

Establece su dominio y recorrido.

Dominio = _____.

Recorrido= _____.

EJEMPLO 9.

Construye la gráfica de la relación siguiente, estableciendo su dominio y recorrido.

$$R = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \geq 4\}$$

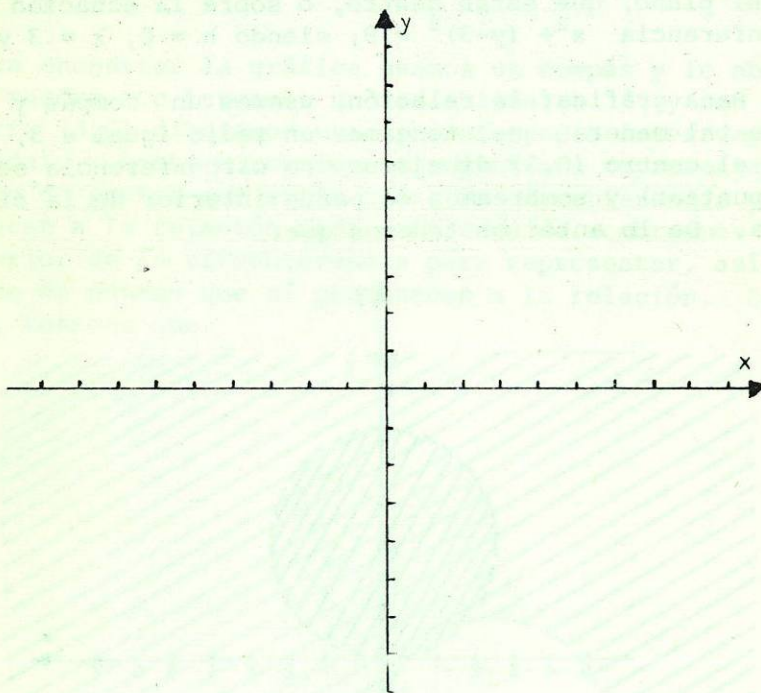


Fig. 12

EJEMPLO 10.

Construir la gráfica de la siguiente relación estableciendo su dominio y recorrido.

$$R = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \leq 4 \quad \text{y} \quad (x-2)^2 + y^2 \leq 4\}$$

SOLUCIÓN:

La relación está definida por la intersección de las expresiones:

$$S_1 = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\} \quad \text{y}$$

$$S_2 = \{(x,y) \mid (x-2)^2 + y^2 \leq 4\}$$

Procedamos a encontrar primero las gráficas de cada expresión:

La gráfica de S_1 , consiste en el conjunto de puntos del plano que están dentro, o sobre la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$. De tal manera, que su gráfica es:

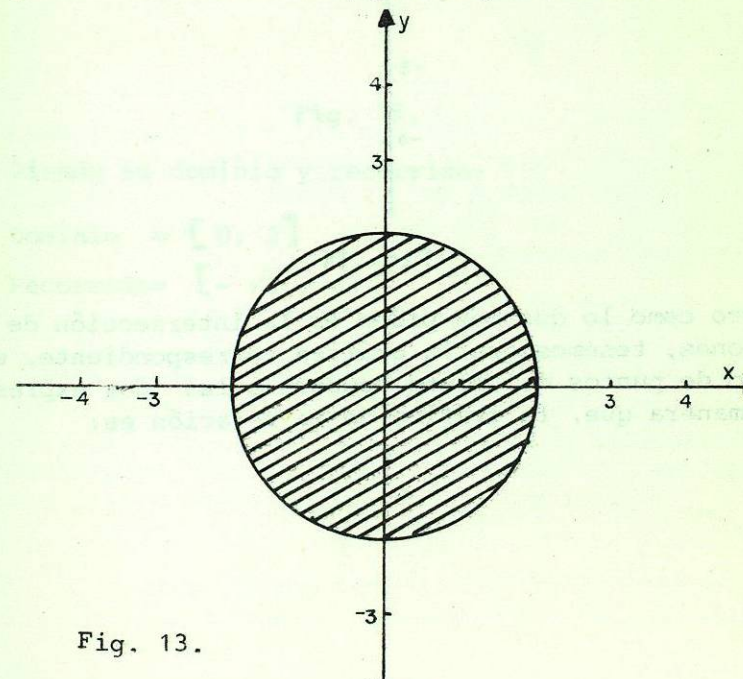


Fig. 13.

