6.- Utilizar las funciones trigonométricas y el teorema de Pitágoras en la solución de triángulos rectángulos.

PROCEDIMIENTO.

1.- Lee los puntos 2-6, 2-7 y 2-8 del capítulo II.

2.- Lee el capítulo III.

3.- Analiza despacio los ejemplos resueltos.

4.- Resuelve los problemas que estén en las autoevaluaciones de estos 2 capítulos que se relacionen a estos objetivos

PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a presentar esta unidad, deberás entregar en hojas tamaño carta, los problemas nones de los capítulos II y III, completamente resueltos.

CAPÍTULO III.

EL TRIÁNGULO RECTANGULAR Y LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

3-1 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

Sabemos que un triángulo rectángulo es aquel que tiene uno y sólo uno, ángulo recto. Los lados que forman ese ángulo se les llama *catetos* y el lado opuesto a dicho ángulo recto se le denomina *hipotenusa*.

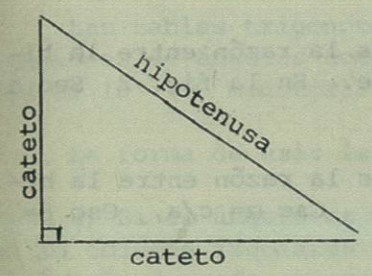


Fig. 1.

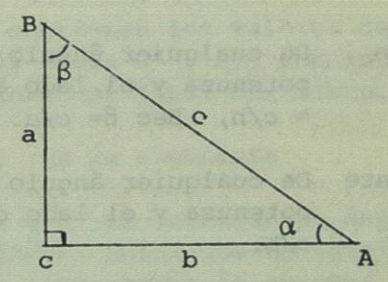


Fig. 2.

Ahora veamos cómo se relacionan los lados y ángulo de un triángulo rectángulo.

Analizando la figura 2, podemos relacionar los lados del triángulo de las siguientes formas:

$$\frac{c}{a},\ \frac{b}{c},\ \frac{a}{b},\ \frac{b}{a},\ \frac{a}{c},\ \frac{c}{a}$$

Cada una de estas razones recibe un nombre especial, dependiendo del ángulo al que se está haciendo referencia (α o β en la fig. 2).

Seno (Sen)	De cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado opuesto (L.O.) y la hipotenusa. En la fig. 2 Sen $\alpha = a/c$, Sen $\beta = b/c$.
Coseno (Cos)	De cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado adyacente (L.A.) y la hipotenusa. En la fig. 2 Cos $\alpha = b/c$, Cos $\beta = a/c$.
Tangente (Tan)	De cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado opuesto y el lado adyacente. En la fig. 2 Tan $\alpha = a/b$, Tan $\beta = b/a$.
Cotangente (Cot)	De cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado adyacente y el lado opuesto. En la fig. 2 Cot $\alpha = b/a$, Cot $\beta = a/b$.
Secante (Sec)	De cualquier ángulo agudo es la razón entre la hipotenusa y el lado adyacente. En la fig. 2 Sec $\alpha = c/b$, Sec $\beta = c/a$.
Cosecante (Csc)	De cualquier ángulo agudo es la razón entre la hipotenusa y el lado opuesto. Csc $\alpha = c/a$, Csc $\beta = c/b$.

Las razones definidas anteriormente se les denomina *funciones trigonométricas*.

Es importante saber que los valores de las funciones trigonométricas dependen solamente de la magnitud del ángulo, y son completamente independientes de la longitud de los lados del triángulo rectángulo que lo contienen.

De la misma fig. 2, podemos establecer lo siguiente: la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

A esta expresión se le conocecomo el Teorema de Pitágoras.

3-2 USO DE LAS TABLAS TRIGONOMÉTRICAS.

Considerando lo establecido anteriormente, de que el valor de la función trigonométrica depende exclusivamente del ángulo, se pudieron establecer los valores de estas funciones trigonométricas en una tabla (Tablas trigonométricas).

Estas tablas trigonométricas nos pueden servir para:

1º Encontrar el valor numérico de cualquier función, dado el ángulo.

2º Encontrar el ángulo, dado el valor numérico de la función trigonométrica.

