

Primera prueba, fase creep, $\dot{\epsilon} = 0$, e integrando la Ecuación (14), se obtiene

$$\sigma + p_1 \frac{d\sigma}{dt} = q_1 \dot{\epsilon} \quad (15)$$

Para determinar C_1 se necesita una condición frontera. La aplicación repentina de un esfuerzo σ_0 produce un efecto singular, en $\dot{\epsilon}(t)$, si integramos a 14, se obtiene lo siguiente.

$$\int_{-\tau}^{+\tau} [\sigma(t) - \sigma_0] dt = \int_{-\tau}^{+\tau} p_1 \dot{\epsilon}(t) dt$$

Un análisis en la Ecuación (15), para $t=0^+$, nos indica que $C_1 = \sigma_0$ por lo que el valor de C_1 es.

$$C_1 = \frac{\sigma_0 p_1}{p_1} \quad (16)$$

Entonces sustituyendo C_1 en Ecuación (15), da lo siguiente.

$$\sigma + p_1 \frac{d\sigma}{dt} = q_1 \dot{\epsilon} \quad (17)$$

La prueba de relajación, indica que a $unt=t_1$ la deformación se mantendrá constante y se verá como varía el esfuerzo con el tiempo.

$$\sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_1 \dot{\epsilon} \quad (17)$$

$$\dot{\epsilon} = 0$$

$$\sigma + p_1 \frac{d\sigma}{dt} = 0$$

integrando:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{(t-t_1)}{p_1}} \quad (18)$$

La respuesta de ambas pruebas se muestra en la Fig. 13

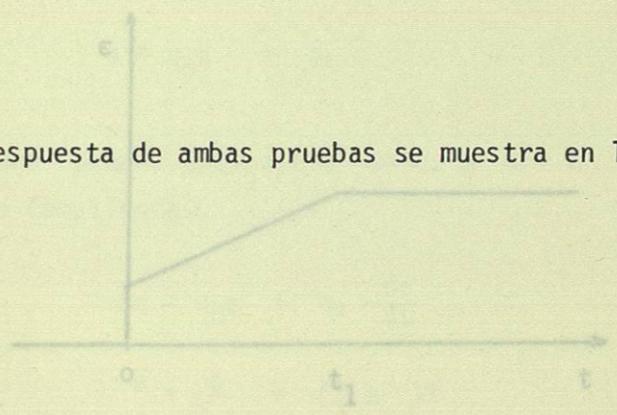


Fig. 13 Prueba estandar del modelo de Maxwell.

102111687

La prueba de relajación, indica que a un t_1 la deformación se mantendrá constante y se verá como varía el esfuerzo con el tiempo.

$$\dot{\epsilon} + p_1 \dot{\sigma} = p_2 \dot{\sigma} + p_3 \dot{\epsilon} \quad (17)$$

$$0 = \dot{\epsilon}$$

$$0 = \frac{d\sigma}{dt} + p_1 \sigma$$

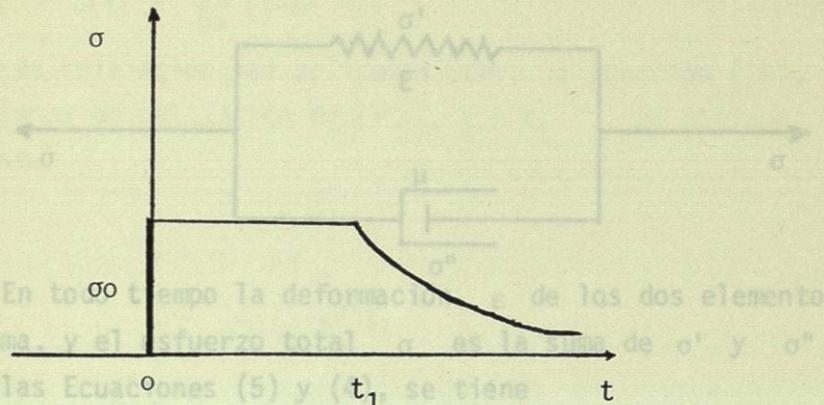
integrando:

