

CONCEPTOS BASICOS DE GEOMETRIA
ANALITICA BIDIMENSIONAL.

Con esta unidad damos comienzo al estudio de la geometría analítica bidimensional, o sea, a través de los ejes coordenados rectangulares. Aprenderás a graficar relaciones definidas por una ecuación o desigualdad y estarás en condiciones de aplicar tus conocimientos algebraicos para determinar el rango y dominio de cualquier relación.

Aprende a excelencia la importancia de los conceptos básicos en la comprensión para su correcta aplicación.

Al término de esta unidad, el estudiante estará en condición de:

OBJETIVOS:

- 1.- Definir con tus propias palabras GEOMETRIA ANALITICA BIDIMENSIONAL.
- 2.- Definir con tus propias palabras los conceptos: relación dominio y recorrido o rango.
- 3.- Explicar brevemente en qué consiste un sistema coordenado rectangular, definiendo cada una de las partes de que consta.
- 4.- Construir correctamente la gráfica de un relación definida por una ecuación o desigualdad.
- 5.- Determinar correctamente el dominio y rango de cualquier relación definida por una expresión algebraica.

PROCEDIMIENTO SUGERIDO:

1.- Estudia el capítulo I de tu libro de texto de Geometría Analítica. Antes de proceder a resolver tus objetivos, estudia primero el capítulo entero, para que comprendas mejor lo que se pide. También te sugerimos que, conforme vayas avanzando en el estudio de la unidad, hagas todas las anotaciones que creas importantes, así como de las fórmulas que se expongan en el capítulo, ya que las estaremos usando continuamente.

Para los objetivos 1 y 2, lee todo el capítulo y una vez que las hayas definido, trata de comprender lo mejor que puedas estos conceptos, ya que son la base para resolver los demás objetivos.

Para el objetivo 3, dibuja en tu cuaderno un sistema - coordenado rectangular donde señales todas las partes que creas sean importantes, para que posteriormente las definas.

Para los objetivos 4 y 5, analiza primero tus ejemplos, donde se construyen diferentes gráficas de relaciones; sobre todo pon especial atención en la secuencia que se sigue para graficar una desigualdad. Después, es necesario, para el objetivo 5, el que hayas comprendido el significado de los objetivos 1 y 2, ya que en este objetivo los vas a aplicar. Una vez que hayas estudiado los ejemplos, resuelve la autoevaluación.

2.- Si ya crees estar seguro del estudio de esta unidad, resuelve la autoevaluación de la unidad, contestando la autoevaluación del capítulo.

CAPITULO 1.

CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA BIDIMENSIONAL.

