

El dibujo de la derecha muestra el triángulo que se forma y la distancia que se pide (x). Ahora buscamos las funciones que nos relacionan al lado opuesto a x y su hipotenusa (200 Km). Pueden ser $\text{sen } X$ o $\text{csc } X$, de las cuales se escoge: $\text{sen } X$.

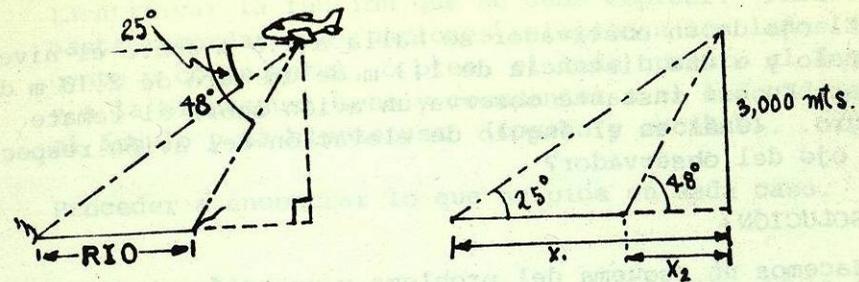
$$\begin{aligned} \text{sen } X &= x/z \\ \text{sen } X &= x/200 \\ x &= 200 \text{ sen } X \\ x &= 200 \text{ sen } 30^\circ 40' \\ x &= 200 (0.51) \\ x &= 102 \text{ Km} \end{aligned}$$

EJEMPLO 6.

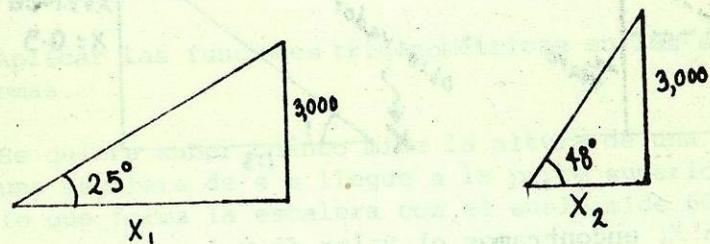
Volando a una altura de 3000 m un observador mide los ángulos de depresión de las orillas opuestas al río y resultan ser de 48° y 25° respectivamente. ¿Qué anchura tiene el río en el lugar de la observación?

SOLUCIÓN:

Haciendo un esquema del problema y sus triángulos formados (dibujo derecho).



Calculando la distancia x_1 y restándole x_2 , encontraremos el ancho del río.



$$\frac{x_1}{3000} = \cot 25^\circ$$

$$x_1 = (3000) (\cot 25^\circ)$$

$$x_1 = (3000) (2.145)$$

$$x_1 = 6435 \text{ m}$$

$$\frac{x_2}{3000} = \cot 48^\circ$$

$$x_2 = (3000) (\cot 48^\circ)$$

$$x_2 = (3000) (0.9004)$$

$$x_2 = 2701 \text{ m}$$

luego,

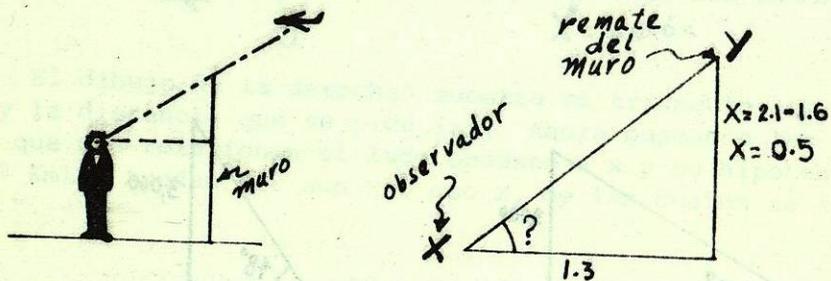
$$\begin{aligned} \text{ancho del río} &= x_1 - x_2 \\ &= 6435 - 2701 \\ &= 3734 \text{ m} \end{aligned}$$

EJEMPLO 7.