La gráfica de S_2 , consiste en el conjunto de puntos de plano que están dentro, o sobre la ecuación de la circunferencia $(x-2)^2 + y^2 = 4$. De tal manera que su gráfica es:

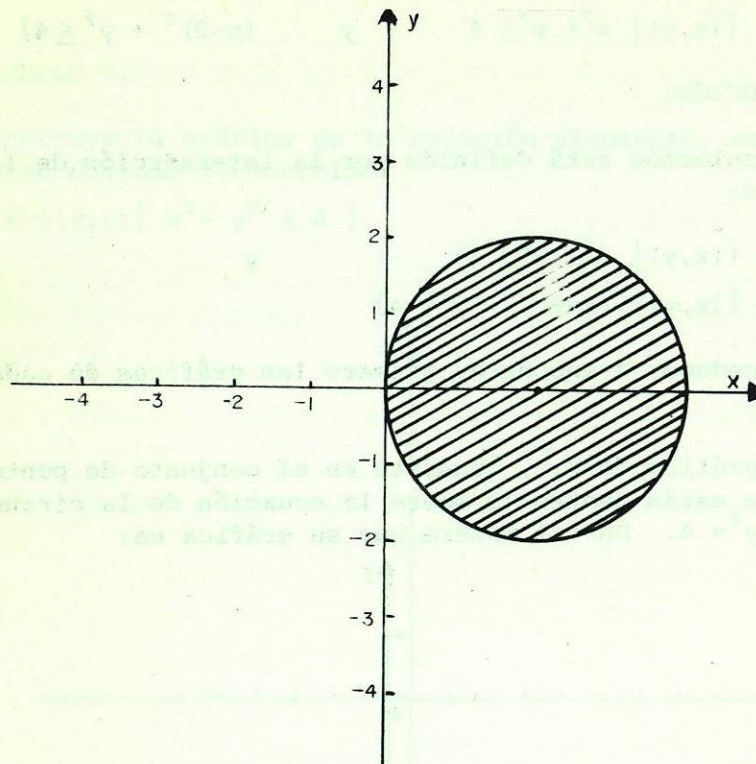


Fig. 14

Pero como lo que nos piden es la intersección de las dos expresiones, tenemos que la gráfica correspondiente, es el conjunto de puntos del plano comunes a las dos expresiones. De tal manera que, la gráfica de la relación es:

