



# FISICA III

3er. Semestre

**Preparatoria**  
**Núm. 15**



F

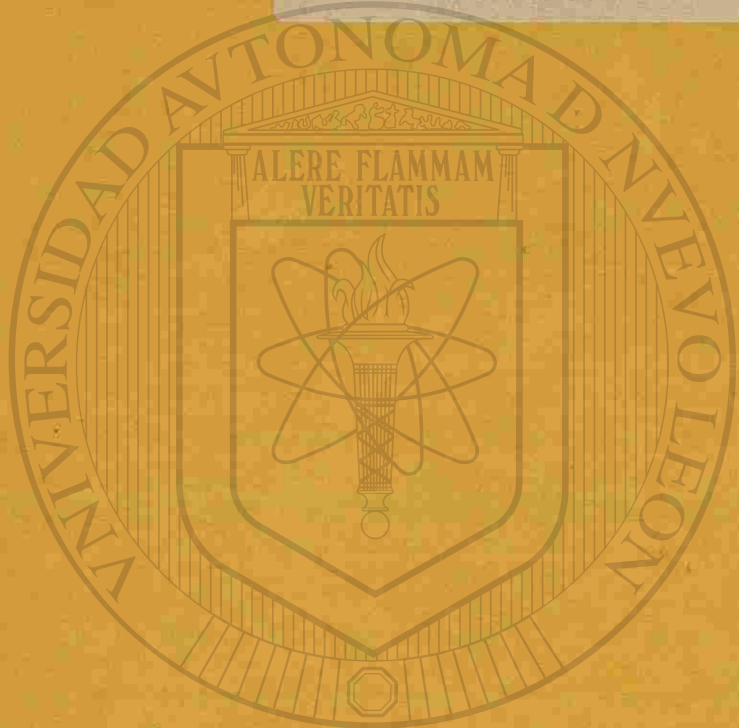
GB 129021

I

3er. Semester



1020115156



BIBLIOTECA CENTRAL  
Sección Libro Alquilado

LIBRO N.º 3262

FECHA Noviembre 25 de 1985

UANI

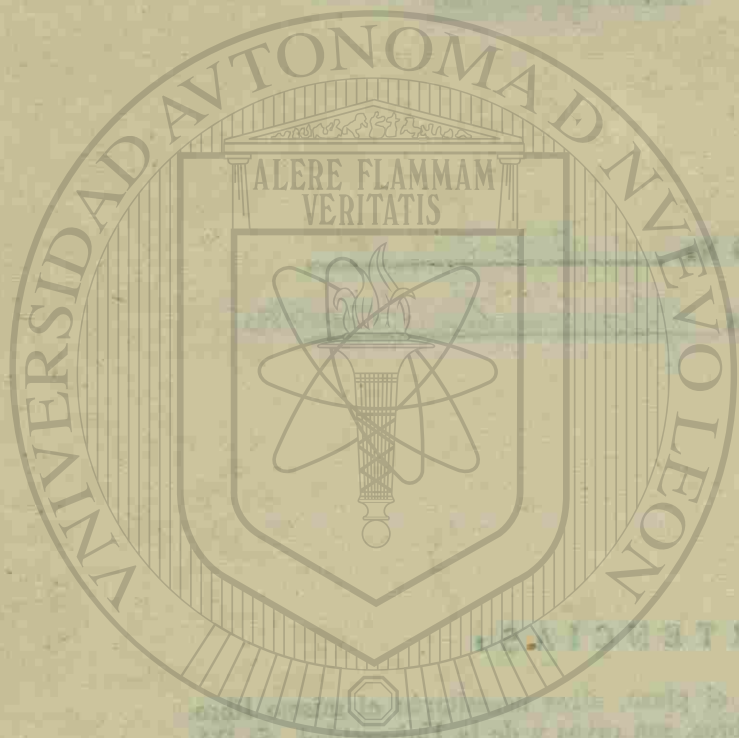
**ADVERTENCIAS:**

Cumple con el plazo, otros necesitarán el mismo libro.  
Cuida los libros, son tuyos y de la Universidad. Si DA-  
ÑAS UN LIBRO tienes que sustituirlo.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

*Joco*  
3262



F Í S I C A III.

# U A N L

Ing. José Luis Gutiérrez Alvarado.  
Ing. Juan Francisco Salazar Rodríguez.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Feb-4-05  
EH

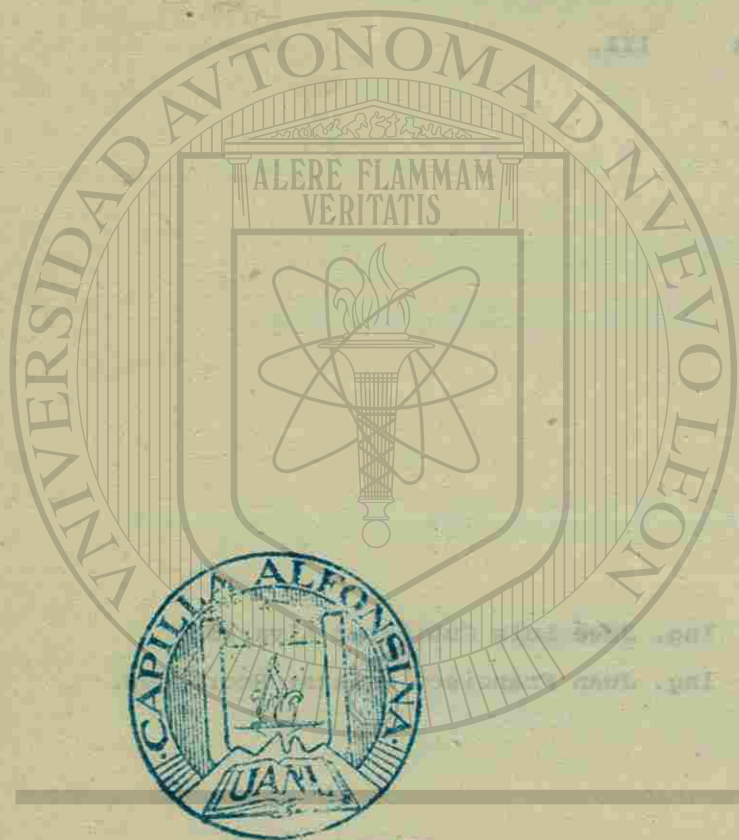
3263



981817

QC21

.2  
G8



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FONDO UNIVERSITARIO

131847

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

I N D I C E.

	PÁG.
INTRODUCCIÓN.	1
CAP.	
I FRICCIÓN Y PLANO INCLINADO.	
1-1 Introducción.	5
1-2 Fuerza de rozamiento.	6
1-3 Coeficiente de fricción.	11
1-4 El plano inclinado.	13
1-5 Problemas para analizar.	15
Autoevaluación.	27
II TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA.	
2-1 Introducción.	29
2-2 Trabajo.	29
2-3 Energía cinética.	35
2-4 Energía potencial.	38
2-5 Potencia.	41
Autoevaluación.	43
III CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA Y DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO.	
3-1 Conservación de la energía.	48
3-2 Conservación del momentum.	57
Autoevaluación.	60

CAP.		PÁG.
IV	ESTADOS DE LA MATERIA.	
4-1	La materia.-----	63
4-2	Estados de la materia.-----	64
4-3	Punto de fusión o solidificación.-----	66
4-4	Punto de ebullición.-----	68
4-5	Gráfica temperatura-tiempo.-----	68
4-6	Densidad.-----	71
4-7	Otras aplicaciones prácticas de la densi- dad.-----	77
4-8	Peso específico relativo.-----	78
4-9	¿Será la densidad de una sustancia siem- pre la misma?-----	79
4-10	Dilatación térmica.-----	79
4-11	Elasticidad.-----	84
4-12	Límite elástico.-----	84
4-13	Ley de Hooke.-----	86
4-14	Esfuerzo y deformación por tensión.-----	90
4-15	Módulo.-----	91
4-16	Módulo de Young.-----	92
	Autoevaluación.-----	95

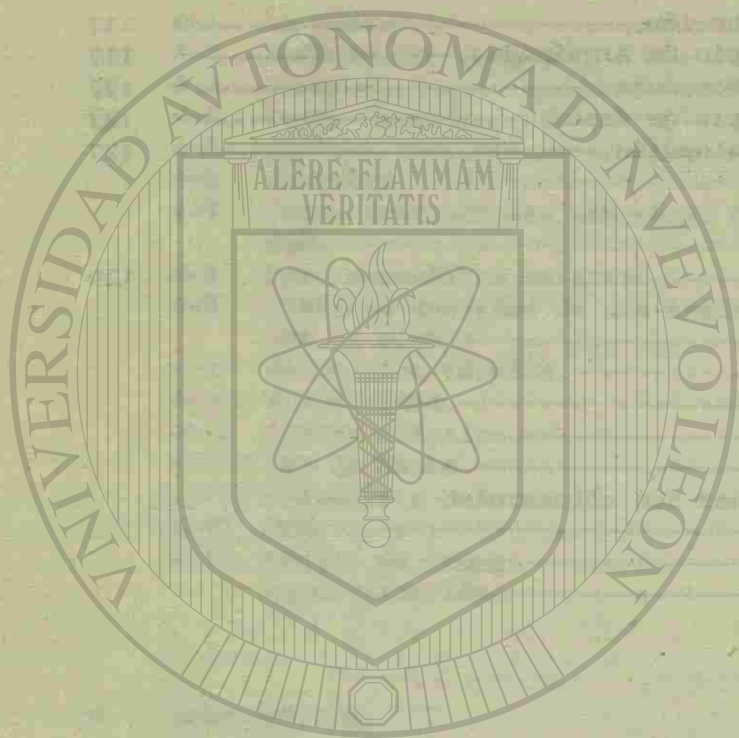
CAP.		PÁG.
V	HIDROSTÁTICA.	
5-1	Introducción.-----	101
5-2	Estática de los fluidos.-----	101
5-3	Presión.-----	102
5-4	Ecuación fundamental de la hidrostática.-----	105
5-5	Unidades de presión.-----	108
5-6	Instrumentos con que se mide la presión.-----	110
	Autoevaluación.-----	115