El ojo de un observador se halla a 1.6 m sobre el nivel del suelo y a una distancia de 1.3 m de un muro de 2.10 m de altura. En ese instante observa un avión sobre el remate del muro. ¿Cuál es el ángulo de elevación del avión respecto al ojo del observador?

SOLUCIÓN:

Hacemos un esquema del problema y un triángulo de referencia (dibujo derecho).



Por $\tan X$, encontramos el valor de X .

$$\tan X = 0.5/1.3$$

$$\tan X = 0.3846$$

$$X = \arcsin \tan (0.3846)$$

$$X \approx 21^\circ$$

todos los ejemplos anteriores se basan en diferentes triángulos rectángulos. En cada caso se siguieron los siguientes pasos:

- Hacer un dibujo sobre el cual se indiquen los datos.
- Observar qué lados conoce y cuáles quiere determinar, siempre con respecto a un determinado ángulo.

- Identificar la función que se debe emplear. Para ello basta recordar qué funciones relacionan los lados (tangente y cotangente), o bien, el lado opuesto al ángulo y a la hipotenusa (seno y cosecante) o el lado adyacente al ángulo y la hipotenusa (coseno y secante).
- Proceder a encontrar lo que se pida en cada caso.

Aplica estos mismos pasos en la resolución de la autoevaluación de esta sección.

AUTOEVALUACION 5.

Aplicar las funciones trigonométricas en los siguientes problemas.

- Se quiere saber cuánto mide la altura de una casa, donde una escalera de 4 m llegue a la parte superior y el ángulo que forma la escalera con el suelo mide 60° .
- Se ha construido una carretera en forma ascendente que se empina 105 m por cada 1000 m de recorrido horizontal. Hallar: a) la inclinación (ángulo de la carretera con la horizontal), aproximándolo al grado más cercano y b) la longitud de la carretera, aproximando al metro más cercano.
- Un aeroplano despegue de la pista y vuela siguiendo una trayectoria que forma el ángulo constante de 9° con el suelo, considerado horizontal. Cuando ha alcanzado la altura de 400 m. Se pide: a) encontrar el alcance horizontal del avión y b) la distancia que realmente ha volado.
- Hallar los lados de un rectángulo si una de sus diagonales mide 24 cm y forma con uno de los lados un ángulo de 42° .

- 5.- Un aeroplano recorre en el aire 15,000 m siguiendo un ángulo de ascenso constante alcanzando una altura de 1900 m. Calcular el ángulo de elevación.
- 6.- Calcular al grado más cercano, el ángulo de elevación del sol cuando un árbol de 60 m de altura arroja una sombra de 10 m.
- 7.- Calcular la sombra proyectada por un poste que mide 15 m de altura si en ese instante el ángulo de elevación del sol es 34° .
- 8.- Un faro, construido al nivel del mar, tiene 180 m de altura. Vista desde su cima, una barca tiene un ángulo de depresión de 24° . Hallar la distancia que hay entre la barca y el pie del faro.
- 9.- Un observador mira la cima de un edificio con un ángulo de elevación de 21° . Si el ojo del observador se haya a 5 m sobre el suelo y a 200 m del edificio. ¿Cuál es la altura del edificio?
- 10.- Desde un faro que está a 200 m sobre el nivel del mar, un observador ve dos botes en línea recta. Si los ángulos de depresión, medidos por el observador, son de 11° y 16° . Hallar la distancia entre los dos botes.
- 11.- Desde la cima de un faro de 200 m de altura, un vigía observa simultáneamente un aeroplano y un barco, estando éste exactamente debajo de aquél. Los ángulos de elevación y depresión del avión y el barco eran en ese instante 25° y 32° respectivamente. Hallar: a) la distancia del barco al pie del faro y b) la altura del aeroplano por encima del agua.
- 12.- Si dos ángulos de la base de un triángulo isósceles miden 28° y los lados iguales 45 cm. Encontrar: a) la altura correspondiente de la base, b) la base.

