	0,195	0,194	0,194
$k_{a4}$	-0,259	-0,177	-0,158	-0,149	-0,145	-0,145	-0,141	-0,140
$k_{a5}$	-0,707	-0,333	-0,270	-0,247	-0,236	-0,299	-0,225	-0,222
$k_{a6}$	-0,966	-0,177	-0,126	-0,110	-0,102	-0,097	-0,095	-0,095
$k_{a7}$	-0,966	0,217	0,126	0,102	0,092	0,086	0,085	0,081
$k_{a8}$	-0,707	0,667	0,270	0,200	0,172	0,158	0,150	0,145
$k_{a9}$	-0,259	0,960	0,158	0,102	0,084	0,075	0,070	0,066
$k_{a10}$	0,259	0,960	-0,205	-0,110	-0,084	-0,072	-0,066	-0,062
$k_{a11}$	0,707	0,667	-0,654	-0,247	-0,172	-0,145	-0,127	-0,118
$k_{a12}$	0,966	0,217	-0,958	-0,149	-0,092	-0,072	-0,065	-0,057

Fig. 4-10 Factores de Distribución para Devanados Trifásicos con  $q = \text{número entero}$

por los 2 lados activos de la bobina estén siempre en fase. Sin embargo, si acortamos el paso del devanado, los voltajes inducidos por los lados activos de la bobina se desfazarán de manera que provoquemos justo el mismo efecto que el devanado distribuido. Es decir, vamos a sacrificar un poco de voltaje de la onda fundamental pero lograremos disminuir mucho más, la amplitud de algunas armónicas.

Vamos a poner un ejemplo para ser más ilustrativos:

Tenemos un devanado con un paso polar  $\tau = 6$  ranuras y, decidimos hacer el ancho de la bobina  $w = 5$  ranuras. Entonces, como el paso polar vale  $180^\circ$ , 6 ranuras son igual a  $180^\circ$ . Por supuesto, el ángulo entre ranuras valdrá  $30^\circ$ , esto quiere decir, que los lados activos de la bobina en cuanto a la onda fundamental estarán corridos  $30^\circ$  (pusimos 5 ranuras en lugar de 6).



$p=2$	$p=3$	$p=4$	$p=5$	$p=6$	$p=7$	$p=8$	$p=9$	$p=10$
0.988	0.988	0.988	0.987	0.987	0.987	0.987	0.987	0.987
0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707
0.339	0.339	0.339	0.339	0.339	0.339	0.339	0.339	0.339
0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077
0.988	0.988	0.988	0.987	0.987	0.987	0.987	0.987	0.987
0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707
0.339	0.339	0.339	0.339	0.339	0.339	0.339	0.339	0.339
0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077
0.988	0.988	0.988	0.987	0.987	0.987	0.987	0.987	0.987
0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707
0.339	0.339	0.339	0.339	0.339	0.339	0.339	0.339	0.339
0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077

La 5a. armónica sin embargo, se desfazará  $5 \times 30$  o sean  $150^\circ$ . La 7a. armónica  $210^\circ$ , es decir, ambas se desfazarán un ángulo cercano a  $180^\circ$  lo que hará que al sacar la resultante en los lados activos de las bobinas de la 5a. y 7a. armónicas, se aproximará a cero (ver fig.4.11).