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{p_1} e^{-p_1 t} \quad (18)$$

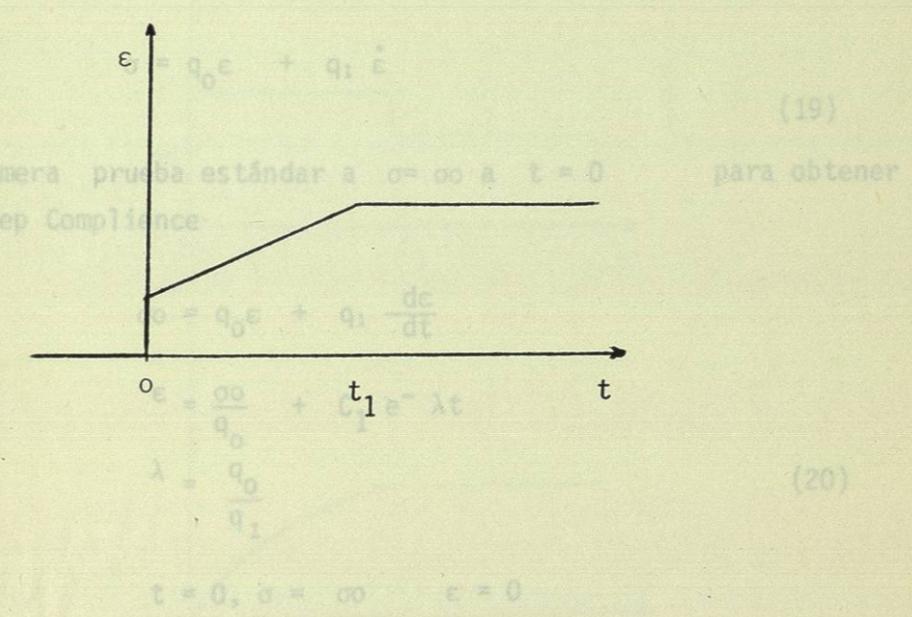
La respuesta de ambas pruebas se muestra en la Fig. 13

Modelo de Kelvin

El modelo de Kelvin está constituido por un fluido elástico ideal en paralelo con un fluido viscoso ideal



En todo tiempo la deformación de los dos elementos es la misma, y el esfuerzo total σ es la suma de σ' y σ'' aplicando las Ecuaciones (5) y (6) se tiene



la primera prueba estándar a $\sigma = \infty$ a $t = 0$ para obtener el Creep Compliance

Fig. 13 Prueba estándar del modelo de Maxwell.