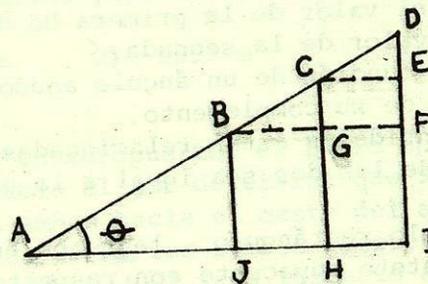
- 13.- Un observador mira el tope del asta de una bandera con un ángulo de elevación de 16° . Se considera que el piso es horizontal y que el ojo del observador se halla a 5 m sobre el suelo. Si el asta de la bandera tiene 8.6 m de altura. ¿Qué distancia hay entre el pie del asta de la bandera y el observador?
- 14.- En un triángulo rectángulo ABC, con ángulo recto en C, el lado AB es cinco veces mayor que el lado AC. ¿Cuánto mide el ángulo A?
- 15.- Un lugar A está en la dirección $N 72^\circ E$ de un punto de observación B y a 120 Km al norte de otro punto C que está al este de B. Determinar la distancia entre A y B.
- 16.- Un avión despegó de su aeropuerto y después de volar 50 Km se encuentra al sur de un punto que se halla a 25 Km al este del aeropuerto. Determinar el rumbo del aeropuerto desde el avión en el momento de la observación.
- 17.- Un avión está a 2 Km de altura y a 5 Km de la costa. Ascende entonces con un ángulo de 30° respecto a la horizontal y vuela en dirección a la costa. ¿Qué altura lleva el avión cuando pasa sobre la costa?
- 18.- Un asta de bandera está colocada verticalmente en el remate de una torre. Desde un punto situado a 30 m del pie de la torre y de frente al asta, los ángulos de elevación al extremo superior y a la base del asta, son de 51° y 47° , respectivamente. Si el ojo del observador está a 1.6 m del suelo, determinar: a) la altura de la torre y b) la altura del asta.
- 19.- Un árbol se a partido al caerle un rayo, en un punto situado a 4 m del suelo, pero no se encuentra completamente roto. El extremo descansa sobre el suelo formando con él un ángulo de 20° . ¿Qué altura tenía el árbol?

20.- Un poste ha sido reforzado con los cables para su sosten. Los dos cables miden 8 m y 5 m y están colocados a los lados del poste (izquierda y derecha, respectivamente). Los ángulos formados por los cables son de 36° y 70° respectivamente con el suelo. Determinar: a) la distancia que hay del cable de 8 m al pie del poste, b) la distancia que hay del cable de 5 m al pie del poste y c) qué distancia hay entre los pies de los cables (horizontal).

AUTOEVALUACION DEL CAPTULO I.

Subraya la respuesta correcta.

A partir del triángulo rectángulo indicado.



determinar:

1.- $\cos \theta$

1) AH/AC

2) BC/BG

3) CD/CE

4) DI/AD

5) BD/BF

2.- $\csc \theta$

1) AC/AH

2) AD/DI

3) BC/BG

4) AC/AH

5) ED/CE

3.- El ángulo de elevación se define como el ángulo comprendido entre la horizontal que pasa por el ojo de un observador y la recta determinada por la vista dirigida

- 1) Hacia un punto que está por debajo de él.
- 2) Hacia un punto que está por encima de él.
- 3) Hacia un punto que está a la altura del ojo.
- 4) Ninguna de las anteriores.

4.- Es como se define "función":

- 1) Si dos cantidades están relacionadas de tal modo que el valor de la primera determina unívocamente el valor de la segunda.
- 2) Cuando dos cantidades no están relacionadas de tal modo que el valor de la primera no determina unívocamente el valor de la segunda.
- 3) Cualquier función de un ángulo agudo es igual a la cofunción de su complemento.
- 4) Si dos cantidades están relacionadas de tal modo que el valor de las dos sea igual a la unidad.