### EFFECTO DEL PASO FRACCIONARIO.

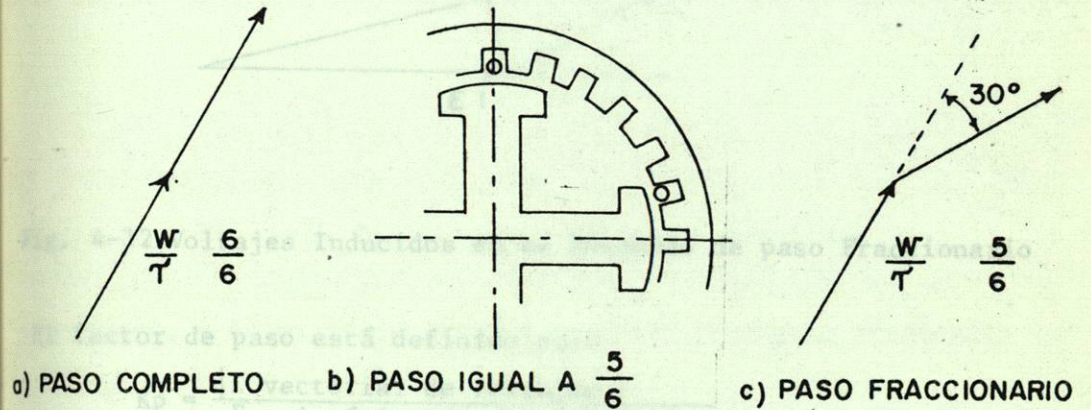


Fig.4-11 Efecto del Paso Fraccionario

El devanado de paso fraccionario puede hacerse con un número de ranuras mayor o menor a las correspondientes al paso polar, produciendo iguales resultados. Sin embargo, se prefiere el paso acortado porque requiere menor cantidad de cobre.

Factor de Paso.- Los voltajes inducidos por los 2 lados activos de una bobina con paso acortado y su resultante, aparecen en la fig. 4-12



### VOLTAJE INDUCIDO EN UN DEV. DE PASO FRACCIONARIO.

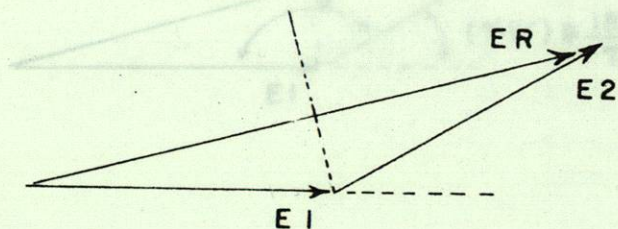


Fig. 4-12 Voltajes Inducidos en un Devanado de paso Fraccionario

El factor de paso está definido por:

$$K_p = \frac{|\Sigma \text{ vectorial de voltajes}|}{\Sigma \text{ aritmética de sus magnitudes}}$$

$$K_p = \frac{|E_R|}{|E_1| + |E_2|}$$

...  $\tau$  es el paso polar y  $(\tau - w)$  es el desfaseamiento entre ambos lados de la bobina. Para expresar el desfaseamiento en grados eléctricos será:

$$K_p = \frac{2 E_1 \sin \left( (\tau - w) * \frac{180^\circ}{\tau} \right)}{2 E_1} \quad \text{donde}$$

$(\tau - w)$  es el desfaseamiento en ranuras y  $\frac{180^\circ}{\tau}$  es el ángulo entre ranuras. Entonces, el diagrama vectorial más detallado nos quedará como en la figura 4-13.

La 2a. armónica sin embargo, se desfaseará  $2*30^\circ$  o sean  $60^\circ$ . La 3a. armónica  $210^\circ$ , es decir, ambas se desfasearán un ángulo cercano a  $180^\circ$  lo que hará que al sacar la resultante en los lados activos de las bobinas de la 2a. y 3a. armónicas, se aproximará a cero (ver fig. 4.11).

### EFFECTO DEL PASO FRACCIONARIO.

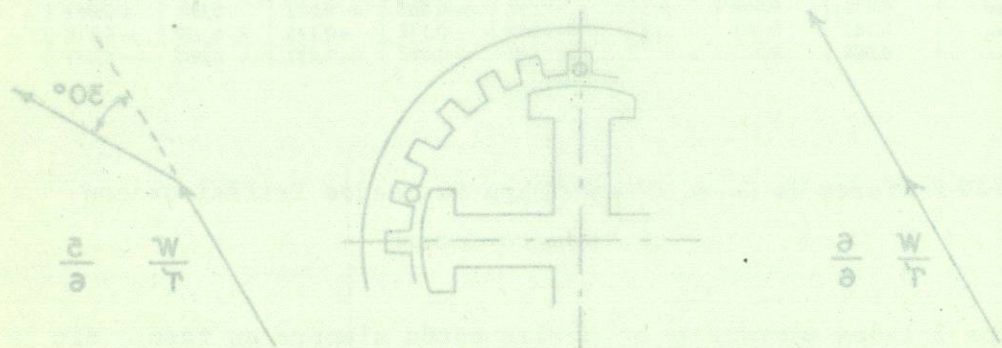


Fig. 4-11 Efecto del Paso Fraccionario

El devanado de paso fraccionario puede hacerse con un número de ranuras mayor o menor a las correspondientes al paso polar, produciendo iguales resultados. Sin embargo, se prefiere el paso acortado porque requiere menor cantidad de cobre.