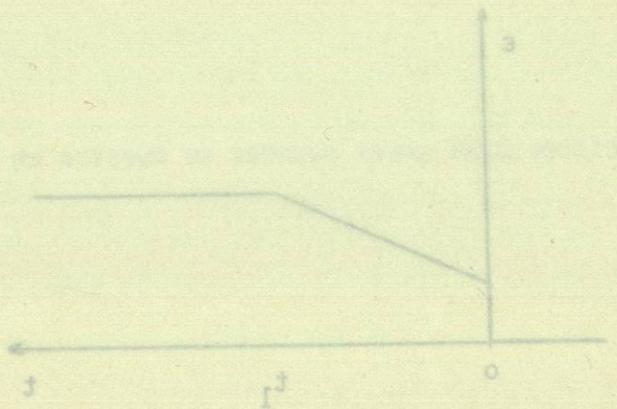
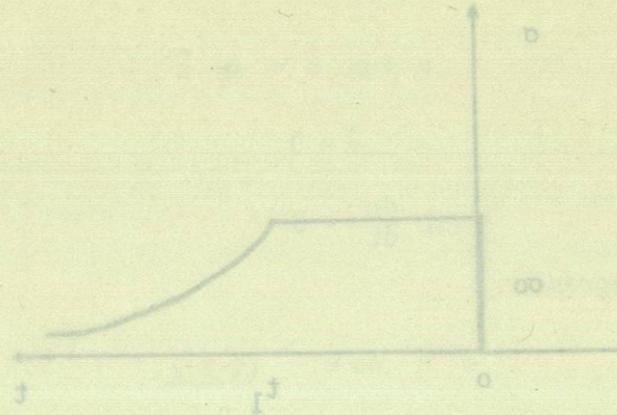
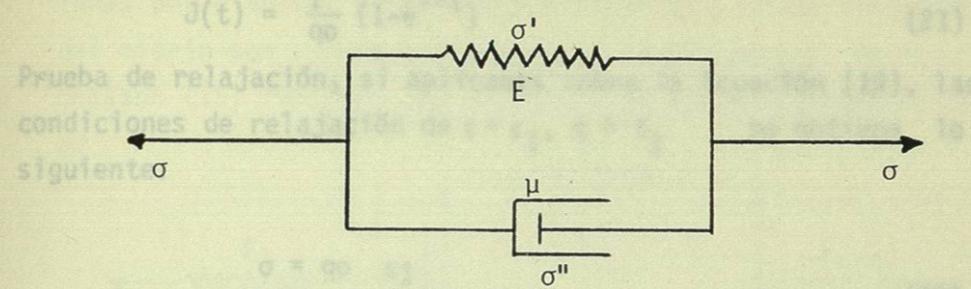


Fig. 13 Prueba estándar del modelo de Maxwell.

Modelo de Kelvin

El modelo de Kelvin está constituido por un fluido elástico ideal en paralelo con un fluido viscoso ideal



En todo tiempo la deformación ϵ de los dos elementos es la misma, y el esfuerzo total σ es la suma de σ' y σ'' aplicando las Ecuaciones (5) y (4), se tiene

$$\sigma = q_0 \epsilon + q_1 \dot{\epsilon} \tag{19}$$

la primera prueba estándar a $\sigma = \sigma_0$ a $t = 0$ para obtener el Creep Compliance

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= q_0 \epsilon + q_1 \frac{d\epsilon}{dt} \\ \epsilon &= \frac{\sigma_0}{q_0} + C_1 e^{-\lambda t} \\ \lambda &= \frac{q_0}{q_1} \end{aligned} \tag{20}$$

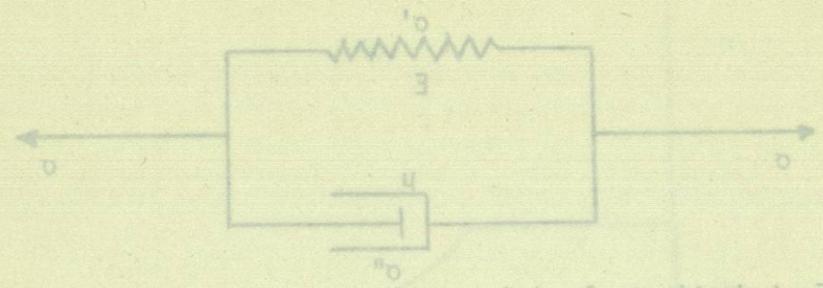
$$t = 0, \sigma = \sigma_0 \quad \epsilon = 0$$

$$C_1 = -\frac{\sigma_0}{q_0}$$

Fig. 14.- Prueba estándar del modelo de Kelvin.

Modelo de Kelvin

El modelo de Kelvin está constituido por un fluido elástico ideal en paralelo con un fluido viscoso ideal.



