3.- Escribe en tu libreta un resumen del capítulo.

4.- Analiza despacio los ejemplos resueltos.

5.- Resuelve problemas de la autoevaluación, siguiendo el procedimiento de los ejemplos resueltos, tratando de llegar a las respuestas dadas al final del problema.

PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a presentar esta unidad deberás entregar, en hojas tamaño carta, los problemas de caída libre y tiro vertical del capítulo VII.

CAPÍTULO VII.

C A Í D A L I B R E.

En el ataque de Galileo contra la cosmología aristotélica casi no hay detalles que sean nuevos. Sin embargo, su enfoque y sus descubrimientos en conjunto constituyeron la primera presentación efectiva de la ciencia del movimiento. Galileo estaba consciente de que al entender el movimiento de caída libre se tiene la clave para comprender todos los movimientos que observamos en los objetos de la naturaleza. El saber *cuál* era el fenómeno clave fue un toque de genio, pero en muchos aspectos Galileo trabajaba simplemente como lo hacen en general todos los científicos. Su enfoque del problema del movmiento nos ofrece un buen "caso de estudio" como introducción a las estrategias de investigación que todavía se usan en la ciencia.

7-1 CAÍDA LIBRE.

Los cuerpos en caída libre no son más que un caso particular del movimiento acelerado (velocidad variable), con característica de que la aceleración es la debida a la gravedad.

La aceleración de un cuerpo en caída libre (despreciando la resistencia del aire), es constante para cada lugar de la Tierra y varía relativamente poco de un punto a otro.

Su valor es:

$$g = 9.8 \text{ m/seg}^2$$

$$g = 980 \text{ cm/seg}^2$$

Para nuestros cálculos en este libro usaremos g= 10 m/seg^2 o 1000 cm/seg^2.

Antes de comenzar el ejemplo 5, mencionaremos que en caída libre se emplean las fórmulas del movimiento acelerado (las 4 fórmulas generales), con la única diferencia de que la aceleración en caída libre (g) es constante para todos los cuerpos, no importando el material de que está constituido y que para facilidad de nuestros cálculos emplearemos 10 m/seg^2 en el sistema M.K.S. y 1000 cm/seg^2 en el sistema c.g.s.

Si el cuerpo es soltado en caída libre, la velocidad inicial es igual a cero. $v_o = 0$

Ejemplo 5.

Se suelta una piedra desde 45 m de altura. Calcular: a) ¿con qué velocidad llegará al suelo? b) ¿cuánto tiempo empleará en llegar al suelo?

Solución:

Analicemos despacio este fenómeno. Lo haremos viendo qué sucede en cada segundo de tiempo en su caída.

1º ¿Qué sucedería en el primer segundo de vuelo de la piedra?

Existirá una distancia recorrida debido a la aceleración, la cual podemos calcular empleando la ecuación (IV).

$$d_1 = v_o t + \frac{1}{2} at^2$$

$$= 0 \times 1 \text{ seg} + \frac{1}{2}(10 \text{ m/seg}^2)(1 \text{ seg})^2$$

$$= 0 + 5 \text{ m}$$

$$= 5 \text{ m}$$

Por la fórmula (I) tenemos la velocidad final de este primer segundo.

$$v = v_o + at$$

$$= 0 + 10 \text{ m/seg}^2 \times 1 \text{ seg}$$

$$= 10 \text{ m/seg}$$

¿Qué sucedería en el siguiente segundo? Recorrerá una distancia en este tiempo. Para este lapso de tiempo (1 segundo) usaremos como velocidad inicial la velocidad final del paso anterior, $v_o = 10$ m/seg.