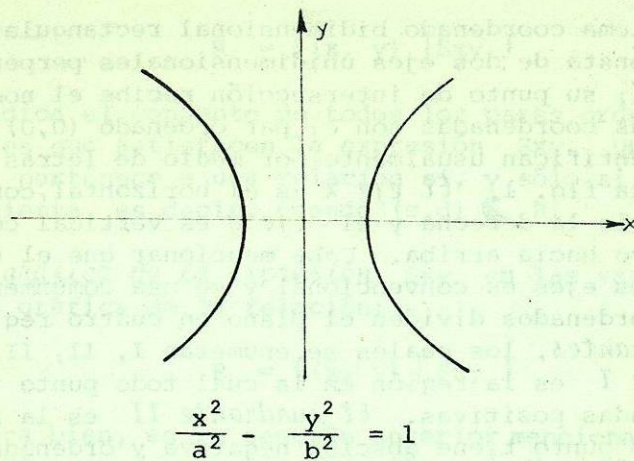
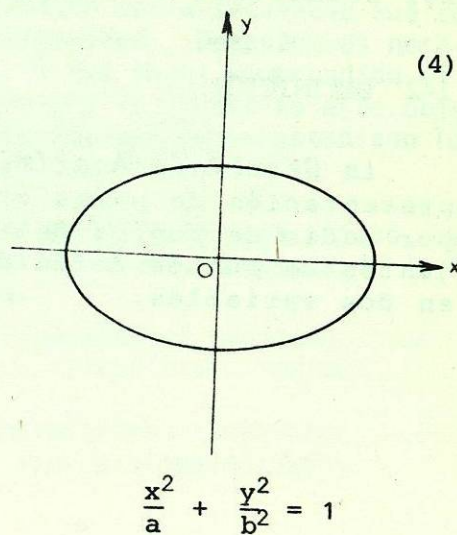
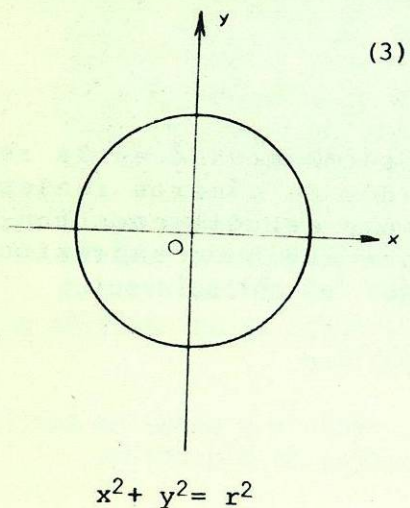
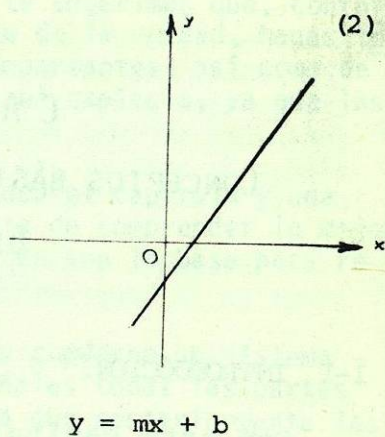
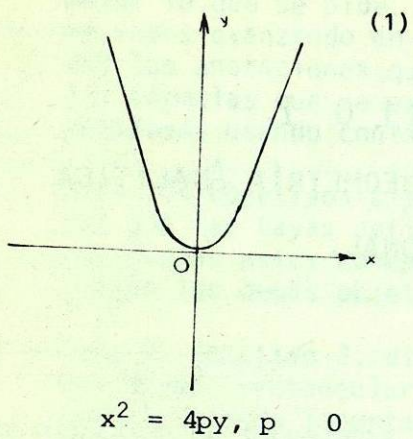
1-1 INTRODUCCIÓN.

Con este capítulo damos comienzo al estudio de la Geometría Analítica Bidimensional. Veremos cómo emplear el término de relación y a determinar el rango y dominio de expresiones que bien pueden ser ecuaciones o desigualdades.

1-2 DEFINICIÓN.

La Geometría Analítica Bidimensional es la representación de pares ordenados de números reales por medio de puntos del plano y estudia esos conjuntos de puntos definidos por medio de expresiones en dos variables.

EJEMPLOS.



Estos son algunos ejemplos de formas obtenidas a través de expresiones en dos variables. Estas expresiones pueden ser ecuaciones o inecuaciones, representadas por "Sxy".

Ahora bien, la representación de Sxy la hacemos a través de un sistema coordenado bidimensional rectangular, donde representamos los pares ordenados (x,y) de números reales por medio de puntos, obteniendo así las diferentes formas de Sxy.

Como ya sabemos, bidimensional significa en dos dimensiones, y quiere decir que el sistema coordenado está formado por dos ejes unidimensionales.