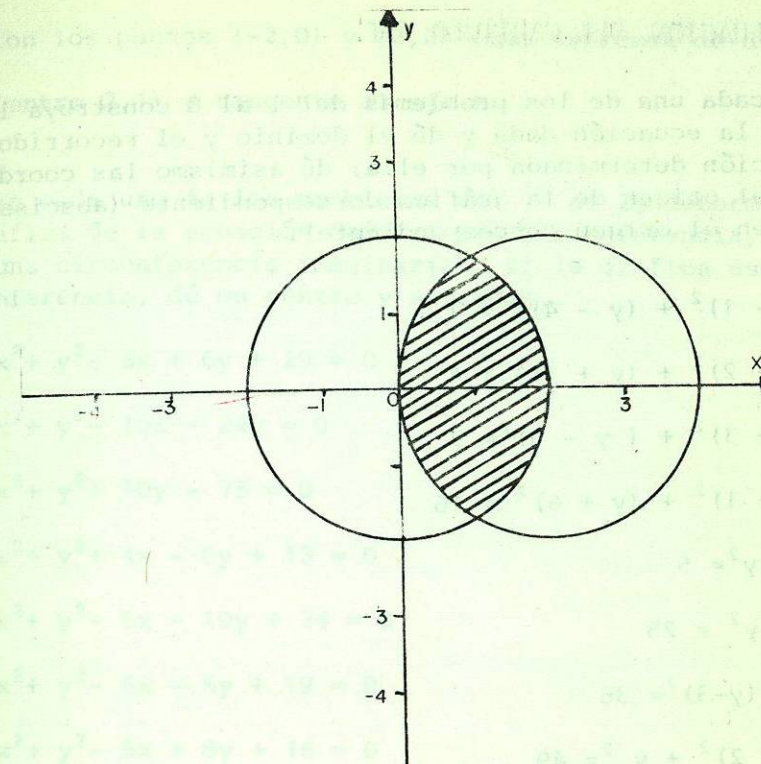


Fig. 15.

Siendo su dominio y recorrido:

$$\text{Dominio} = [0; 2]$$

$$\text{Recorrido} = [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$$

AUTOEVALUACION DEL CAPITULO III.

En cada una de los problemas del 1 al 8 construya la gráfica de la ecuación dada y dé el dominio y el recorrido de la relación determinada por ella; dé asimismo las coordenadas en el origen de la gráfica correspondiente (abscisa y ordenada en el origen correspondiente).

1.- $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 1$

2.- $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$

3.- $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 9$

4.- $(x + 1)^2 + (y + 6)^2 = 16$

5.- $x^2 + y^2 = 5$

6.- $x^2 + y^2 = 25$

7.- $x^2 + (y - 3)^2 = 36$

8.- $(x + 2)^2 + y^2 = 49$

En cada uno de los problemas del 9 al 16 determina la ecuación de la circunferencia que satisface las condiciones dadas y escríbela en la forma reducida y en la forma general.

9.- Centro (3,4) y radio 5.

10.- Centro (5,0) y radio 2.

11.- Centro (1,-2) y radio $\sqrt{3}$.

12.- Centro (-1,-4) y radio 3.

13.- Centro (0,-6) y radio 7.

14.- Centro (-2,3) y pasando por el punto (4,4).

15.- Con los puntos (-2,0) y (2,0) como extremos de diámetro.

16.- Centro (2,1) y tangente al eje x.

En cada uno de los problemas del 17 al 26 determina si la gráfica de la ecuación dada es una circunferencia, un punto o una circunferencia imaginaria. Si la gráfica es una circunferencia, dé su centro y su radio..

17.- $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 29 = 0$

18.- $x^2 + y^2 - 10x - 24y = 0$

19.- $x^2 + y^2 + 10y - 75 = 0$

20.- $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13 = 0$

21.- $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 34 = 0$

22.- $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 19 = 0$

23.- $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$

24.- $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 20 = 0$

25.- $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 5 = 0$

26.- $x^2 + y^2 + 6x + 4 = 0$

27.- Encuentra la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos (5,3), (6,2) y (3,-1). ¿Cuál es el centro y el radio de esta circunferencia? Sugerión: Usar la forma general de la ecuación de la circunferencia; como la circunferencia dada va a pasar por cada uno de los puntos dados, las coordenadas de cada uno de ellos deben satisfacer su ecuación.

- 28.- Encuentra la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $(4,-2)$, $(-5,1)$ y $(2,2)$. Determina su centro y su radio.
- 29.- Encuentra la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $(8,-2)$, $(6,2)$ y $(3,-7)$. Determina su centro y su radio.
- 30.- Encuentra la ecuación de una circunferencia que tiene por diámetro la porción de la recta $x + 2y - 6 = 0$ comprendida en el primer cuadrante.
- 31.- Encuentra la ecuación de una circunferencia que tiene el mismo centro que la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ y cuyo radio es 4.
- 32.- Encuentra la ecuación de una circunferencia que tiene el mismo centro que la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ y cuyo radio es 5.
- 33.- Encuentra la ecuación del conjunto de puntos G que tiene la propiedad de que para todo punto $P \in G$, la distancia entre P y $(6,-2)$ es igual a 9.
- 34.- Construya la gráfica de la relación $R = \{(x,y) \mid (x+2)^2 + (y-3)^2 < 16\}$
- 35.- Construya la gráfica de la relación $R = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \leq 4 \text{ y } (x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 9\}$

RESPUESTAS DE LA AUTOEVALUACIÓN DEL CAPÍTULO III.