En todo tiempo la deformación \$\epsilon\$ de los dos elementos es la misma, y el esfuerzo total \$\sigma\$ es la suma de \$\sigma_1\$ y \$\sigma_2\$ cuando las Ecuaciones (2) y (4), se tiene

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (19)$$

la primera prueba estándar a \$\sigma = \sigma_0\$ a \$t = 0\$ para obtener el Creep Compliance

$$\sigma_1 = E \epsilon \quad (20)$$

$$\sigma_2 = \eta \dot{\epsilon}$$

$$\sigma = E \epsilon + \eta \dot{\epsilon}$$

Sustituyendo

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (21)$$

$$J(t) = \frac{1}{q_0} (1 - e^{-\lambda t})$$

Prueba de relajación, si aplicamos sobre la Ecuación (19), las condiciones de relajación de \$\epsilon = \epsilon_1\$, \$t = t_1\$ se obtiene lo siguiente.

$$\sigma = q_0 \epsilon_1 \quad (22)$$

$$\sigma = \sigma_0 (1 - e^{-\lambda t_1})$$

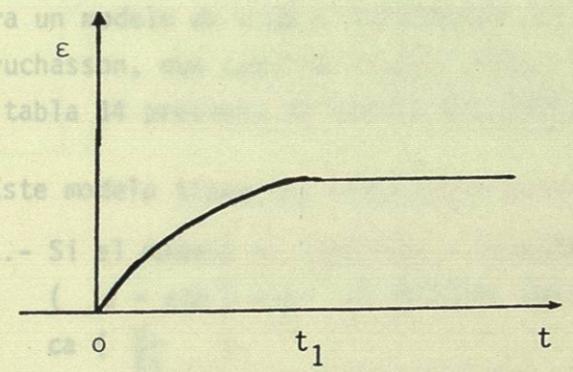
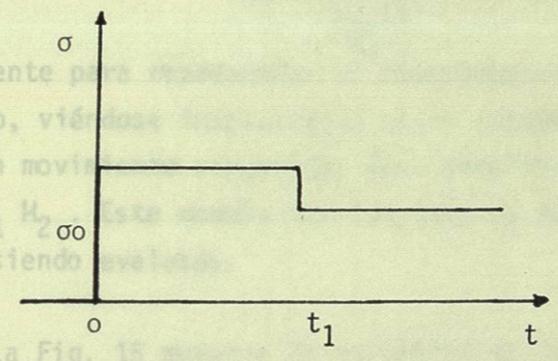


Fig. 14.- Prueba estándar al modelo de Kelvin.

obteniendo

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (18)$$

$$J(t) = \frac{1}{\sigma_0} \epsilon = \frac{1}{E_1} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (19)$$

Prueba de relajación, si aplicamos sobre la Ecuación (19), las condiciones de relajación de $\epsilon = \epsilon_0$, $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0$ se obtiene lo siguiente.

$$\epsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E_1} (1 - e^{-\lambda t_1}) \quad (20)$$

$$\dot{\epsilon}_0 = \frac{\lambda \sigma_0}{E_1} e^{-\lambda t_1} \quad (21)$$

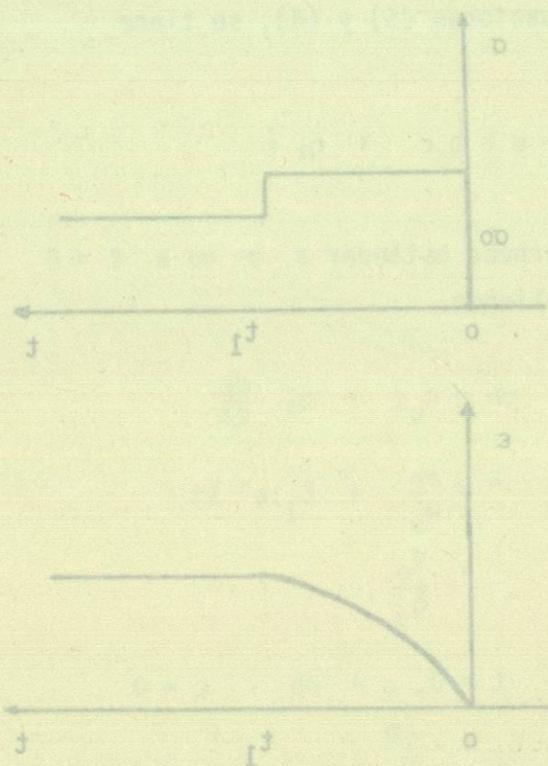
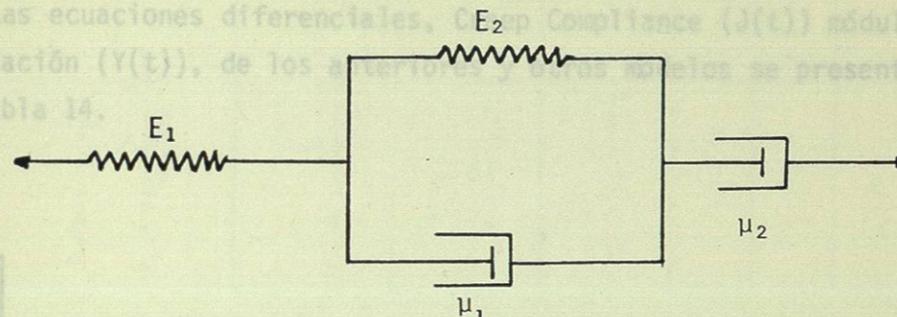