CAP.		PÁG.
VI	PRINCIPIOS DE PASCAL Y ARQUÍMEDES.	
6-1	Introducción.-----	117
6-2	Principio de Arquímedes.-----	117
6-3	Desplazamiento.-----	122
6-4	Principio de Pascal.-----	123
	Autoevaluación.-----	127

CAP.		PÁG.
	BIBLIOGRAFÍA.	129

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



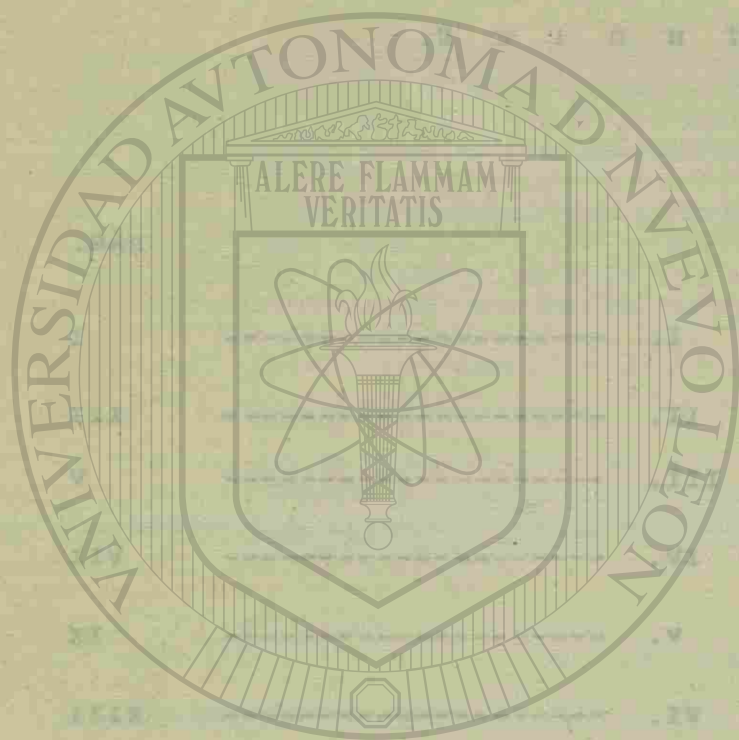


Í N D I C E.

	PÁG.
UNIDAD I. -----	I
UNIDAD II. -----	III
UNIDAD III. -----	V
UNIDAD IV. -----	VII
UNIDAD V. -----	IX
UNIDAD VI. -----	XIII
UNIDAD VII. -----	XV

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## INTRODUCCIÓN.

Hace aproximadamente veinte años, la regla de cálculo y el calculador de escritorio eran las principales herramientas disponibles para cualquiera que deseara operaciones matemáticas muy complejas. Hoy en día es común el uso del computador digital para este fin. La serie de desarrollos tecnológicos que produjeron este cambio, los cuales ya figuran entre las hazañas en la historia del progreso, proporcionaron al hombre una herramienta sin precedentes para cambiar su medio ambiente.

Claro que con este texto no vas a adquirir el conocimiento del manejo, su forma de operación, ni mucho menos la estructura interna de una computadora, pero al pertenecer a una serie de desarrollos tecnológicos tiene una muy seria relación con la Física.

La Física, al ser la ciencia que estudia los fenómenos naturales con sus principios elementales, tuvo que conducir a un estudio más profundo y de ahí al diseño de la computadora.

Ahora bien, el objetivo de este curso es considerar la Física a un nivel elemental para la comprensión del alumno que más tarde se dedicará al estudio más profundo de esta materia en su carrera profesional; para el estudiante que hará menos uso de la misma en su carrera y aún para aquel estudiante que sólo le servirá para entender básicamente los fenómenos de la vida diaria.

Los autores consideramos además, que presentar muchos ejemplos para mostrar los puntos destacados del programa, es la clave de un buen texto de Física, pero los ejemplos por resolver conducirán a una mayor comprensión.



Las partes que integran un curso completo de Física son:

MECÁNICA  
PROPIEDADES DE LA MATERIA  
CALOR  
MOVIMIENTO ONDULATORIO  
LUZ  
ELECTRICIDAD  
MAGNETISMO  
MECÁNICA CUÁNTICA  
FÍSICA ATÓMICA  
FÍSICA NUCLEAR

Sin embargo, es conveniente reconocer que el mayor énfasis ha sido puesto no tanto en los temas que deben ser tratados durante el curso, como en la índole misma de la enseñanza que debe ser esencialmente formativa y no informativa. Es decir, se intenta preparar personas capaces de enfrentarse a los nuevos problemas por venir, en lugar de individuos atiborrados de conocimientos tradicionales, pero carentes de criterio y sin hábito de razonar. En los temas se dan ejemplos de la vida real, para que posteriormente induzcas tu capacidad de razonamiento.

La Física requiere métodos de estudio enteramente diferentes a los requeridos en otras materias tales como la Historia. En Física se aprende a aplicar la Física. Tienes que proveerte de métodos para resolver problemas, y tales métodos sólo se aprenden tras una práctica dura y constante.

El alumno que generalmente "sale mal" en un examen de Física, generalmente pertenece a uno de estos dos tipos:

El que trata de aprender en un día, o en una hora o dos antes del examen, todos los problemas y conceptos asignados para el examen.

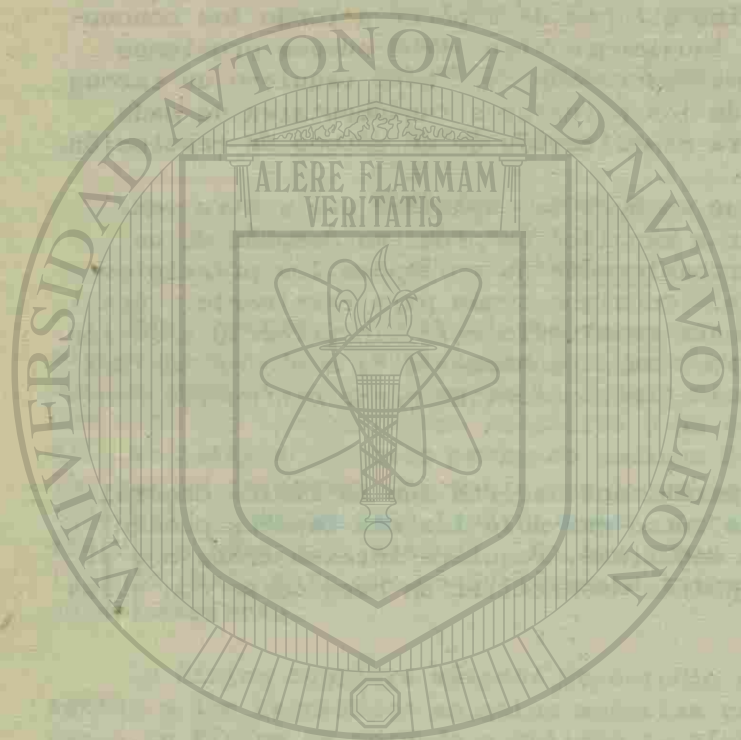
Y el que no se da cuenta de que no sabe nada hasta que llega el examen. Ha estudiado con sus amigos y ellos le han ayudado en los problemas difíciles. De hecho, puede que haya comprendido cómo resolver estos problemas después de ser ayu-

dado. Pero esto no es suficiente, tus amigos no pueden ayudarte en el momento del examen con los nuevos problemas que ahí aparecen. No sólo debes saber cómo se resuelven los problemas asignados, sino que has de conocer a fondo los conceptos, para entender igualmente bien otros nuevos problemas que contengan esos mismos conceptos. Esto requiere un razonamiento inteligente de los principios fundamentales de cada problema y no la mera memorización de un método de resolución.

Te sugerimos que ensayes tu capacidad una y otra vez. Si no puedes empezar a resolver un problema después de un tiempo razonable, probablemente no entiendas los principios sobre lo que se basa. Consigue ayuda para resolverlo. Descansa un poco e intenta resolverlo solo sin mirar su solución. Luego prueba a resolver otro problema de tu elección que sea parecido. Ensáyate a tí mismo continuamente con nuevos problemas y preguntas.