5.- En un triángulo rectángulo la razón entre el cateto opuesto al cateto adyacente con respecto a un ángulo, se denomina:

- | | | |
|----------------|------------|--------------|
| 1) Seno. | 2) Coseno. | 3) Tangente. |
| 4) Cotangente. | | |

6.- $\csc 25^\circ$

- | | | |
|-----------|-----------|-----------|
| 1) 0.4226 | 2) 1.1035 | 3) 0.9063 |
| 4) 2.3662 | | |

7.- $\sec 75^\circ 30'$

- | | | |
|-----------|-----------|-----------|
| 1) 1.0333 | 2) 3.9939 | 3) 1.0385 |
| 4) 3.7421 | | |

8.- Dado $\cot A = 0.0087$, ¿cuánto vale A?

- | | | |
|-------------------|------------------|-----------------------|
| 1) $60^\circ 30'$ | 2) $1^\circ 30'$ | 3) $89^\circ 30' 5''$ |
| 4) $30'$ | | |

9.- El altímetro de un aeroplano de reconocimiento indica 2100 metros sobre el nivel del mar, cuando pasa sobre su porta aviones. En el mismo instante se detecta la presencia de un submarino cuyo ángulo de depresión, desde el aeroplano, es de $27^\circ 30'$. ¿Cuál será la distancia entre el submarino y el barco? (Dar el resultado en m).

- | | | |
|--------------|-----------|-----------|
| 1) 4034.06 m | 2) 1093 m | 3) 1862 m |
| 4) 900 m | | |

10.- Al salir de un aeropuerto, el radio operador de un avión que vuela hacia el sur determina que dos estaciones de radio están ambas hacia el oeste del aeropuerto. Después de volar 25 Km, los rumbos respectivos de las 2 estaciones son 315° y 300° (con respecto al N). Hallar la distancia entre las dos estaciones.

- | | | |
|---------------------|-----------------------|-------|
| 1) $25\sqrt{3}$ | 2) $25(\sqrt{3} - 1)$ | 3) 25 |
| 4) $(\sqrt{3} - 1)$ | | |

11.- Clasificar el enunciado que se indica como verdadero o falso: $\cos 10^\circ 20' = \sin 79^\circ 40'$.

- | | |
|-----------|---------------|
| 0) Falso. | 1) Verdadero. |
|-----------|---------------|

Usando los enunciados, $\tan A = 4/3$ y $\cos B = 12/13$, determinar los valores de las siguientes expresiones trigonométricas.

12.- $\cos A - \cos B$.

- | | | |
|------------|----------|-------------|
| 1) $65/14$ | 2) $3/5$ | 3) $-21/65$ |
| 4) $5/3$ | | |

13.- $\sin^2 A + \cos^2 A$ [sugerencia: $\sin^2 A = (\sin A)^2$]

- | | | |
|----------|------|----------|
| 1) 1 | 2) 0 | 3) $4/5$ |
| 4) $5/4$ | | |

14.- Utilizando tus conocimientos de razones recíprocas, escribe la equivalente de:

$$\frac{1}{\tan 0^{\circ}40'}$$

- 1) $\cot 89^{\circ}20'$ 2) $\tan 89^{\circ} 70'$ 3) $\tan 0^{\circ}40'$
 4) $\cot 0^{\circ} 40'$

15.- Un triángulo rectángulo tiene un ángulo agudo igual a la mitad de un recto. Encontrar la csc del ángulo complementario ($90^{\circ}-\theta$).

- 1) 2 2) $\sqrt{2}/2$ 3) 1
 4) $\sqrt{2}$

Efectuar las siguientes operaciones dando su resultado como una fracción:

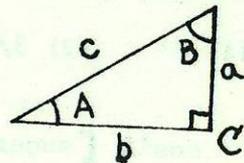
16.- $3 \sin 60^{\circ} - 4 \tan 45^{\circ} + 2 \cos 30^{\circ}$.