Factor de Paso. - Los voltajes inducidos por los 2 lados activos de una bobina con paso acortado y su resultante, aparecen en la



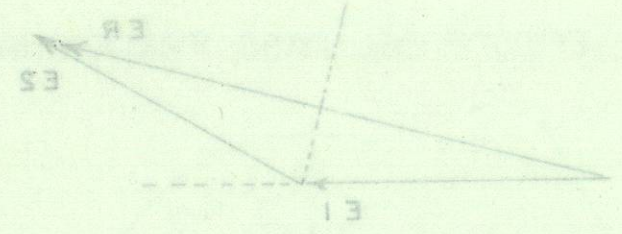


Fig. 4-12 Voltajes Inducidos en un Devanado de paso fraccionario

El factor de paso está definido por:

$$K_p = \frac{\sum \text{vectorial de voltajes}}{\sum \text{aritmética de sus magnitudes}}$$

$$K_p = \frac{|E_R|}{|E_1 + E_2|}$$

...  $\tau$  es el paso polar y  $(\tau - w)$  es el desfasamiento entre am-  
bos lados de la bobina. Para expresar el desfasamiento en gra-

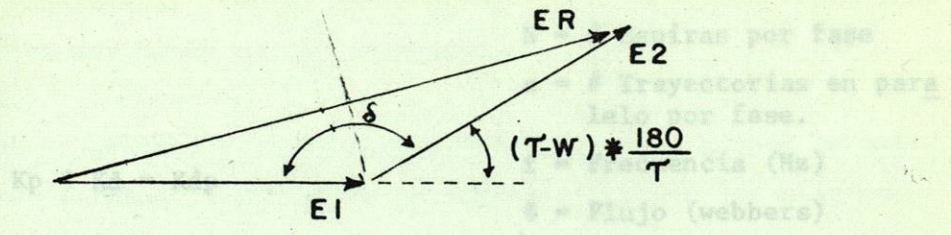
dos eléctricos será:

$$\frac{180^\circ}{\tau} * (\tau - w) \quad \text{donde}$$

$(\tau - w)$  es el desfasamiento en rads y  $\frac{180^\circ}{\tau}$  es el ángulo en-  
tre rads. Entonces, el diagrama vectorial más detallado nos  
quedará como en la figura 4-13.

Entonces, la fórmula de cálculo de voltaje inducido por fase quedará:

$$E_f = 4.44 f \frac{N}{a} \phi K_p \quad \text{volts}$$



Entonces:

$$E_f = 4.44 f \frac{N}{a} \phi K_{dp}$$

Fig. 4-13 Diagrama Vectorial más Detallado

Enseguida, en la figura 4-14 aparecen los factores de paso para-

Entonces, a la mitad de  $E_R$  formaremos un triángulo rectángulo --  
donde un ángulo vale  $\frac{\delta}{2}$ :

Relación de	Relación de			
núcleos	A - N - O - T - O - S			
	$\frac{E_R}{2} = E_1 \text{ sen } \left( \frac{\delta}{2} \right)$			
$\delta = 180 - (\tau - w) * \frac{180}{\tau} = 180 - 180 + \frac{w}{\tau} * 180$				
$\frac{2}{3} \delta = \frac{w}{\tau} * 180$	.000	.346	.346	.866
$\frac{4}{5} \delta = \frac{w}{\tau} * 180$	.951	.588	.588	.951
$E_R = 2 E_1 \text{ sen } \left( \frac{w}{\tau} * 90^\circ \right)$		.259	.259	.966
$\frac{6}{7} \delta = \frac{w}{\tau} * 180$		.424	.424	.913
$K_p = \frac{2 E_1 \text{ sen } \left( \frac{w}{\tau} * 90^\circ \right)}{2 E_1} = \text{sen } \left( \frac{w}{\tau} * 90^\circ \right)$			.000	.782