Y finalmente, permítenos decirte que la Física General no es en realidad un curso que sólo los más capaces pueden esperar aprobar con seguridad, requiere intenso trabajo y si sólo memorizas, no podrás desarrollar un buen curso con altas calificaciones.





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

3er SEMESTRE.

FÍSICA.

UNIDAD I.

## FRICCIÓN.

La fuerza de fricción o de rozamiento es tan común en la vida diaria, aunque pocas veces nos damos cuenta de esto, de manera que en algunas ocasiones nos pueda ayudar, pero en otras nos perjudica, te darás cuenta de todo esto al cumplir con los siguientes:

### OBJETIVOS.

- 1.- Definir cada uno de los términos, conceptos y principios establecidos en el capítulo I de este libro.
- 2.- Explicar el término fricción y las causas que lo provocan.
- 3.- Determinar el valor de la normal en diferentes condiciones físicas de un cuerpo.
- 4.- Diferenciar entre coeficiente de fricción estático y cinético, y calcular sus valores.
- 5.- Reconocer la expresión matemática para el coeficiente de fricción por el deslizamiento uniforme.
- 6.- Identificar las unidades que maneja la fricción y el coeficiente de fricción.
- 7.- Resolver, a partir de datos apropiados, problemas relacionados con la fricción de objetos deslizándose a velocidad constante sobre una superficie plana.

PROCEDIMIENTO.

- 1.- Lee en forma general los puntos del capítulo I.
- 2.- Subraya lo más importante del material incluido para esta unidad.
- 3.- Realiza un resumen de lo subrayado y escríbelo en tu libreta de apuntes.
- 4.- Analiza los problemas del punto 1-5 relacionados con esta unidad.

PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a presentar esta unidad, deberás entregar completamente resueltos, los problemas del 1 al 6 de la autoevaluación del capítulo I.

3er. SEMESTRE.

FÍSICA.

UNIDAD II.

EL PLANO INCLINADO.

El plano inclinado es una de las máquinas simples más útiles en la vida diaria, como ya se estudió el semestre pasado. En esta unidad haremos el análisis del movimiento de objetos sobre el plano inclinado, para esto deberás cumplir con los siguientes:

OBJETIVOS.

- 1.- Calcular el valor del ángulo de deslizamiento uniforme para un plano inclinado.
- 2.- Resolver problemas del plano inclinado bajo las siguientes condiciones:
  - a) Con fricción.
  - b) Sin fricción.
  - c) Con velocidad constante.
  - d) Con movimiento uniformemente acelerado.

PROCEDIMIENTO.

- 1.- Lee en forma general el punto 1-4 del capítulo I.
- 2.- Subraya lo más importante.
- 3.- Extracta un resumen de lo subrayado.
- 4.- Analiza los problemas relacionados con el punto 1-4 del



PROCEDIMIENTO.

- 1.- Lee en forma general los puntos del capítulo I.
- 2.- Subraya lo más importante del material incluido para esta unidad.
- 3.- Realiza un resumen de lo subrayado y escríbelo en tu libreta de apuntes.
- 4.- Analiza los problemas del punto 1-5 relacionados con esta unidad.

PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a presentar esta unidad, deberás entregar completamente resueltos, los problemas del 1 al 6 de la autoevaluación del capítulo I.

3er. SEMESTRE.

FÍSICA.

UNIDAD II.

EL PLANO INCLINADO.

El plano inclinado es una de las máquinas simples más útiles en la vida diaria, como ya se estudió el semestre pasado. En esta unidad haremos el análisis del movimiento de objetos sobre el plano inclinado, para esto deberás cumplir con los siguientes:

OBJETIVOS.

- 1.- Calcular el valor del ángulo de deslizamiento uniforme para un plano inclinado.
- 2.- Resolver problemas del plano inclinado bajo las siguientes condiciones:
  - a) Con fricción.
  - b) Sin fricción.
  - c) Con velocidad constante.
  - d) Con movimiento uniformemente acelerado.

PROCEDIMIENTO.

- 1.- Lee en forma general el punto 1-4 del capítulo I.
- 2.- Subraya lo más importante.
- 3.- Extracta un resumen de lo subrayado.
- 4.- Analiza los problemas relacionados con el punto 1-4 del

PROCEDIMIENTO.

- 1.- Lee en forma general los puntos del capítulo I.
- 2.- Subraya lo más importante del material incluido para esta unidad.
- 3.- Realiza un resumen de lo subrayado y escríbelo en tu libreta de apuntes.
- 4.- Analiza los problemas del punto 1-5 relacionados con esta unidad.

PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a presentar esta unidad, deberás entregar completamente resueltos, los problemas del 1 al 6 de la autoevaluación del capítulo I.

3er. SEMESTRE.

FÍSICA.

UNIDAD II.

EL PLANO INCLINADO.

El plano inclinado es una de las máquinas simples más útiles en la vida diaria, como ya se estudió el semestre pasado. En esta unidad haremos el análisis del movimiento de objetos sobre el plano inclinado, para esto deberás cumplir con los siguientes:

OBJETIVOS.

- 1.- Calcular el valor del ángulo de deslizamiento uniforme para un plano inclinado.
- 2.- Resolver problemas del plano inclinado bajo las siguientes condiciones:
  - a) Con fricción.
  - b) Sin fricción.
  - c) Con velocidad constante.
  - d) Con movimiento uniformemente acelerado.

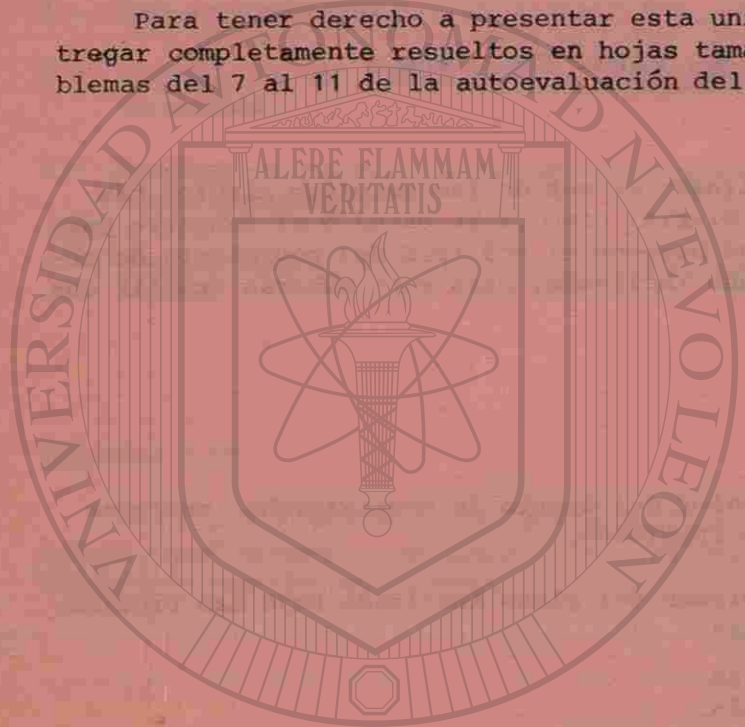
PROCEDIMIENTO.

- 1.- Lee en forma general el punto 1-4 del capítulo I. <sup>®</sup>
- 2.- Subraya lo más importante.
- 3.- Extracta un resumen de lo subrayado.
- 4.- Analiza los problemas relacionados con el punto 1-4 del



PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a presentar esta unidad, deberás entregar completamente resueltos en hojas tamaño carta, los problemas del 7 al 11 de la autoevaluación del capítulo I.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA

DIRECCIÓN GENERAL

CAPÍTULO I.

FRICCIÓN Y PLANO INCLINADO.

1-1 INTRODUCCIÓN.

Cuando se desliza un cuerpo sobre otro, o sobre un piso, existen fuerzas entre el cuerpo que se desliza y la superficie sobre la cual se produce ese deslizamiento. Estas reciben el nombre de fuerzas de fricción, o simplemente fricción, la cual se opone al movimiento de objetos que están en contacto entre sí.

La causa de la fricción no es sencilla. Algunos científicos creen que se debe principalmente al roce de las superficies desiguales de los objetos en contacto. A medida que las superficies se frotan, tienden a entrelazarse resistiéndose al desplazamiento de una sobre otra. Se ha demostrado que, en realidad, partículas diminutas se separan de una superficie y llegan a encajarse en la otra.

A partir de esta teoría de la fricción, podría pensarse que si se pulen cuidadosamente las dos superficies, la fricción deslizante que se produzca entre ellas habría de disminuir; sin embargo, se ha demostrado que hay un límite del grado de fricción que puede reducirse mediante el pulido de las superficies en contacto, pues cuando éstas quedan muy lisas, aumenta la fricción entre ellas. Por lo anterior se ha incluido otra teoría según la cual es posible que en algunos casos la fricción se deba a las mismas fuerzas que mantienen unidos a los átomos y moléculas de las superficies en contacto.