Fig. 14.- Prueba estándar al modelo de Kelvin.

Modelos combinados

J(t) y $\gamma(t)$ son funciones materiales que pueden ser representadas por diversos modelos viscoelásticos y datos viscoelásticos del vidrio son sumamente escasos en la literatura. Merle y Truchasson (15) reportan que un modelo de cuatro parámetros del tipo



es suficiente para representar el comportamiento viscoelástico del vidrio, viéndose involucrados en el diseño de un reómetro de paleta con movimiento sinusoidal para determinar los parámetros E_1, E_2, μ_1, μ_2 . Este modelo con los valores de parámetros reportados está siendo evaluado.

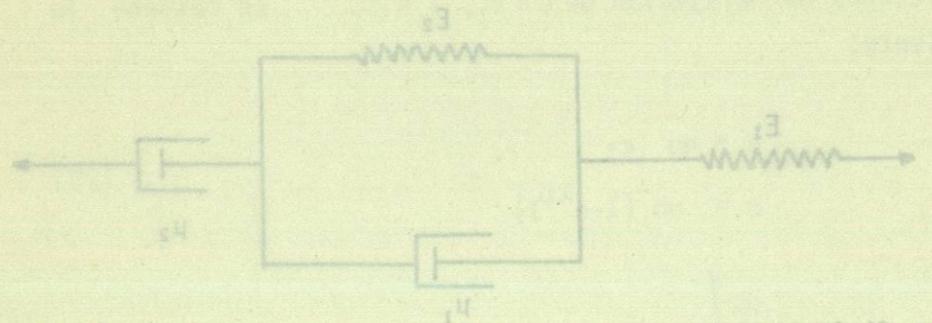
La Fig. 15 muestra la variación de la deformación con el tiempo para un modelo de cuatro parámetros del tipo reportado por Merle y Truchasson, que convina elasticidad, viscoelasticidad y flujo. La tabla 14 presenta el modelo matemático.

Este modelo tiene las siguientes características.

- 1.- Si el modelo es sometido a un esfuerzo constante ($\sigma = cte$) a t_1 , se produce una deformación elástica ($\frac{\sigma}{E_1}$).
- 2.- Lo siguiente es una deformación viscoelástica que se aproxima a (σ/E_2) como valor de equilibrio y un flujo viscoso (σ/μ_2).

Fig. 15 Relación de la deformación con el tiempo para un modelo de cuatro parámetros del tipo propuesto por Merle y Truchasson, a t_1 se expone el modelo a un $\sigma = cte$ y en t_2 se elimina el esfuerzo (16).

$\epsilon(t)$ y $\dot{\epsilon}(t)$ son funciones materiales que pueden ser representadas por diversos modelos viscoelásticos y datos viscoelásticos del vidrio son sumamente escasos en la literatura. Merle y Truchasson (15) reportan que un modelo de cuatro parámetros del tipo



es suficiente para representar el comportamiento viscoelástico del vidrio, véndose involucrados en el diseño de un registro de pateta con movimiento sinusoidal para determinar los parámetros E_1, E_2, K_1, K_2 . Este modelo con los valores de parámetros reportados está siendo evaluado.