- 1) $\frac{5\sqrt{3} - 8}{2}$ 2) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ 3) $5\sqrt{3} - 4$
 4) 0.25

17.- $(\tan 45^{\circ})(\sin^2 30^{\circ})$

- 1) 4 2) 1/4 3) 1
 4) 1/2

18.- A través del siguiente dibujo



relaciona las siguientes columnas:

- a) c/b
 b) a/c
 c) b/a
 d) a/b
 e) b/c
 f) c/a

- _____ $\sin A$
 _____ $\tan B$
 _____ $\csc A$
 _____ $\csc B$



RESPUESTAS A LAS AUTOEVALUACIONES DEL CAPÍTULO I.

AUTOEVALUACIÓN 1:

- 1.- a) $\text{Sen } A = \frac{2}{\sqrt{13}}$ $\text{Sen } B = \frac{3}{\sqrt{13}}$
 $\text{Cos } A = \frac{3}{\sqrt{13}}$ $\text{Cos } B = \frac{2}{\sqrt{13}}$
 $\text{Tan } A = \frac{2}{3}$ $\text{Tan } B = \frac{3}{2}$
 $\text{Cot } A = \frac{3}{2}$ $\text{Cot } B = \frac{2}{3}$
 $\text{Sec } A = \frac{\sqrt{13}}{3}$ $\text{Sec } B = \frac{\sqrt{13}}{2}$
 $\text{Csc } A = \frac{\sqrt{13}}{2}$ $\text{Csc } B = \frac{\sqrt{13}}{3}$
- b) $\text{Sen } A = \frac{3}{5}$ $\text{Sen } B = \frac{4}{5}$
 $\text{Cos } A = \frac{4}{5}$ $\text{Cos } B = \frac{3}{5}$
 $\text{Tan } A = \frac{3}{4}$ $\text{Tan } B = \frac{4}{3}$
 $\text{Cot } A = \frac{4}{3}$ $\text{Cot } B = \frac{3}{4}$
 $\text{Sec } A = \frac{5}{4}$ $\text{Sec } B = \frac{5}{3}$
 $\text{Csc } A = \frac{5}{3}$ $\text{Csc } B = \frac{5}{4}$
- c) $\text{Sen } A = \frac{5}{13}$ $\text{Sen } B = \frac{8}{13}$
 $\text{Cos } A = \frac{8}{13}$ $\text{Cos } B = \frac{5}{13}$
 $\text{Tan } A = \frac{5}{8}$ $\text{Tan } B = \frac{8}{5}$
 $\text{Cot } A = \frac{8}{5}$ $\text{Cot } B = \frac{5}{8}$
 $\text{Sec } A = \frac{13}{8}$ $\text{Sec } B = \frac{13}{5}$
 $\text{Csc } A = \frac{13}{5}$ $\text{Csc } B = \frac{13}{8}$
- d) $\text{Sen } X = \frac{x}{z}$ $\text{Sen } Y = \frac{y}{z}$
 $\text{Cos } X = \frac{y}{z}$ $\text{Cos } Y = \frac{x}{z}$
 $\text{Tan } X = \frac{x}{y}$ $\text{Tan } Y = \frac{y}{x}$
 $\text{Cot } X = \frac{y}{x}$ $\text{Cot } Y = \frac{x}{y}$
 $\text{Sec } X = \frac{z}{y}$ $\text{Sec } Y = \frac{z}{x}$
 $\text{Csc } X = \frac{z}{x}$ $\text{Csc } Y = \frac{z}{y}$



LIBRO ALQUILADO

AUTOEVALUACIÓN 2.

- | | |
|------------|---------------------------|
| 1.- 0.5 | 9.- $8^{\circ}29' 58''$ |
| 2.- 0.5 | 10.- $24^{\circ}19' 57''$ |
| 3.- 0.5890 | 11.- $38^{\circ}0' 3''$ |
| 4.- 3.9495 | 12.- $57^{\circ}19' 32''$ |
| 5.- 0.0029 | 13.- $65^{\circ}40' 3''$ |
| 6.- 4.3362 | 14.- $37^{\circ}10' 23''$ |
| 7.- 0.4848 | 15.- $81^{\circ}30'$ |
| 8.- 6.0844 | 16.- $77^{\circ}49' 22''$ |

AUTOEVALUACIÓN 3.