Los efectos de la fricción están muy presentes en la vida diaria, aunque muchas veces no nos demos cuenta de ello. Por ejemplo, no podríamos caminar si no existiera fricción entre las suelas de los zapatos y el piso. Además, para que un automóvil empiece a moverse es necesario que exista fricción entre las llantas y la carretera y, al aplicar los frenos del vehículo, se produce este mismo tipo de fuerzas por el rozamiento de las balatas y los tambores o discos de las ruedas; de manera que se reduce la rapidez de su giro, mientras que la fricción de las llantas con el piso es la que termina de detener el automóvil.

Las mismas fuerzas de fricción son las que permiten que nos mantengamos parados y evitan que los platos se deslicen fuera de la mesa si ésta no está bien nivelada. En todos los casos anteriores la fricción es deseable, pero en otras ocasiones ésta puede constituir una desventaja. Por ejemplo, cuando tratamos de mover un mueble pesado deslizando sobre el piso, es la fuerza de fricción (estática en este caso), la que se opone al movimiento; también se tratan de disminuir los efectos de la fricción (cinética) entre dos piezas en movimiento, cuando se utilizan lubricantes (por ejemplo, el aceite para motores o transmisiones de automóviles).

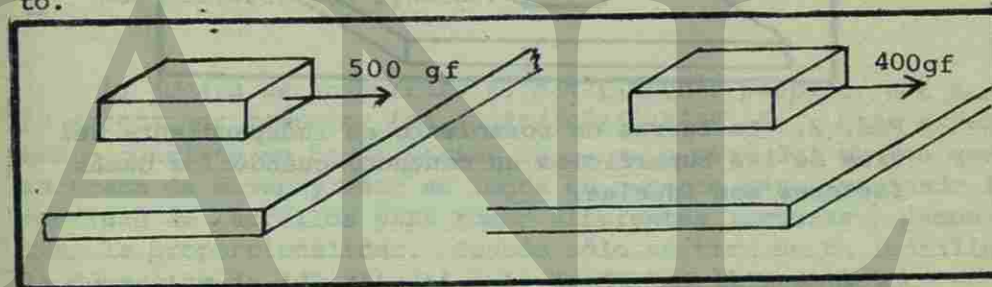
## 1-2 FUERZA DE ROZAMIENTO.

La fuerza de rozamiento o de fricción puede definirse como la fuerza que se opone al movimiento de una superficie sobre otra, debido a su atracción mutua, o a sus irregularidades o a ambas cosas.

La dirección de esta fuerza es la del movimiento, pero en sentido opuesto. Esto se puede comprobar cuando se empuja una caja pesada sobre un piso de madera o de cualquier otro material, y se puede sentir un esfuerzo necesario en nuestros brazos para mover hacia uno u otro lado la caja y vencer la fuerza de rozamiento que la mantiene en reposo (o estática).

Mediante algunos experimentos sencillos podemos demostrar ciertos factores de los que depende la fuerza de rozamiento.

La fuerza de rozamiento depende de la clase de movimiento de las superficies. En la fig. 1, un ladrillo está colocado sobre una mesa y se tira de él con un dinamómetro (aparato que muestra la cantidad de fuerza aplicada para poder mover el ladrillo a una velocidad constante, superando las fuerzas de rozamiento entre las superficies), la fuerza indicada en su lectura es igual en magnitud y dirección a la fuerza de rozamiento, pero de sentido contrario. Cuando la tensión del dinamómetro se lee en el instante preciso antes de que el ladrillo se ponga en movimiento y se mira de nuevo cuando avanza con velocidad uniforme, las observaciones demuestran que la fricción estática es mayor que la cinética (se lee 500 gf con el ladrillo inmóvil y 400 gf con el ladrillo en movimiento).



a) Ladrillo inmóvil.

b) Ladrillo en movimiento.

Fig. 1. La fuerza de rozamiento en reposo (estática) es mayor que la cinética o en movimiento.

La fuerza de rozamiento es independiente del área de las superficies en contacto. Si el ladrillo se desliza por su cara mayor, media o menor, la fuerza aplicada sigue siendo la misma. En la fig. 2 se muestra que para las 3 posiciones del ladrillo, la fuerza aplicada es siempre 400 gf.



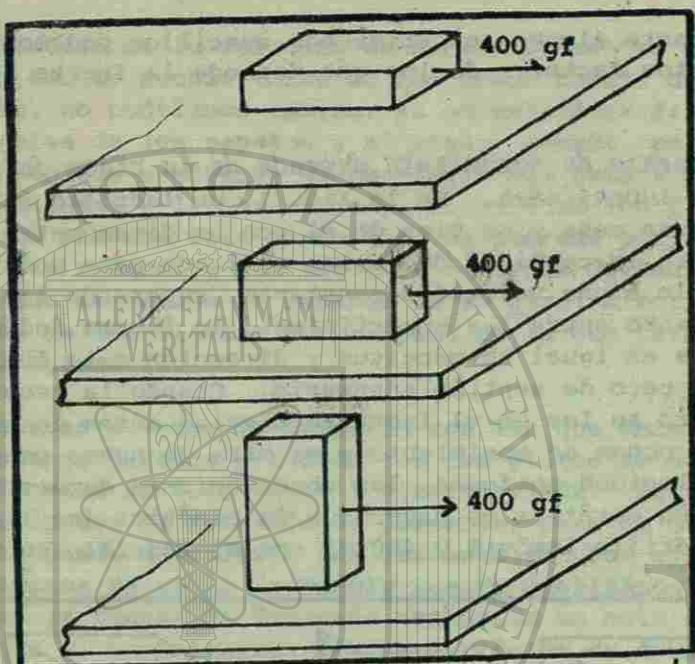


Fig. 2. La fuerza de rozamiento es independiente del área de las superficies en contacto cuando los demás factores son iguales.

La fuerza de rozamiento depende del material de las superficies enfrentadas. Si envolviéramos el ladrillo con un papel disminuiríamos la fuerza de rozamiento como se muestra en la fig. 3, donde se puede notar que con el ladrillo envuelto, la fuerza de rozamiento disminuye de 400 gf hasta 150 gf por el diferente material de la superficie en contacto con la mesa.

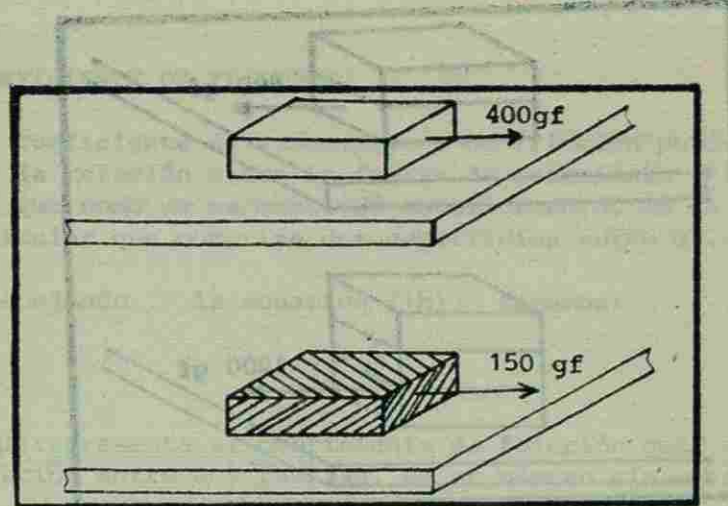


Fig. 3. La fuerza de rozamiento depende del material de las superficies enfrentadas, cuando los demás factores son iguales.

La fuerza de rozamiento es directamente proporcional a la fuerza que comprime las superficies entre sí. Este experimento consiste en hacer variar la carga o peso del objeto que se trata de mover y esto se logra en nuestro caso, variando la cantidad de ladrillos para tomar diferentes lecturas y demostrar la proporcionalidad. Cuando sólo se tira de un ladrillo, la fuerza es de 400 gf. Si un segundo ladrillo se coloca encima del primero, la fuerza llega a 800 gf, con otra carga de 3 ladrillos, la fuerza será de 1200 gf.

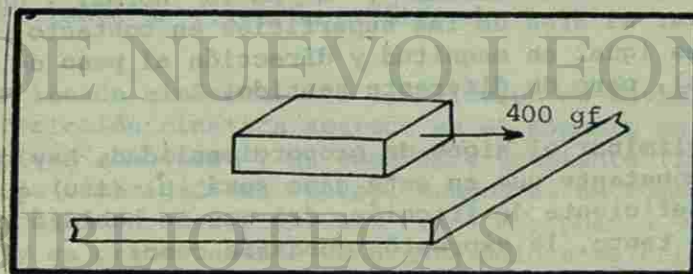


Fig. 4-a.



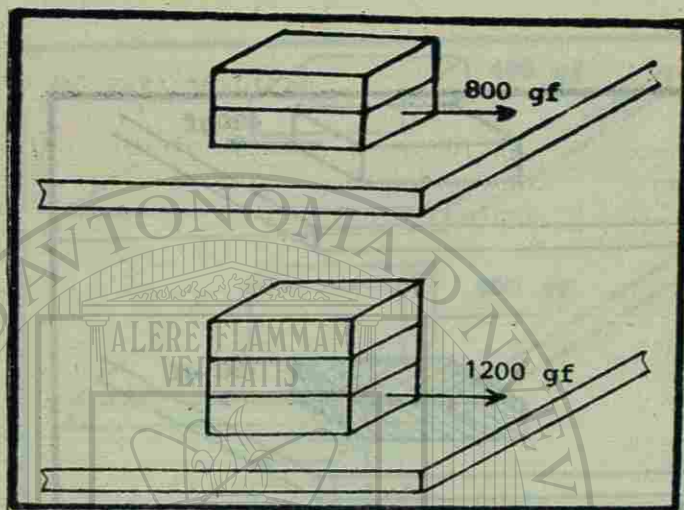


Fig. 4-b. La fuerza de rozamiento es directamente proporcional a la fuerza que comprime a las superficies entre sí.