$$d_2 = v_o t + \frac{1}{2} at^2$$

$$= 10 \text{ m/seg} \times 1 \text{ seg} + \frac{1}{2}(10 \text{ m/seg}^2)(1 \text{ seg})^2$$

$$= 10 \text{ m} + 5 \text{ m}$$

$$= 15 \text{ m}$$

Y la velocidad al finalizar esta etapa es:

$$v = v_o + at$$

$$= 10 \text{ m/seg} + (10 \text{ m/seg}^2)(1 \text{ seg})$$

$$= 10 \text{ m/seg} + 10 \text{ m/seg}$$

$$= 20 \text{ m/seg}$$

Distancia total hasta aquí:

$$d_t = 5 \text{ m} + 15 \text{ m}$$

$$= 20 \text{ m}$$

3º ¿Qué sucedería en el tercer segundo? Existirá también una distancia recorrida en este tiempo y también para ello usaremos como velocidad inicial la velocidad final del paso anterior, $v_o = 20$ m/seg.

$$d_3 = v_o t + at^2$$

$$= 20 \text{ m/seg} \times 1 \text{ seg} + \frac{1}{2}(10 \text{ m/seg}^2)(1 \text{ seg})^2$$

$$= 20 \text{ m} + 5 \text{ m}$$

$$= 25 \text{ m}$$

Y la velocidad al finalizar esta etapa:

$$v = v_o + at$$

$$= 20 \text{ m/seg} + (10 \text{ m/seg})(15 \text{ seg})$$

$$= 30 \text{ m/seg}$$

La distancia total recorrida hasta esta etapa es la suma de las distancias en los tres lapsos de tiempo.

$$d = d_1 + d_2 + d_3$$

$$= 5 \text{ m} + 15 \text{ m} + 25 \text{ m}$$

$$= 45 \text{ m}$$

Por deducción obtendremos que recorrió 45 m en 3 segundos y que la velocidad final (choque) es de 30 m/seg.

Estos pasos anteriores son para que observes el comportamiento en caída libre, ya que todos los cuerpos en caída libre realizan lo mismo.

Ahora veamos la facilidad con que se calculan estas dos incógnitas, tomando como base las cuatro fórmulas generales del movimiento acelerado.

a) Para calcular la velocidad final, sólo podemos usar la ecuación (III). En las ecuaciones (I) y (II) no tenemos los datos convenientes para calcular la velocidad final y

la ecuación (IV) no tiene la incógnita v (velocidad final).

$$v^2 = v_o^2 + 2ad$$

$$v^2 = 0 + 2(10 \text{ m/seg}^2)(45 \text{ m})$$

$$v^2 = 0 + 900 \text{ m}^2/\text{seg}^2$$

$$v^2 = 900 \text{ m/seg}^2$$

$$= \sqrt{900 \text{ m}^2/\text{seg}^2}$$

$$= 30 \text{ m/seg}$$

b) Para calcular el tiempo conociendo la velocidad final, sólo la ecuación (III) no podemos usar, ya que no tiene la incógnita (t). Pero la ecuación (II) es la más sencilla.

$$v = v_o + at$$

$$t = \frac{v - v_o}{a} \quad \text{despejando}$$

$$t = \frac{30 \text{ m/seg} - 0}{10 \text{ m/seg}^2}$$

$$= \frac{30 \text{ m/seg}}{10 \text{ m/seg}^2}$$

$$= 3 \text{ seg}$$

Ejemplo 6.

Un objeto se suelta en caída libre y tarda 6 seg en tocar el suelo. Calcular: a) ¿desde qué altura se soltó? y b) ¿con qué velocidad llega al suelo?

Primeramente tenemos que identificar los datos del problema.

Datos:

Como es caída libre, la velocidad inicial es igual a cero y la aceleración es la de la gravedad, por lo tanto: $v_o = 0$, $t = 6$ seg, $a = 10$ m/seg y las incógnitas: $d = ?$ y $v = ?$

Solución:

a) Para calcular la altura, sólo podemos emplear la ecuación (IV), en la (I) no aparece la incógnita y en la (II) y (III) tendremos dos incógnitas.

$$d = v_o + \frac{1}{2} at^2$$

$$= 0 \times 6 \text{ seg} + \frac{1}{2} (10 \text{ m/seg}^2)(6 \text{ seg})^2$$

$$= 0 + 180 \text{ m}$$

$$= 180 \text{ m}$$

b) Para la velocidad final, tenemos la ecuación (I):

$$v = v_o + at$$

$$= 0 + (10 \text{ m/seg}^2)(16 \text{ seg})$$

$$= 60 \text{ m/seg}$$

7-2 TIRO VERTICAL.