Las tablas trigonométricas contienen los valores de las funciones de ángulos comprendidos entre 0° y 90° con intervalos de 10' (10 minutos). Ver tablas al final del libro.

La forma de usar las tablas es la siguiente:

a) Si el ángulo es menor de 45°, se localiza el ángulo en la columna izquierda de la tabla. Luego que se localiza el ángulo deseado, se recorre la línea hasta la columna en cuya parte superior aparece la función deseada. Ahí encontrará el valor de la función.

Ejemplo 1.

Encontrar el valor de Sen 41°10' y Cos 41° 10'.

Solución:

Busquemos primero el ángulo de 40°10' del lado izquierdo de las tablas hasta localizarlo.

Grados	Radianes	Sen	Csc	Tan	Cot	Sec	Cos	Radianes	Grados
0°00'									
10'									
20'									
30'									
40'									
50'									
1°00'									
.									
.									
.									
.									
.									
41°00'	.7156	.6561	1.524	.8693	1.150	1.325	.7547	.8552	49°00'
* 10'	.7185	$\boxed{.6583}$	1.519	.8744	1.144	1.328	.7528	.8523	50'
20'									40'
30'									30'
40'									20'
50'									10'
42°00'									48°00'

De donde sen de 41°10' = 0.6583 y cos de 41°10' = 0.7528.

b) Si el ángulo es mayor de 45°, se localiza el ángulo en la columna derecha. Luego que se localiza el ángulo, se recorre la línea (de derecha a izquierda) hasta la columna en cuya parte inferior aparezca la función deseada. Ahí, donde se intersectan ambas líneas, encontrará el valor numérico de la función.

Ejemplo 2.

Encontrar el valor de tan 72°30'.

Solución:

Busquemos en la columna derecha (grados) el ángulo dado (72°30'). Luego, buscamos la función tangente en la parte inferior y donde se crucen estas dos líneas, ahí encontramos el valor de tan 72°30' que es 3.172.

Es importante observar que los ángulos, cuando son mayores de 45°, están ordenados crecientemente de abajo hacia arriba, por lo que se debe tener cuidado al localizar los minutos, que se deben leer en la parte superior de la columna de los grados dados y no hacia abajo. Observe que en el ejemplo 2 se hizo esto, es decir, una vez que se localizaron los grados (72) se buscó luego la cantidad de minutos arriba de 72° que en este caso fueron 30'.

Frecuentemente ocurre que en lugar de tener que determinar la tangente de un ángulo dado, sea necesario obtener el ángulo al cual corresponde una función dada.

Cuando el valor decimal dado aparece exactamente en una de las columnas de la función dada, sólo necesitamos leer la intersección de las columnas adecuadas, el ángulo a que corresponde.

Ejemplo 3.

Si tan A = 3.412, determinar A.

Solución:

Puesto que tan A = 3.412, buscamos en las tablas, en la columna que tiene "tan", en la parte inferior. Entonces leemos a la derecha que A = 73°40'.

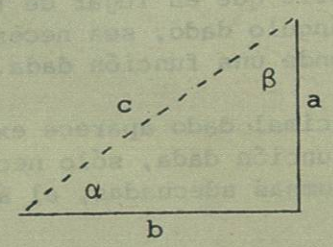
Para un mejor manejo de las tablas hay que ver cómo varían los valores de las funciones trigonométricas con respecto al ángulo. Así podemos observar que, mientras el ángulo crece, el valor numérico de: a) el seno crece, b) el coseno decrece, c) la tangente crece, d) la cotangente decrece, e) la secante crece y f) la cosecante decrece.

Como ya se vió antes, la trigonometría era una herramienta muy útil y se usaba para calcular cantidades no mensurables directamente. En esta sección veremos algunas de las tantas aplicaciones que tienen las funciones. Te recomendamos veas y analices los ejemplos que a continuación se exponen para que luego resuelvas tu autoevaluación.

3-3 APLICACIÓN DE LAS TABLAS TRIGONOMÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS.

1.- Conociendo el valor de los dos catetos.

Si conocemos los dos catetos y por supuesto, el ángulo rectángulo, tenemos:



Podemos calcular el valor de la hipotenusa por medio del Teorema de Pitágoras.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Los valores α y β también se pueden calcular.

$$\tan \alpha = \frac{LO}{LA} \quad y \quad \tan \beta = \frac{LO}{LA}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \qquad \tan \beta = \frac{b}{a}$$

luego, buscando en las tablas trigonométricas, concluimos:

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{a}{b} \quad y \quad \beta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

Ejemplo 4.