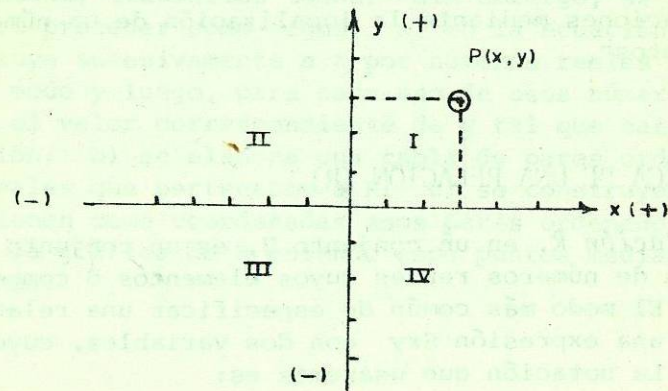


Fig. 1.

Un sistema coordenado bidimensional rectangular como el anterior, consta de dos ejes unidimensionales perpendiculares entre sí; su punto de intersección recibe el nombre de *origen* y sus coordenadas son el par ordenado (0,0). Los ejes se identifican usualmente por medio de letras como se muestra en la fig. 1. El eje x es el horizontal, con su eje positivo hacia la derecha y el eje y es vertical con su sentido positivo hacia arriba. Cabe mencionar que el sentido positivo de los ejes es convencional y se usa comúnmente así. Los ejes coordenados dividen el plano en cuatro regiones llamadas *cuadrantes*, los cuales se enumeran I, II, III y IV. El cuadrante I es la región en la cual todo punto tiene ambas coordenadas positivas. El cuadrante II es la región en la cual todo punto tiene abscisa negativa y ordenada positiva. El cuadrante III es la región en la cual todo punto tiene ambas coordenadas negativas, y por último el cuadrante IV es la región en la cual todo punto tiene abscisa positiva y ordenada negativa.

Por medio de un sistema coordenado bidimensional se puede establecer una correspondencia biunívoca entre los puntos del plano y los elementos del conjunto de pares ordenados de números reales, es decir, a cada punto P de un plano se asocia un par ordenado de números reales (x_1, y_1) y viceversa, a todo par ordenado (x_1, y_1) de números reales se asocia un punto.

Podemos resumir "la Geometría Analítica Bidimensional estudia las gráficas de ciertas expresiones en dos variables analizándolas y facilitando la construcción de gráficas de otras relaciones mediante la localización de un número limitado de puntos".

1-3 LA GRÁFICA DE UNA RELACION (R).

Una *relación* R , en un conjunto U , es un conjunto de pares ordenados de números reales cuyos elementos o componentes están en U . El modo más común de especificar una relación es por medio de una expresión Sxy con dos variables, cuyo universo es U . La notación que usaremos es:

$$R = \{(x, y) \mid Sxy\}$$

y nos indica el conjunto de todos los pares ordenados de números reales que satisfacen la expresión Sxy . Un par ordenado (c,d) pertenece a una relación si, y sólo si, la expresión Sab es cierta, es decir, cuando $(c,d) \in R$.

La gráfica de la expresión Sxy en las variables x y y es la gráfica de la relación:

$$R = \{(x, y) \mid Sxy\}$$

Ahora bien, en la sección anterior mencionamos que la expresión Sxy puede ser una ecuación o desigualdad. Supóngase que la relación R está definida por una ecuación $E(x,y)=0$, es decir,

$$R = \{(x,y) \mid E(x,y)=0\}$$

En este caso la gráfica de la ecuación $E(x,y)=0$, es la gráfica de la relación R .

Gráfica de la relación R definida por $E(x,y) = 0$.

Puesto que una relación R puede tener como miembros un sin número de pares ordenados de números reales, no se puede, en general, tabularlos todos. Sin embargo, se puede casi siempre proceder como sigue: a) en la ecuación $E(x,y)=0$ se sustituye sucesivamente a x por números reales escogidos de algún modo y luego, para cada uno de esos números reales se busca el valor correspondiente de y tal que satisfaga a la ecuación; b) se elabora una tabla de pares ordenados de números reales que pertenecen a R ; c) se construyen los puntos que tienen como coordenadas esos pares ordenados y d) se obtiene la gráfica de R uniendo esos puntos mediante un trazo continuo.