Cuando un cuerpo se provecta en línea recta hacia arriba, su velocidad disminuirá con rapidez hasta llegar a algún punto en el cual esté, momentáneamente, en reposo y luego caerá de vuelta hacia la tierra, adquiriendo de nuevo al llegar al suelo la misma velocidad que tenía al ser lanzado. La esperimentación ha demostrado que el tiempo empleado en elevarse al punto más alto de una trayectoria, es igual al tiempo transcurrido en la caída desde allí al suelo. Esto implica que los movimientos hacia arriba son, precisamente iguales a los movimientos de abajo, pero invertidos y que el tiempo y la rapidez para cualquier punto a lo largo de la trayectoria están dados por las ecuaciones generales del movimiento acelerado.

Para tratar el movimiento matemáticamente, es conveniente usar las ecuaciones generales del movimiento acelerado tomando el punto de lanzamiento como el *origen*, y adaptando el siguiente convenio para los signos en el tiro vertical:

1.- Las distancias por encima del origen son negativas.

2.- Las distancias abajo del origen son negativas.

3.- Las velocidades hacia arriba son positivas.

4.- Las velocidades hacia abajo son negativas.

5.- La aceleración hacia abajo (gravedad) es negativa.

Ya sea que el cuerpo se mueva hacia arriba o hacia abajo, la aceleración g, es siempre hacia abajo. Usando el convenio anterior sobre los signos, el valor de la gravedad es:

$$g = -9.8 \text{ m/seg}^2$$

o

$$g = -32 \text{ pies/seg}^2$$

Para nuestros ejemplos usaremos, $g = -10$ m/seg^2.

Ejemplo 7.

Se arroja una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 35 m/seg. Calcular: a) la altura máxima alcanzada, b) la velocidad con que llega al punto de partida, c) el tiempo total de vuelo hasta regresar al punto de partida, d) si tuviera libertad de seguir más abajo del nivel de lanzamiento y recorriera 22.5 m, ¿con qué velocidad llegaría?

Solución:

a) Altura máxima alcanzada. Utilizando los datos del período de subida, podemos calcular la altura máxima.

Datos: $v_o = 35$ m/seg, $a = -10$ m/seg^2 y $v=0$. (El ascenso es hasta que el cuerpo se detenga y en esa parte la velocidad final es cero).

Para este caso usamos la ecuación (III):

$$v^2 = v_o^2 + 2ad$$

$$d = \frac{v^2 - v_o^2}{2a} \qquad \text{despejando}$$

$$d = \frac{(0 \text{ m/seg})^2 - (35 \text{ m/seg})^2}{2 \times (-10 \text{ m/seg}^2)}$$

$$d = 61.25 \text{ m}$$

b) La velocidad con que llega al punto de partida.

Datos: $v_o = 35$ m/seg, $a = -10$ m/seg^2, $d = 0$ m.

Por la ecuación (III), tenemos:

$$v^2 = v_o^2 + 2ad$$

$$v^2 = (35 \text{ m/seg})^2 + 2 \times (-10 \text{ m/seg}^2)(\times (0\text{m})$$

$$v = (35 \text{ m/seg})^2 + 0$$

$$v = \sqrt{(35 \text{ m/seg})^2}$$

$$v = \pm 35 \text{ m/seg}$$

Por el convenio de los signos en el tiro vertical, tenemos que en la caída la velocidad va hacia abajo, entonces tomamos:

$$v = -35 \text{ m/seg}$$

c) El tiempo total de vuelo hasta llegar al punto de partida.

Datos: 35 m/seg, $v = -35$ m/seg, $a = -10$ m/seg^2.

Por la ecuación (I), tenemos:

$$v = v_o + at$$

$$t = \frac{v - v_o}{a} \qquad \text{despejando}$$

$$= \frac{-35 \text{ m/seg} - 35 \text{ m/seg}}{-10 \text{ m/seg}^2}$$

$$= \frac{-70 \text{ m/seg}}{-10 \text{ m/seg}^2}$$

$$= 7 \text{ seg}$$