De un triángulo rectángulo tenemos que sus lados miden 30 m y 40 m. Calcular el valor de la hipotenusa y de los ángulos que forman la hipotenusa con cada uno de los catetos.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{(30\ m)^2 + (40\ m)^2}$$

$$c = \sqrt{900\ m^2 + 1600\ m^2}$$

$$c = \sqrt{2500\ m^2}$$

$$c = 50\ m$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{30\ m}{40\ m}$$

$$\alpha = \tan^{-1} 0.75$$

en tablas $\alpha = 36°50'$

$$\beta = 90° - 36°50'$$

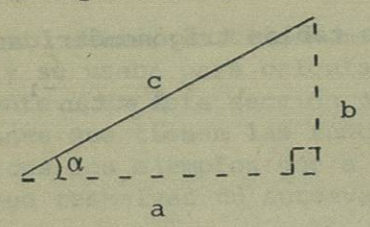
$= 53°10'$

ó $\beta = \tan^{-1} \frac{40}{30}$

$= \tan^{-1} 1.333$

en tablas $= 53°10'$

2.- Conociendo la hipotenusa y uno de los ángulos.



Podemos calcular el cateto opuesto al ángulo por la función seno.

$$\text{Sen } \alpha = LO/H$$

$$\text{Sen } \alpha = b/c$$

despejando $b = c \text{ Sen } \alpha$

También el cateto adyacente al ángulo dado, por la función coseno.

$$\text{Cos } \alpha = LA/H$$

$$\text{Cos } \alpha = a/c$$

despejando $a = c \cos \alpha$

y el ángulo faltante:

$$\beta = 90° - \alpha$$

Ejemplo 2.

Una escalera de 4 m de largo se apoya contra un muro formano un ángulo de 80° con el suelo. ¿A qué altura del muro está apoyada la escalera? ¿A qué distancia de la pared descansa el pie de la escalera?

Solución:

Considerando que este cuerpo forma un triángulo rectángulo con la pared, tenemos los siguientes datos: $c = 4$ m, $\alpha = 80°$, $b = ?$, $a = ?$

$$b = c \text{ sen } \alpha$$

$$b = 4 \text{ m} \times \text{sen } 80°$$

$$b = 4 \text{ m} \times 0.9848 \quad \text{(de tablas)}$$

$$b = 39.392$$

$$a = c \cos \alpha$$

$$a = 4 \text{ m} \times \cos 80°$$

$$a = 4 \text{ m} \times 0.1736 \quad \text{(de tablas)}$$

$$a = .6944 \text{ m}$$

$$\beta = 90° - 80°$$

$$= 10°$$

AUTOEVALUACIÓN.

A.- ENCUENTRE LOS VALORES NUMÉRICOS DE LAS FUNCIONES SIGUIENTES.

1.- Sen 30°
2.- Cos 60°
3.- Tan 30°30'
4.- Sen 45°
5.- Cos 30°
6.- Tan 45°
7.- Sen 33°20'
8.- Cos 42°40'
9.- Tan 35.50'
10.- Sen 24°30'
11.- Cos 10° 10'
12.- Tan 21°
13.- Sen 25° 10'
14.- Cos 74°
15.- Tan 84°20'
16.- Sen 57°
17.- Cos 80°20'
18.- Tan 67°40'
19.- Sen 59°50'
20.- Cos 73°

B.- ENCONTRAR EL VALOR DEL ÁNGULO EN LOS SIGUIENTES PROBLEMAS:

1.- Sen α = 0.1478
2.- Tan β = 0.4522
3.- Cos α = 0.7880
4.- Sen α = 0.8339
5.- Cos β = 0.49
6.- Tan β = 1.7547
7.- Sen α = 0.4566
8.- Cos α = 0.7934
9.- Tan α = 1.235
10.- Sen α = 0.445
11.- Cos β = 0.8572
12.- Sen β = 0.2616
13.- Tan β = 0.2493
14.- Cos α = 0.3934
15.- Sen α = 0.4094
16.- Tan β = 4.773
17.- Sen α = 0.500
18.- Cos α = 0.500
19.- Tan β = 1.000
20.- Cos α = 0.866

C.- APLICAR LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS PARA RESOLVER LOS SIGUIENTES PROBLEMAS.