Fig. 4-14 Factores de Paso para las Armónicas

Entonces, tomando en cuenta el factor de paso y el factor de dis



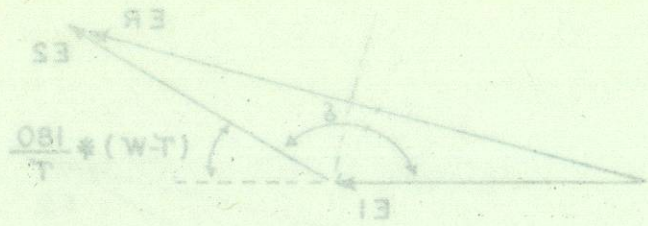


Fig. 4-13 Diagrama Vectorial más Detallado

tribución, la fórmula de voltaje inducido por fase nos quedará:

$$E_f = 4.44 f \frac{N}{a} \Phi K_d K_p \text{ volts}$$

- N = # Espiras por fase
- a = # Trayectorias en paralelo por fase.
- f = Frecuencia (Hz)
- Φ = Flujo (webbers)
- E<sub>f</sub> = Voltaje inducido por fase

$$K_p * K_d = K_{dp}$$

Entonces:

$$E_f = 4.44 f \frac{N}{a} \Phi K_{dp}$$

Enseguida, en la figura 4-14 aparecen los factores de paso para la fundamental y para algunos armónicos de algunos devanados de paso fraccional:

Relación de paso ( $\frac{w}{T}$ )	ARMONICA				
	1a.	3a.	5a.	7a.	11a.
2/3	.866	.000	.866	.866	.866
4/5	.951	.588	.000	.588	.951
5/6	.966	.707	.259	.259	.966
6/7	.975	.782	.434	.000	.782

Fig. 4-14 Factores de Paso para las Armónicas



En consecuencia, la fórmula de voltaje inducido por fase nos quedará:

$$E_f = 4.44 f \frac{N}{a} \Phi K_d K_p \text{ volts}$$

- $N =$  # Espiras por fase.
- $a =$  # Trayectorias en paralelo por fase.
- $f =$  Frecuencia (Hz).
- $\Phi =$  Flujo (webers).
- $E_f =$  Voltaje inducido por fase.

$$K_p * K_d = K_{dp}$$

Entonces:

$$E_f = 4.44 f \frac{N}{a} \Phi K_{dp}$$

Enseguida, en la figura 4-14 aparecen los factores de paso para la fundamental y para algunos armónicos de algunos devanados de paso fraccional:

ARMÓNICA					Relación de paso $(\frac{w}{\tau})$
1a.	2a.	3a.	4a.	5a.	
0.975	0.975	0.975	0.975	0.975	2/3
0.975	0.975	0.975	0.975	0.975	4/5
0.975	0.975	0.975	0.975	0.975	2/6
0.975	0.975	0.975	0.975	0.975	6/7

Fig. 4-14 Factores de Paso para las Armónicas

Se nota, en la fig. 4-14 que una relación de paso de 5/6 logra reducir la 5a. y 7a. armónica a casi 1/4 de su valor mientras -- que la fundamental casi no sufre merma. Por ésto, esta relación de paso es muy común en los devanados.

Ejemplo.-

Se tiene un generador sincrónico trifásico, cuyos grupos se han conectado formando 3 estrellas en paralelo y tiene los siguientes datos:

- $P = 24$  polos
  - $f = 60$  Hz
  - $m = 3$  fases
  - $Q = 216$  ranuras
  - 2 capas
- Solución
- $Q = 216$  ranuras = 216 bobinas
  - # espiras totales =  $\frac{18}{2}$  cond/ranura \* 216 ran. = 1944 espiras

18 conductores/ranura

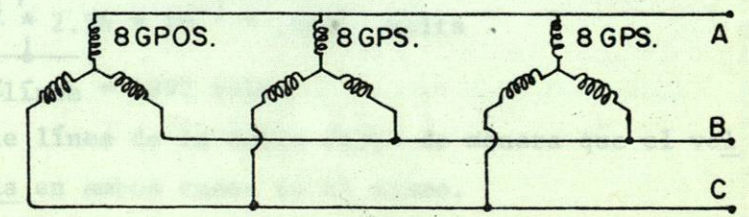
$$\frac{w}{\tau} = 0.778$$

$E$  vacío = 2300 volts (líneas)