Este último caso nos servirá para definir algunos conceptos importantes. Por ejemplo, la proporcionalidad es directa porque nos permite suponer que si colocamos 4 ladrillos, la fuerza será de 1600 gf, con 5 sería de 2000 gf, y así sucesivamente. Expresando en forma matemática lo anterior, tenemos:

$$f \propto N \quad (1a)$$

donde  $f$  es la fuerza de rozamiento o de fricción,  $\alpha$  (alfa) es un signo de proporcionalidad y  $N$  es la "normal", una fuerza perpendicular al área de las superficies en contacto, que en este caso es igual en magnitud y dirección al peso de el (los) ladrillo (s), pero de diferente sentido.

Para eliminar el signo de proporcionalidad, hay que introducir una constante que en este caso será  $\mu$  (miu) que representa el coeficiente de fricción, del que se hablará mas adelante. Por lo tanto, la expresión quedaría como:

$$f = \mu N \quad (1b)$$

### 1-3. COEFICIENTE DE FRICCIÓN.

El coeficiente de rozamiento o de fricción puede definirse como la relación entre la fuerza de rozamiento y la fuerza normal, que como ya se mencionó anteriormente, es la fuerza perpendicular que comprime dos superficies entre sí.

Despejando la ecuación (1b), tenemos:

$$\mu = \frac{f}{N} \quad (1c)$$

donde  $\mu$  representa al coeficiente de fricción que, por ser una relación entre dos fuerzas, es un número sin unidades.

Existen 2 tipos de coeficientes de fricción, así como también hay 2 tipos de fricción:

1.- Fricción estática. Es la que se presenta cuando el cuerpo está en reposo, si no hay tendencia al movimiento, no habrá fuerza de fricción, o bien, se puede decir que la fuerza de fricción estática ( $f_e$ ) es cero. Su valor aumentará si se empieza a aplicar una fuerza uniformemente hasta llegar a un valor máximo en el instante en que el cuerpo empezara a moverse. La ecuación que representa a la fricción estática es:

$$f_e = \mu_e N \quad (2a)$$

$$\text{donde } \mu_e = \frac{f_e}{N} \quad (2b)$$

es el coeficiente de fricción estático.

2.- Fricción cinética. Es la fricción en movimiento, la fuerza de fricción cinética aparece en el momento en que el cuerpo empieza a moverse, y se considera constante (independiente de la velocidad del cuerpo, aunque se ha comprobado que la fricción por deslizamiento crece muy poco a velocidades bajas y es prácticamente constante sólo a velocidades altas). Su expresión matemática es:

$$f_c = \mu_c N \quad (3a)$$



de donde  $\mu_c = f_c/N$  (3b)

es el coeficiente de fricción cinético.

Además, como ya se había mencionado que la fricción estática es mayor que la cinética,

$$f_e > f_c$$

podemos deducir que:

$$\mu_e > \mu_c$$

(El coeficiente de fricción estático es mayor que el cinético. La comprobación de esto queda como ejercicio para el alumno).

En la tabla 1-1 que se muestra a continuación, se proporcionan algunos valores de coeficientes de fricción para diferentes superficies en contacto.

TABLA 1-1. Valores medios de coeficientes de fricción (para superficies secas).

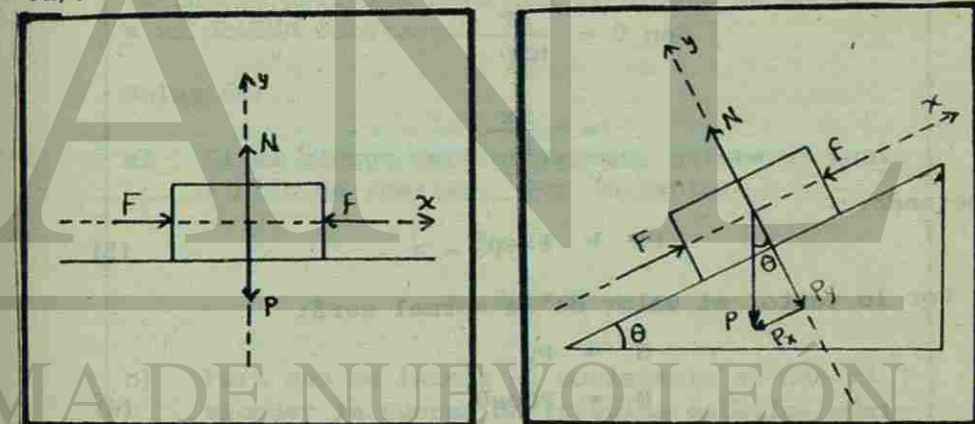
Material de las superficies.	$\mu$
Roble sobre roble.	0.25
Hule sobre concreto.	0.70
Metales sobre roble.	0.55
Pino sobre pino.	0.35
Acero sobre acero.	0.18
Superficies engrasadas.	0.05
Hierro sobre concreto.	0.30
Cuero sobre metales.	0.56
Hule sobre roble.	0.46
Acero sobre babbit.	0.14

NOTA:

Los valores dados son para superficies secas, porque el agua y otros líquidos pueden afectar al coeficiente de fricción.

#### 1-4 EL PLANO INCLINADO.

Como ya se consideró en nuestro curso anterior, el plano inclinado es una máquina simple que nos sirve para poder subir, a una altura determinada, un objeto pesado a lo largo de su pendiente con menos esfuerzo que si lo levantáramos directamente. En la fig. 5b se puede notar que el valor de la normal "N", ya no es igual al peso "P" del objeto, como lo era cuando éste se deslizaba por una superficie plana (fig. 5a).



a) Cuando el objeto se desliza por una superficie plana, el valor de la normal es igual a su peso ( $N=P$ ).

b) En un plano inclinado, el valor de la normal "N" es igual a la componente en "y" del peso del objeto ( $N=Py$ ).

Fig. 5. Valor de la normal en diferentes condiciones físicas de un cuerpo.



En el caso del plano inclinado, el ángulo  $\theta$  que forma éste con respecto a la horizontal, es igual al ángulo que el vector peso forma con el eje "y", trazado perpendicularmente a la longitud del plano. Esto nos forma un triángulo cuyos catetos son las componentes  $P_x$  y  $P_y$ , y la hipotenusa es el peso  $P$ , como se muestra a continuación:

Donde

$$\cos\theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} = \frac{P_y}{P}$$

Despejando:

$$P_y = P \cos\theta \quad (4)$$

Por la función seno:

$$\begin{aligned} \text{Sen } \theta &= \frac{\text{op}}{\text{hip}} \\ &= \frac{P_x}{P} \end{aligned}$$

despejando:

$$P_x = P \text{Sen } \theta \quad (5)$$

Por lo tanto, el valor de la normal será:

$$\begin{aligned} N &= P_y \\ N &= P \cos\theta \end{aligned} \quad (6)$$

NOTA:

Por la tercera ley de Newton o del movimiento, la normal se puede considerar como una fuerza de reacción, igual en magnitud y dirección, pero de diferente sentido al peso, o a su componente en un eje de referencia. Esto es, a la fuerza que comprime a las superficies entre sí.

## 1-5 PROBLEMAS PARA ANALIZAR.

Los siguientes problemas te servirán para comprender mejor los principios teóricos explicados anteriormente. Consulta cualquier duda con tu maestro o tus compañeros.

### Ejemplo 1.

Supongamos que se quiera mover un bloque de cierto material que pesa 40 Kgf. Los coeficientes de fricción entre él y la superficie son  $\mu_e = 0.60$  y  $\mu_c = 0.30$ . a) Si se aplica una fuerza de 20 Kgf y el bloque sigue sin moverse, ¿cuál será el valor de la fuerza de fricción estática? b) ¿Qué fuerza se deberá aplicar para que el bloque empiece a moverse? c) Ya con el bloque en movimiento, ¿qué valor deberá tener la fuerza aplicada para que el bloque se mueva a velocidad constante?

Solución:

- a) Si el bloque está en reposo, existe un equilibrio de fuerzas. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} F &= f_e \\ &= 20 \text{ Kgf} \end{aligned}$$

- b) Para que se inicie el movimiento se deberá exceder la fuerza de fricción estática máxima que será:

$$f_e = \mu_e N$$

y como la normal es igual al peso del bloque (éste se moverá en una superficie plana):

$$f_e = (0.60)(40 \text{ Kgf})$$



$$f_e = 24 \text{ Kgf} \quad (\text{valor máximo})$$

Por lo tanto, para mover el bloque se necesita aplicar una fuerza por lo menos un poco mayor que 24 Kgf.