1.- Se quiere saber cuánto mide la altura de una casa donde una escalera de 4 m llegue a la parte superior y el ángulo que forma con el suelo es de 60°.

2.- Hallar los lados de un rectángulo si una de sus diagonales mide 24 cm y forma con uno de los lados un ángulo de 42°.

3.- Un aeroplano recorre en el aire 15,000 m siguiendo un ángulo de ascenso constante alcanzando una altura de 1,900 m. Calcular el ángulo de elevación.

4.- Un faro, construido al nivel del mar, tiene 180 m de altura. Vista desde su cima, una barca tiene un ángulo de depresión de 24°. Hallar la distancia que hay entre la barca y el pie del faro.

INTRODUCCIÓN A LOS VECTORES.

Existen algunas mediciones en las cuales es fácil manejarlas en sus operaciones aritméticas, tales como la masa, la longitud, la temperatura, pero en otras no es posible hacerlo en forma tan sencilla. Pero al terminar esta unidad serás capaz de:

OBJETIVOS.

1.- Definir cada uno de los términos, conceptos y principios establecidos en el capítulo IV de este libro.

2.- Distinguir entre cantidad escalar y cantidad vectorial.

3.- Aplicar el método gráfico del triángulo, para calcular la resultante y la dirección de la resultante en la suma y resta de un par de vectores.

4.- Aplicar el método gráfico del paralelogramo para calcular magnitud y dirección de la resultante en la suma y resta de un par de vectores.

5.- Calcular la resultante de los vectores y su dirección en el caso particular en que formen un ángulo recto entre - si.

6.- Aplicar el método gráfico del polígono, calculando la resultante y su dirección en la suma de 3 o más vectores.

PROCEDIMIENTO.

1.- Realiza una lectura general del capítulo para enterarte del tema.

2.- Una segunda lectura para que subrayes lo más importante.

3.- Escribe un resumen del capítulo.

4.- Analiza despacio los ejemplos resueltos.

5.- Tomando como base los ejemplos dados, resuelve los problemas de la autoevaluación llegando a los resultados establecidos.

6.- Para esta unidad debes de trabajar con regla graduada, transportador, juego de escuadras y papel cuadriculado.

7.- Haz un poster con las indicaciones para resolver vectores con los métodos del triángulo, rectángulo y polígono.

PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a presentar esta unidad, deberás entregar resueltos, en hojas tamaño carta, los problemas del capítulo IV, completamente resuelto.

CAPÍTULO IV.

INTRODUCCIÓN A LOS VECTORES.

En los cursos de física pasados, se había tomado tanto la velocidad, aceleración, fuerza, etc. como tales, o sea que lo único que nos interesaba era su magnitud (su valor). Este capítulo está relacionado en la vida diaria, con muchos fenómenos que a veces pueden ser explicados fácilmente y otros muy complejos de entenderlos. Empezaremos nuestro curso con una breve explicación de la diferencia que existe entre una cantidad escalar y una cantidad vectorial.

4-1 CANTIDAD ESCALAR.

En el capítulo uno del libro de Física I, definimos lo que era rapidez, aunque numéricamente sea igual a la velocidad, la magnitud de la velocidad será sólo una *cantidad escalar*. Otros ejemplos de lo que es una cantidad escalar son: la masa, una cantidad de cosas, el tiempo, etc. Si analizamos estas cantidades escalares, nos damos cuenta de que únicamente tienen magnitud, o sea, ¿cuánto miden?, ¿cuánto pesan?, ¿qué tanto tiempo?, etc. De allí que la cantidad escalar está definida como una cantidad que sólo tiene magnitud.

4-2 CANTIDAD VECTORIAL.

A diferencia de la cantidad escalar, la cantidad vectorial tiene además de la magnitud, dirección y sentido.

Por ejemplo: a) en desplazamiento: un avión vuela 600 Km hacia una ciudad que está hacia el norte. b) Velocidad: un automóvil viaja a 70 Km/hr hacia el sur. c) Fuerza: una

1020115153