- a) ¿cuánto vale el  $\Phi$  por polo en vacío  $\frac{N}{\text{fase}} = \frac{1944}{3} = 648$  esp/fase
- b) Si se forman 2 deltas en paralelo cuál sería el voltaje de línea?  $E_{\text{fase}} = \frac{2300}{\sqrt{3}}$  estrella

$$K_p = \sin \frac{w}{\tau} * \frac{\pi}{2} = \sin (.778 * 90^\circ) = \sin 70^\circ$$

$$K_p = 0.94$$





$$K_d = \frac{\sin q \left( \frac{\alpha_s}{2} \right)}{q \sin \frac{\alpha_s}{2}} \quad \alpha_s = \frac{180 \cdot p}{Q} = \frac{180 \cdot 24}{216}$$

$$\alpha_s = 20^\circ E$$

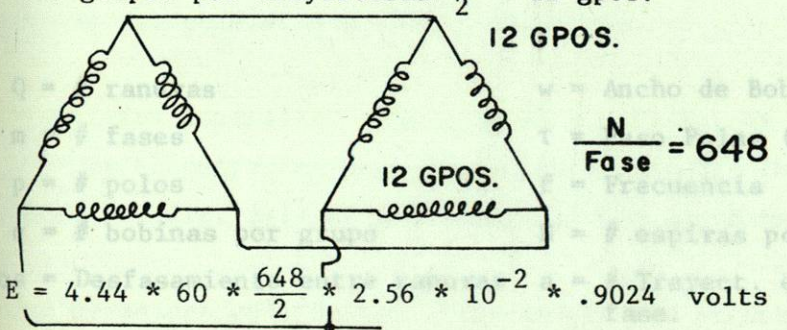
$$K_d = \frac{\sin 3 (10)^\circ}{3 \sin 10^\circ} = \frac{.5}{3(.174)} \quad q = \frac{Q}{m \cdot p} = \frac{216}{3 \cdot 24} = 3 \frac{\text{bob.}}{\text{gpo.}}$$

$$K_d = 0.96 \quad K_{dp} = .94 \cdot .96 = .9024$$

$$\Phi = \frac{E_{\text{fase}}}{4.44 f \frac{N}{a} K_{dp}} \text{ webb}$$

$$= \frac{2300}{4.44 \cdot \sqrt{3} \cdot 60 \cdot \frac{648}{3} \cdot .9024}$$

- a)  $\Phi = 2.56 \cdot 10^{-2}$  webbers
- b) # grupos =  $m \cdot p = 3 \cdot 24 = 72$
- # grupos por fase =  $\frac{72}{3} = 24$
- # grupos por trayectoria  $\frac{24}{2} = 12$  gpos.



$E_{\text{fase}} = E_{\text{línea}} = 1992 \text{ volts}$

Este sería el voltaje de línea de la doble delta de manera que el voltaje inducido por bobina en ambos casos es el mismo.

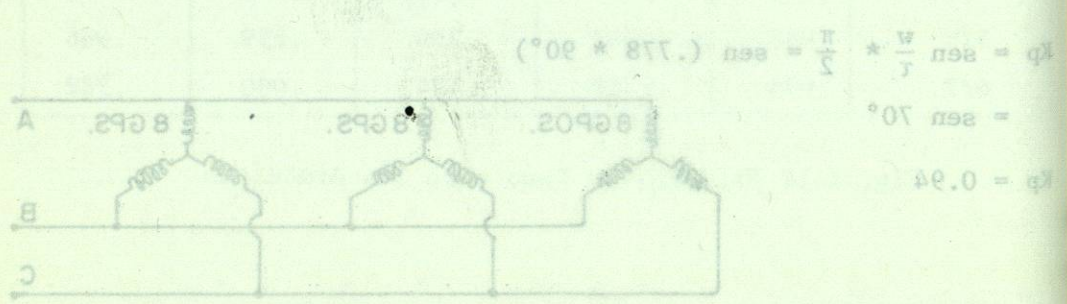
se nota, en la fig. 4-14 que una relación de paso de 2/3 logra reducir la 2a. y 3a. armónicas a casi 1/4 de su valor mientras que la fundamental casi no sufre merma. Por esto, esta relación de paso es muy común en los devanados.

tiene un generador simétrico trifásico, cuyos grupos se han conectado formando 3 estrellas en paralelo y tiene los siguientes datos:

$f = 60 \text{ Hz}$   
 $m = 3 \text{ fases}$   
 $Q = 216 \text{ ranuras} = 216 \text{ bobinas}$   
 $\# \text{ espiras totales} = \frac{18}{2} \text{ cond/ranura} \cdot 216$   
 $\# \text{ espiras totales} = 1944 \text{ espiras}$

a) Calcúlese el  $\Phi$  por polo en vacío  
 b) Así se forman 2 deltas en paralelo cuál sería el voltaje de línea?