La Fig. 15 muestra la variación de la deformación con el tiempo para un modelo de cuatro parámetros del tipo reportado por Merle y Truchasson, que conviene elasticidad, viscoelasticidad y flujo. La tabla 14 presenta el modelo matemático.

Este modelo tiene las siguientes características.

- 1.- Si el modelo es sometido a un esfuerzo constante $(\sigma = cte)$ a t_1 , se produce una deformación elástica (σ/E_1) .
- 2.- Lo siguiente es una deformación viscoelástica que se aproxima a (σ/E_2) como valor de equilibrio y en flujo viscoso (σ/μ_2) .

- 3.- Al suprimir el esfuerzo constante a un tiempo t_2 , el elemento elástico se relaja inmediatamente.
- 4.- El elemento viscoelástico se relaja lentamente.
- 5.- El flujo viscoso no se recupera.

Las ecuaciones diferenciales, Creep Compliance ($J(t)$) módulos de relajación ($Y(t)$), de los anteriores y otros modelos se presentan en la tabla 14.

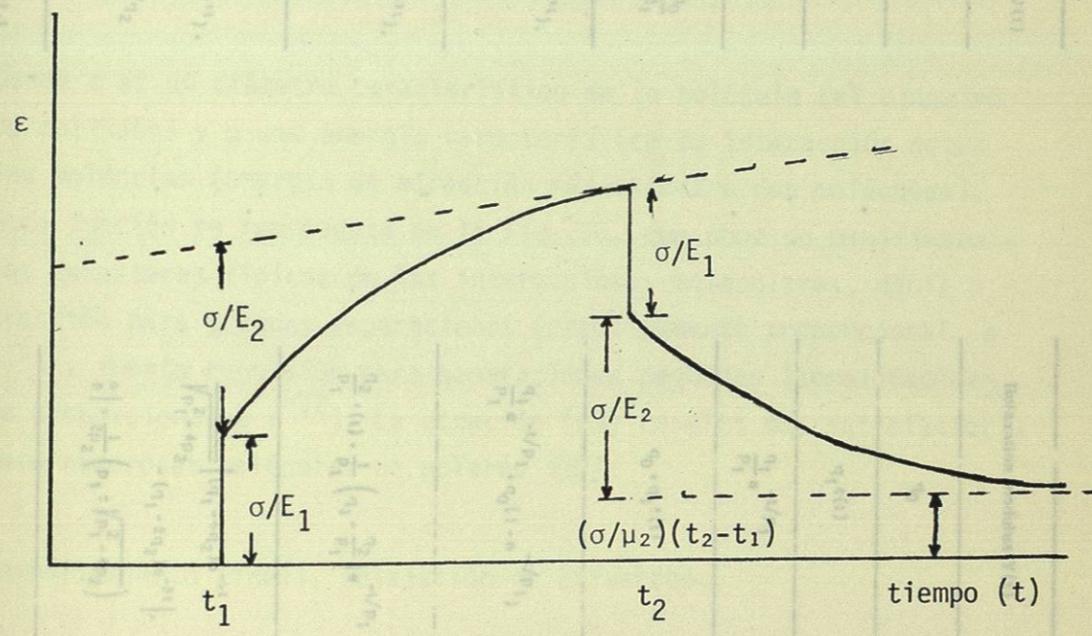


Fig. 15 Relación teórica, deformación - tiempo para un modelo mecánico de cuatro parámetros del tipo propuesto por Merle y Truchasson, a t_1 se expone el modelo a un $\sigma = cte$ y en t_2 se elimina el esfuerzo (16).

Tabla 14. Modelos viscoelásticos con sus correspondientes ecuaciones diferenciales, Creep Compliance y módulos de relajación y compliance compleja (17).