- 1.- Circunferencia con centro en $(1,4)$, radio = 1; dominio = $[0; 2]$; recorrido = $[3; 5]$; el origen es 4.
- 2.- Circunferencia con centro en $(2,-3)$, radio = 2, dominio = $[0; 4]$; recorrido = $[-1; -5]$; no tiene abscisas en el origen; y la ordenada en el origen es -3.
- 3.- Circunferencia con centro en $(-3,5)$, radio = 3; dominio = $[-6; 0]$; recorrido = $[2; 8]$; no tiene abscisas en el origen y la ordenada en el origen es 5.
- 4.- Circunferencia con centro en $(-1,-6)$, radio = 4; dominio = $[-5; 3]$; recorrido = $[-10; -2]$; no tiene abscisas en el origen; y las ordenadas en el origen son $\sqrt{15} - 6$ y $-\sqrt{15} - 6$.
- 5.- Circunferencia con centro en $(0,0)$, radio = $\sqrt{5}$; dominio = $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$ las abscisas en el origen son $-\sqrt{5}$ y $\sqrt{5}$; y las ordenadas en el origen son $-\sqrt{5}$ y $\sqrt{5}$; recorrido = $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$.
- 6.- Circunferencia con centro en $(0,0)$ radio = 5; dominio = $[-5; 5]$; recorrido = $[-5; 5]$; las abscisas en el origen son 5 y -5; las ordenadas en el origen son 5 y -5.
- 7.- Circunferencia con centro en $(0,3)$, radio = 6; dominio = $[-6; 6]$; recorrido $[-3; 9]$; las abscisas en el origen son $\sqrt{27}$ y $-\sqrt{27}$; y las ordenadas en el origen son 9 y -3.
- 8.- Circunferencia con centro en $(-2,0)$, radio = 7; dominio = $[-9; 5]$; recorrido = $[-7; 7]$; las abscisas en el origen son 5 y -9; y las ordenadas en el origen son $3\sqrt{5}$ y $-3\sqrt{5}$.
- 9.- $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$; $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$
- 10.- $(x-5)^2 + y^2 = 4$; $x^2 + y^2 - 10x + 21 = 0$
- 11.- $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$; $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$

12.- $(x+1)^2 + (y+4)^2 = 9$; $x^2 + y^2 + 2x + 8y + 8 = 0$

13.- $x^2 + (y+6)^2 = 49$; $x^2 + y^2 + 12y - 13 = 0$

14.- $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 37$; $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 24 = 0$

15.- $x^2 + y^2 = 4$; $x^2 + y^2 - 4 = 0$

16.- $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$; $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$

17.- Circunferencia imaginaria.

18.- Circunferencia; con centro en (5,12) y radio = 13.

19.- Circunferencia, con centro en (0,-5) y radio = 10.

20.- Punto (-2,3)

21.- Punto (3,5).

22.- Circunferencia imaginaria.

23.- Circunferencia ; con centro en (3,-4) y radio = 3.

24.- Circunferencia imaginaria.

25.- Punto (-1,-2).

26.- Circunferencia; con centro en (-3,0) y radio = $\sqrt{5}$.

27.- $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 12 = 0$; con centro en (4,1) y radio = $\sqrt{5}$.

28.- $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$; con centro en (-1,-2) y radio = 5.

29.- $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$; con centro en (3,-2) y radio = 5.

30.- $x^2 + y^2 - 6x - 3y = 0$.

31.- $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 8 = 0$

32.- $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$

33.- $x^2 + y^2 - 12x + 4y - 41 = 0$