- c) Para mover el bloque a velocidad constante, la fuerza aplicada deberá ser igual en magnitud a la fuerza de fricción cinética:

$$\begin{aligned} F &= f_c \\ &= \mu_c N \\ &= (0.30) (40 \text{ Kgf}) \\ &= 12 \text{ Kgf} \end{aligned}$$

NOTA:

En este ejemplo se comprueba que la fuerza de fricción estática es mayor que la cinética, o en otras palabras, que es necesario aplicar una fuerza mayor para vencer la inercia o estado de reposo del bloque, que para mantenerlo en movimiento a velocidad constante.

Ejemplo 2.

Se arrastra una caja a una velocidad constante sobre una superficie plana con una fuerza de 80 Kgf. Si el peso de la caja es de 20 Kgf, a) ¿cuál será el valor de la fuerza de fricción cinética? b) ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinético?

Solución:

- a) Para comprender mejor este problema, es conveniente dibujar cada una de las fuerzas que actúan sobre la caja. A esto le llamaremos diagrama de cuerpo libre (D.C.L.).

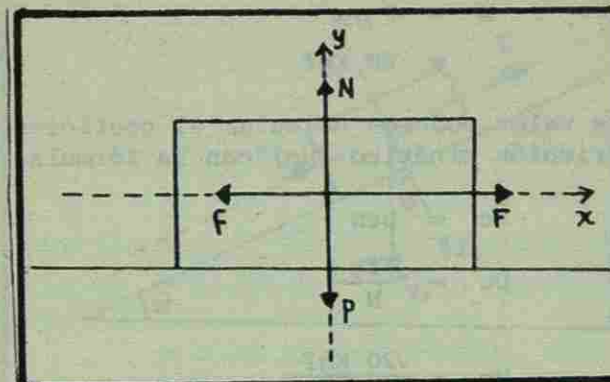


Fig. 6. Diagrama de cuerpo libre para un objeto que se desliza por una superficie plana.

En este caso, como la caja se mueve a velocidad constante, se considerará en equilibrio. Por lo tanto:  $\sum F_x = 0$ ,  $\sum F_y = 0$ .

En el eje "x":

$$\sum F_x = 0 \quad + (+)$$

$$F - f_c = 0$$

$$\begin{aligned} F &= f_c \\ &= 20 \text{ Kgf} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la fuerza de fricción cinética se considera igual a la fuerza aplicada (20 Kgf).

b) En el eje "y":

$$\sum F_y = 0 \quad \uparrow (+)$$

$$N - P = 0$$

$$N = P$$

$$= 80 \text{ Kgf}$$

Con este valor podemos calcular el coeficiente de fricción cinético ( $\mu_c$ ) con la fórmula:

$$f_c = \mu_c N$$

despejando:

$$\mu_c = \frac{f_c}{N}$$

$$\mu_c = \frac{20 \text{ Kgf}}{80 \text{ Kgf}}$$

por lo tanto:  $\mu_c = 0.25$

### Ejemplo 3.

Un bloque que pesa 100 Kgf es estirado a lo largo de un plano inclinado que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Calcular la fuerza necesaria para que el bloque se mueva a velocidad constante, a) considerando la fricción del bloque con la superficie del plano si el coeficiente de fricción cinético  $\mu_c$  es 0.5, b) sin considerar la fricción.

Solución:

a) Al igual que en el problema anterior, es conveniente dibujar una figura del cuerpo

en el plano inclinado y un diagrama de cuerpo libre mostrando todas las fuerzas que actúan sobre él.

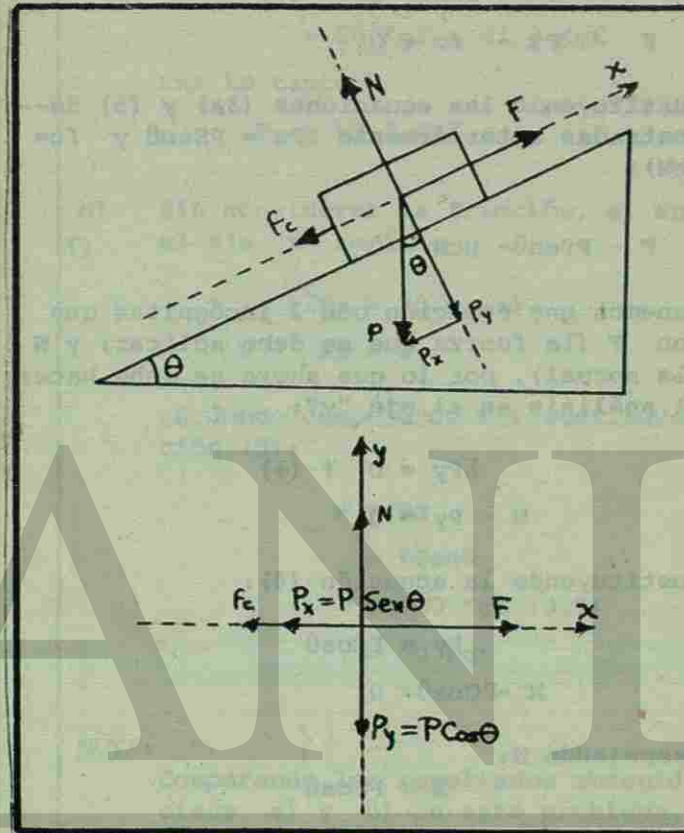


Fig. 7. Diagrama de cuerpo libre para un objeto que se desplaza a lo largo de un plano inclinado (considerando la fricción).

Siguiendo el mismo razonamiento que en el problema anterior, al moverse el bloque a velocidad constante, existe un equilibrio (cinético en este caso) y  $\sum F_x = 0$ ,  $\sum F_y = 0$ .



En el eje "x":

$$\sum F_x = 0 \rightarrow (+)$$

$$F - P_x - f_c = 0$$

Sustituyendo las ecuaciones (3a) y (5) demostradas anteriormente ( $P_x = P \text{ Sen } \theta$  y  $f_c =$

$\mu cN$ ):

$$F - P \text{ Sen } \theta - \mu cN = 0 \quad (7)$$

tenemos una ecuación con 2 incógnitas que son  $F$  (la fuerza que se debe aplicar) y  $N$  (la normal), por lo que ahora se debe hacer el análisis en el eje "y":

$$\sum F_y = 0 \uparrow (+)$$

$$N - P_y = 0$$

Sustituyendo la ecuación (4):

$$P_y = P \text{ Cos } \theta$$

$$N - P \text{ Cos } \theta = 0$$

despejando  $N$ :

$$N = P \text{ Cos } \theta$$

$$= 100 \text{ Kgf } \text{ Cos } 30^\circ$$

$$= 100 \text{ Kgf } (0.866)$$

$$= 86.6 \text{ Kgf}$$

Este valor lo podemos sustituir en la ecuación (7) y calcular el valor de  $F$ :

$$F - P \text{ Sen } \theta - \mu cN = 0$$

$$F = P \text{ Sen } \theta + \mu cN$$

$$= 100 \text{ Kgf } \text{ Sen } 30^\circ + (0.5) (86.6 \text{ Kgf})$$

$$= 100 \text{ Kgf } (0.5) + (43.3 \text{ Kgf})$$

$$= 50 \text{ Kgf} + 43.3 \text{ Kgf}$$

Por lo tanto:

$$F = 93.3 \text{ Kgf}$$

b) Sin considerar la fricción, el análisis en el eje "x" sería:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow (+)$$

$$F - P_x = 0$$

en donde despejando  $F$  y sustituyendo la ecuación (5):

$$F = P_x$$

$$= P \text{ Sen } \theta$$

$$= 100 \text{ Kgf } (0.5)$$

$$= 50 \text{ Kgf}$$

NOTA:

Comparando los resultados obtenidos en los incisos a) y b) de este problema, nos podemos dar cuenta de que el valor de la fuerza de fricción cinética  $f_c$  es:

$$f_c = \mu cN$$

$$= 0.5(86.6 \text{ Kgf})$$

$$= 43.3 \text{ Kgf}$$

Ejemplo 4.

Se desea que una caja construida con cierto metal, se pueda deslizar con velocidad constante por un plano inclinado que consiste en un tablón de roble sostenido en uno de sus extremos. Calcular el ángulo al que debe estar dicho tablón para que se produzca ese deslizamiento uniforme.

Solución:

Empezaremos por dibujar una figura y el diagrama del cuerpo libre, para ilustrar y comprender mejor este problema.

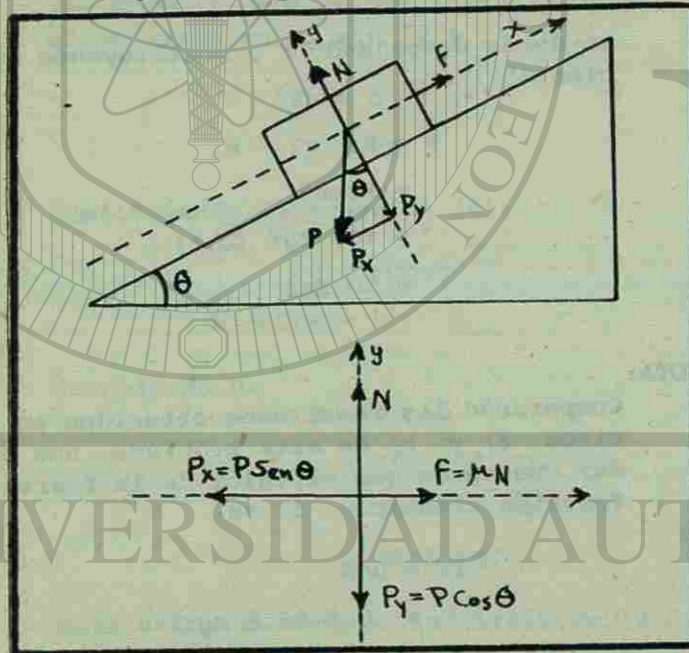


Fig. 8. Diagrama de cuerpo libre para un cuerpo que se desliza a velocidad constante por un plano inclinado.