$E_{\text{vacío}} = 2300 \text{ volts (línea)}$   
 $\frac{w}{r} = 0.778$



UNIVERSITARIA

DARILLA ALFONSINA



$Q = \# \text{ bobinas por grupo} = \frac{Q}{m \cdot p}$

$\alpha_s = \text{Desfasamiento entre ranuras adyacentes} = \frac{180^\circ \cdot p}{Q}$

$K_d = \text{Factor de Distribución} = \frac{\text{sen} \left( \frac{q \alpha_s}{2} \right)}{q \text{sen} \left( \frac{\alpha_s}{2} \right)}$

$K_p = \text{Factor de Paso} = \text{sen} \left( \frac{w}{\tau} * 90^\circ \right)$

$E_{\text{fase}} = 4.44 \cdot f * \frac{N}{a} * \Phi \cdot K_d \cdot K_p$

$Q = \# \text{ ranuras}$

$m = \# \text{ fases}$

$p = \# \text{ polos}$

$q = \# \text{ bobinas por grupo}$

$\alpha_s = \text{Desfasamiento entre ranuras}$

$w = \text{Ancho de Bobina (ranura)}$

$\tau = \text{Paso Polar (ranuras)}$

$f = \text{Frecuencia}$

$N = \# \text{ espiras por fase}$

$a = \# \text{ Trayect. en paralelo por fase.}$

$\Phi = \text{Flujo por polo (webbers)}$

$K_{pd} = \text{Factor del Devanado}$

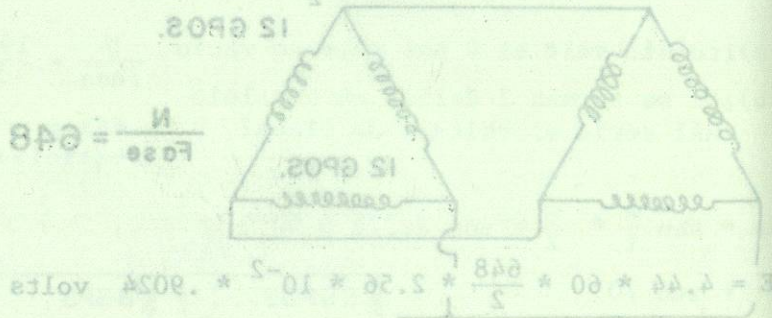
$K_d = \frac{\text{sen } \frac{p \alpha_s}{2}}{p \text{sen} \frac{\alpha_s}{2}}$   
 $\alpha_s = 30^\circ$

$K_p = \frac{\text{sen } 3(10^\circ)}{3 \text{sen } 10^\circ} = \frac{2}{3(0.174)} = 3.8$   
 $\Phi = \frac{E_{\text{fase}}}{4.44 \cdot f \cdot \frac{N}{a} \cdot K_d \cdot K_p}$

$K_{pd} = 0.96$   
 $K_{pd} = 0.96 * 0.96 = 0.92$

$\Phi = \frac{E_{\text{fase}}}{4.44 \cdot f \cdot \frac{N}{a} \cdot K_d \cdot K_p \cdot K_{pd}}$   
 $\Phi = \frac{1992}{4.44 \cdot 60 \cdot \frac{648}{3} \cdot 3.8 \cdot 3.8 \cdot 0.92} = 2.56 \cdot 10^{-5} \text{ webbers}$

- a)  $\Phi = 2.56 \cdot 10^{-5} \text{ webbers}$
- b)  $\# \text{ grupos} = m \cdot p = 3 \cdot 2 = 6$
- $\# \text{ grupos por fase} = \frac{Q}{3} = 12$
- $\# \text{ grupos por trayectoria} = \frac{12}{2} = 6$



$E = 4.44 \cdot 60 \cdot \frac{648}{2} \cdot 2.56 \cdot 10^{-5} \cdot 3.8 \cdot 3.8 \cdot 0.92 = 1992 \text{ volts}$

$E_{\text{fase}} = 1992 \text{ volts}$

se sería el voltaje de línea de la doble delta de manera que el voltaje inducido por bobina en ambos casos es el mismo.