- | | |
|---|---|
| 1.- Sen B = $5/13$
Cos B = $12/13$
Cot B = $12/5$
Sec B = $13/12$
Csc B = $13/5$ | 5.- Sen Y = $15/17$
Cos Y = $8/17$
Tan Y = $15/8$
Cot Y = $8/15$
Csc Y = $17/15$ |
| 2.- Sen A = $3/5$
Cos A = $4/5$
Tan A = $3/4$
Cot A = $4/3$
Sec A = $5/4$ | 6.- Sen Z = $2/3$
Tan Z = $2\sqrt{5}/5$
Cot Z = $\sqrt{5}/2$
Sec Z = $3\sqrt{5}/5$
Csc Z = $3/2$ |
| 3.- Sen C = $(2/7)\sqrt{6}$
Cos C = $5/7$
Tan C = $(2/5)\sqrt{6}$
Sec C = $7/5$
Csc C = $7\sqrt{6}/12$ | 7.- Sen A = $1/2$
Cos A = $\sqrt{3}/2$
Tan A = $\sqrt{3}/3$
Cot A = $\sqrt{3}$
Sec A = $2\sqrt{3}/3$ |
| 4.- Cos X = $\sqrt{65}/9$
Tan X = $4\sqrt{65}/65$
Cot X = $\sqrt{65}/4$
Sec X = $9\sqrt{65}/65$
Csc X = $9/4$ | 8.- Cos B = $\sqrt{x^2 - y^2}/x$
Tan B = $y/\sqrt{x^2 - y^2}$
Cot B = $\sqrt{x^2 - y^2}/y$
Sec B = $x/\sqrt{x^2 - y^2}$
Csc B = x/y |

- 9.- $7/5$
10.- $2\sqrt{13}/13$
11.- 1
12.- $y/\sqrt{x^2 - y^2}$

AUTOEVALUACIÓN 4.

- | | |
|-----------------------------|----------------------------------|
| 1.- Falso. | 12.- Cot 59° |
| 2.- Verdadero. | 13.- Sec $(90^{\circ} - A)$ |
| 3.- Falso. | 14.- Sen Y |
| 4.- Verdadero. | 15.- Cos $61^{\circ} 10'$ |
| 5.- Verdadero. | 16.- Sen $8^{\circ} 40'$ |
| 6.- Verdadero. | 17.- 1 |
| 7.- Verdadero. | 18.- Sec $29^{\circ} 40'$ |
| 8.- Falso. | 19.- Sec C |
| 9.- Verdadero. | 20.- 1 |
| 10.- Verdadero. | 21.- $\frac{1}{\cos 83^{\circ}}$ |
| 11.- Cos $(90^{\circ} - X)$ | |

AUTOEVALUACIÓN 5.

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1.- 3.464 | 11.- a) 320.07m, b) 149.25 m |
| 2.- a) 6° ; b) 1006 m | 12.- a) 21.13cm, b) 79.47 cm |
| 3.- a) 2525.5m, b) 2557 m | 13.- 34.25 |
| 4.- 16.1 y 17.8 | 14.- $78^{\circ}27' 47''$ |
| 5.- $7^{\circ}16' 37''$ | 15.- 388.33 Km |
| 6.- $80^{\circ} 32' 16''$ | 16.- N $30^{\circ}0'$ |
| 7.- 22.24 m | 17.- 4.887 Km |
| 8.- 404.3 m | 18.- a) 33.77m, b) 4.876 m |
| 9.- 81.77 m | 19.- 15.695 m |
| 10.- 331.4 m | 20.- a) 6.472m, b) 1.710m,
c) 8.182 m |

AUTOEVALUACIÓN DEL CAPÍTULO 1.

- | | |
|-------|--------|
| 1.- 1 | 6.- 4 |
| 2.- 2 | 7.- 2 |
| 3.- 2 | 8.- 3 |
| 4.- 1 | 9.- 1 |
| 5.- 3 | 10.- 2 |