En la tabla 1-1 de este capítulo podemos ver que el coeficiente de fricción para "metales sobre roble" es 0.55. Este valor nos servirá para calcular la fuerza de fricción cinética que se opone a la componente del peso en "x", que es la fuerza que produce el movimiento.

Como se desea tener una velocidad constante, usaremos las condiciones de equilibrio  $\Sigma F_x = 0$   $\Sigma F_y = 0$ .

En el eje "x":

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow (+)$$

$$f - P_x = 0$$

$$f - P \text{ sen } \theta = 0$$

por lo tanto:

$$f = P \text{ sen } \theta$$

$$= F$$

Esta es la fuerza con la que la caja se desliza por el plano inclinado.

En el eje "y":

$$\Sigma F_y = 0 \uparrow (+)$$

$$N - P_y = 0$$

$$N - P \text{ cos } \theta = 0$$

por lo tanto:

$$N = P \text{ cos } \theta$$

será el valor de la normal.

Como único dato en este problema tenemos el coeficiente de fricción, por lo que podemos usar la fórmula:

$$\mu = \frac{f}{N}$$



Sustituyendo las ecuaciones  $f = P \text{Sen} \theta$  y  $N = P \text{Cos} \theta$ , obtenidas anteriormente, tenemos:

$$\mu = \frac{P \text{Sen} \theta}{P \text{Cos} \theta}$$

$$= \frac{\text{Sen} \theta}{\text{Cos} \theta} \quad (\text{eliminando "P"})$$

y como por trigonometría  $\text{Tan} \theta$  se define como  $\text{Sen} / \text{Cos}$ , obtenemos finalmente:

$$\mu = \text{Tan} \theta \quad (8)$$

que es la ecuación para calcular el ángulo de deslizamiento uniforme.

$$\text{Sustituyendo } \mu = 0.55$$

$$\text{Tan } \theta = 0.55$$

por lo tanto:

$$\theta = \text{Tan}^{-1} 0.55$$

$$\theta = 28.81^\circ$$

#### Ejemplo 5.

Calcular la aceleración de un bloque que se desliza por un plano inclinado que tiene un ángulo de inclinación de  $35^\circ$ , si el peso del bloque es  $60 \text{ N}$  y el coeficiente de fricción entre las superficies es  $0.3$ .

Solución:

Al igual que en el problema anterior, la fuerza que produce el movimiento es debida a la componente en "x" del peso del bloque, como se muestra en la figura 8 del problema anterior.

Para movimiento uniformemente acelerado, como en este caso, ya no existe equilibrio en el eje "x", por la segunda ley de Newton tenemos:

$$\Sigma F_x = ma$$

$$y \quad \Sigma F_y = 0 \quad (\text{en el eje "y" sí existe el equilibrio})$$

En el eje "x":

$$\Sigma F_x = ma \rightarrow (+)$$

$$f - P_x = ma$$

$$\mu N - P \text{Sen} \theta = ma$$

El valor de la normal lo obtendremos del análisis en el eje "y":

$$\Sigma F_y = 0 \uparrow (+)$$

$$N - P_y = 0$$

$$N - P \text{Cos} \theta = 0$$

despejando:

$$N = P \text{Cos} \theta$$

$$= 60 \text{ N} \text{Cos } 35^\circ$$

por lo tanto:

$$N = 49.15 \text{ N}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación anterior, tenemos:



$$\mu N - P \text{Sen} \theta = ma$$

$$= \frac{P}{g} a$$

$$0.3(49.15 \text{ N}) - 60 \text{ N Sen } 35^\circ = \left(\frac{60 \text{ N}}{9.8 \text{ m/seg}^2}\right) a$$

$$14.745 \text{ N} - 34.41 \text{ N} = (6.12 \text{ Kg}) a$$

$$a = \frac{-19.665 \text{ N}}{6.12 \text{ Kg}}$$

$$a = -3.21 \text{ m/seg}^2$$

El signo negativo de la aceleración nos indica que su sentido es hacia abajo.

#### AUTOEVALUACIÓN.

- 1.- Una caja que pesa 80 Kgf descansa sobre un piso horizontal de madera. Si el coeficiente de fricción estático es 0.5, calcular la fuerza necesaria para poner la caja en movimiento.  
{F= 40 Kgf ó 392 N}
- 2.- Si con una fuerza de 200 N se puede mover a velocidad constante un objeto de 70 Kg sobre una superficie horizontal, ¿cuál será su coeficiente de fricción cinético?  
{ $\mu_c = 0.291$ }
- 3.- Si es necesaria una fuerza de 550 gf para poder iniciar el movimiento de un ladrillo de 800 gf de peso y otra fuerza de 400 gf para mantenerlo a velocidad constante, como se muestra en la fig. 1 de este capítulo, ¿cuáles serán los valores para el coeficiente de fricción estático ( $\mu_e$ ) y el cinético ( $\mu_c$ )?  
{ $\mu_e = 0.687$        $\mu_c = 0.50$ }
- 4.- ¿Cuál será la fuerza necesaria para poder mantener un automóvil de 2000 Kg moviéndose a velocidad constante sobre una carretera plana de concreto? Suponer un coeficiente de fricción cinético entre las llantas de caucho y la carretera de concreto de 0.4.  
{F= 800 Kgf= 7840 N}
- 5.- ¿Qué fuerza se requiere para arrastrar una caja de hierro que pesa 50 Kgf sobre una superficie plana de concreto? (Ver tabla 1-1 de este capítulo).  
{F= 15 Kgf = 147 N}
- 6.- Determinar el valor de la normal si un baúl de 100 Kgf de peso se empuja a) por una superficie plana con una fuerza de 80 Kgf b) por un plano inclinado que forma un ángulo de 20° con la horizontal si la fuerza con la que se empuja (a velocidad constante) es 81.2 Kgf.  
{a) N= 100 Kgf b) N= 93.97 Kgf}



7.- Una caja fuerte de acero, se tiene que deslizar por un plano inclinado del mismo material a velocidad constante. Encontrar su ángulo de deslizamiento uniforme. (Ver tabla 1-1 de este capítulo).  
{ $\theta = 10.2^\circ$ }

8.- Un plano inclinado forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Calcular la fuerza paralela al plano que se necesita aplicar a un bloque de 40 N de peso para desplazarlo: a) hacia arriba con una aceleración de  $1 \text{ m/seg}^2$ , b) hacia abajo con una aceleración de  $1 \text{ m/seg}^2$ . Suponer que no hay fricción entre las superficies  
{a)  $F = 24 \text{ N}$       b)  $F = -16 \text{ N}$ }

9.- Calcular la fuerza que se debe aplicar a un objeto de 50 N de peso para subirlo por un plano inclinado que tiene un ángulo de inclinación de  $25^\circ$ , si se desea que suba a velocidad constante en los siguientes casos:  
a) Suponiendo que no hay fricción entre las superficies.  
b) Considerando la fricción con un coeficiente de rozamiento cinético de 0.4.  
c) En el caso anterior, ¿cuál será el valor de la fuerza de fricción cinética?  
{a)  $F = 21.13 \text{ N}$       b)  $F = 39.25 \text{ N}$       c)  $f = 18.12 \text{ N}$ }

10.- Resolver el problema 8 considerando el rozamiento con un coeficiente de fricción entre las superficies de 0.2.  
{a)  $F = 32 \text{ N}$       b)  $F = -8 \text{ N}$ }

11.- Con los datos del problema 6, calcular el coeficiente de fricción:  
a) Cuando el baúl se empuja por la superficie plana.  
b) Cuando se empuja por el plano inclinado.  
{a)  $\mu = 0.8$       b)  $\mu = 0.5$ }

TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA.

Si en condiciones determinadas una bala puede resultar ofensiva, también se da el caso contrario, es decir, el de un "cuerpo pacífico", que lanzado a poca velocidad puede producir efectos destructores. Por ejemplo, una manzana arrojada al parabrisas de un automóvil que viaja a alta velocidad, dicha manzana puede hasta destruir el parabrisas

Al finalizar esta unidad lo comprenderás mejor, ya que serás capaz de:

OBJETIVOS.

- 1.- Definir los enunciados relativos a cada uno de los términos, conceptos y principios incluidos en este capítulo.
- 2.- Distinguir los conceptos de trabajo, energía y potencia.
- 3.- Aplicar la definición de trabajo, resolviendo problemas a partir de los datos apropiados.
- 4.- Diferenciar entre energía cinética y energía potencial.
- 5.- Identificar las unidades de trabajo, energía potencial, energía cinética y potencia.
- 6.- Calcular, a partir de los datos apropiados, energía cinética y energía potencial.
- 7.- Deducir el cambio que se efectúa en la energía cinética de un cuerpo, cuando cambia la masa o cambia la velocidad.



7.- Una caja fuerte de acero, se tiene que deslizar por un plano inclinado del mismo material a velocidad constante. Encontrar su ángulo de deslizamiento uniforme. (Ver tabla 1-1 de este capítulo).  
{ $\theta = 10.2^\circ$ }

8.- Un plano inclinado forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Calcular la fuerza paralela al plano que se necesita aplicar a un bloque de 40 N de peso para desplazarlo: a) hacia arriba con una aceleración de  $1 \text{ m/seg}^2$ , b) hacia abajo con una aceleración de  $1 \text{ m/seg}^2$ . Suponer que no hay fricción entre las superficies  
{a)  $F = 24 \text{ N}$       b)  $F = -16 \text{ N}$ }

9.- Calcular la fuerza que se debe aplicar a un objeto de 50 N de peso para subirlo por un plano inclinado que tiene un ángulo de inclinación de  $25^\circ$ , si se desea que suba a velocidad constante en los siguientes casos:  
a) Suponiendo que no hay fricción entre las superficies.  
b) Considerando la fricción con un coeficiente de rozamiento cinético de 0.4.  
c) En el caso anterior, ¿cuál será el valor de la fuerza de fricción cinética?

{a)  $F = 21.13 \text{ N}$       b)  $F = 39.25 \text{ N}$       c)  $f = 18.12 \text{ N}$ }

10.- Resolver el problema 8 considerando el rozamiento con un coeficiente de fricción entre las superficies de 0.2.  
{a)  $F = 32 \text{ N}$       b)  $F = -8 \text{ N}$ }

11.- Con los datos del problema 6, calcular el coeficiente de fricción:  
a) Cuando el baúl se empuja por la superficie plana.  
b) Cuando se empuja por el plano inclinado.  
{a)  $\mu = 0.8$       b)  $\mu = 0.5$ }

TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA.

Si en condiciones determinadas una bala puede resultar ofensiva, también se da el caso contrario, es decir, el de un "cuerpo pacífico", que lanzado a poca velocidad puede producir efectos destructores. Por ejemplo, una manzana arrojada al parabrisas de un automóvil que viaja a alta velocidad, dicha manzana puede hasta destruir el parabrisas

Al finalizar esta unidad lo comprenderás mejor, ya que serás capaz de:

OBJETIVOS.

- 1.- Definir los enunciados relativos a cada uno de los términos, conceptos y principios incluidos en este capítulo.
- 2.- Distinguir los conceptos de trabajo, energía y potencia.
- 3.- Aplicar la definición de trabajo, resolviendo problemas a partir de los datos apropiados.
- 4.- Diferenciar entre energía cinética y energía potencial.
- 5.- Identificar las unidades de trabajo, energía potencial, energía cinética y potencia.
- 6.- Calcular, a partir de los datos apropiados, energía cinética y energía potencial.
- 7.- Deducir el cambio que se efectúa en la energía cinética de un cuerpo, cuando cambia la masa o cambia la velocidad.



8.- Usar la definición de potencia calculándola en problemas, dados los datos apropiados.

9.- Transformar unidades de trabajo y potencia de un sistema cualquiera a otro.

#### PROCEDIMIENTO.

1.- Lectura rápida y completa del capítulo para que te enteres del material a estudiar.

2.- Lectura para subrayar lo más importante del capítulo.

3.- Resumen de lo que consideres más importante del tema.

4.- Analiza despacio cada uno de los términos, antes de seguir con los demás objetivos.

5.- Analiza en forma detallada, cada uno de los ejemplos resueltos en el texto.

6.- Resuelve los problemas dados en la autoevaluación, tratando de obtener las respuestas dadas al final de los problemas.

7.- Resuelve problemas de otros textos de Física que tengas a tu alcance, ya que la práctica en tu material es lo que hará que obtengas mejores resultados.

8.- Cualquier duda que tengas no te quedes con ella, coméntala con tus compañeros, o si lo prefieres, con tu maestro.

#### PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a presentar la evaluación de esta unidad deberás entregar, en hojas tamaño carta, los problemas del capítulo II completamente resueltos.

## CAPÍTULO II.

### TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA.

Debiéramos empezar a hablar de energía diciendo que la *energía* es todo agente capaz de desarrollar un trabajo.

#### 2-1 INTRODUCCIÓN.

La energía es, quizás, el concepto más importante en la naturaleza. Aun cuando no podemos aquí definir exactamente qué es energía, es decir, cuál es su naturaleza, su estructura, su apariencia, etc.; es un concepto tan importante en todas las ciencias que debemos: a) aprender cómo interviene en los procesos físicos, 2) a reconocerla por medio de sus efectos y 3) sobre todo, saber cómo medirla.

La característica más sobresaliente de cualquier tipo de energía es su capacidad para producir un efecto, que llamamos *trabajo*. Además, es más fácil describir la energía en función de este concepto, así que dedicaremos nuestro esfuerzo inicial a describir lo que es *trabajo*.

#### 2-2 TRABAJO.

La forma más simple de definir el trabajo es: *siempre que una fuerza actúa a lo largo de una distancia se produce trabajo*. Esta definición debe ser aclarada. Siempre que una fuerza mueve un cuerpo en la dirección en que ella actúa, se realiza un trabajo y éste se calcula multiplicando la fuerza por la distancia que el cuerpo recorre mientras se encuentra bajo la acción de la fuerza.



Esta definición la podemos expresar en forma matemática como sigue:

$$\text{Trabajo} = F \times d \quad (1)$$

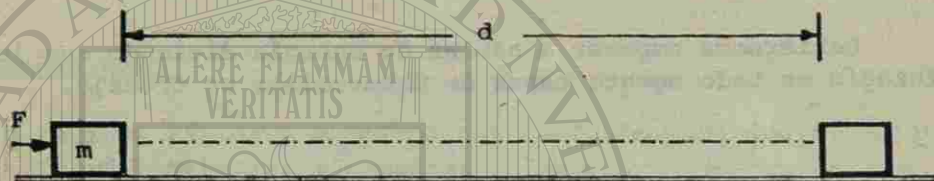


Fig. 1.

Si escogemos  $W$  como nuestro símbolo para representar trabajo, la ecuación (1) la escribimos como:

$$W = F \times d$$

Si en la ecuación (1), la fuerza está dada en dinas y la distancia en centímetros, tenemos que las unidades de trabajo son dinas-centímetros o

$$\text{dinas} \times \text{centímetro} = \frac{\text{g cm}}{\text{seg}^2} \text{ cm}$$

Un *ergio* se define como el trabajo producido por una fuerza de una dina cuando actúa a lo largo de un centímetro. Por lo tanto, obtenemos:

$$1 \text{ ergio} = 1 \text{ g} \frac{\text{cm}^2}{\text{seg}^2} \quad (2)$$

y la ecuación (1) es:

$$W(\text{ergios}) = F(\text{dinas}) \times d \text{ (cm)} \quad (1-a)$$

Si la fuerza está medida en newtons y la distancia en metros, es decir, escogemos el sistema M.K.S., entonces, la undad de trabajo es el Julio.

El *Julio* se define como el trabajo realizado cuando una fuerza de un newton actúa a lo largo de un metro de distancia.

$$1 \text{ Julio} = 1 \text{ N} \times \text{m}$$

$$1 \text{ Julio} = 1 \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} \text{ m}$$

$$1 \text{ Julio} = 1 \text{ Kg m}^2/\text{seg}^2$$

Con esto, la ecuación (1) en el sistema M.K.S. es:

$$W(\text{Julios}) = F(\text{N}) \times d(\text{m}) \quad (1-b)$$

En el sistema inglés, la fuerza se mide en libras, la distancia en pies y el trabajo tiene como unidad pies-libra.

$$W(\text{pies-libra}) = F(\text{libras}) \times d(\text{pies}) \quad (1-c)$$

Volvamos la atención a nuestra definición de trabajo para aclararla por medio de algunos ejemplos. En este punto conviene volver a leer la definición y poner mayor atención en las palabras en cursiva.



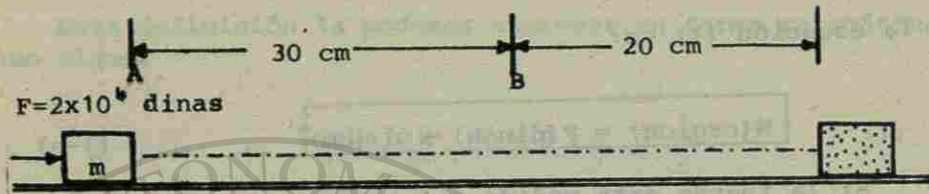


Fig. 2.

Ejemplo 1.

Una fuerza de 20,000 dinas actúa sobre una masa de 15 g. como se muestra en la fig. 2. La fuerza empuja la masa de 15 g desde el punto marcado con A hasta el punto marcado con B en el cual el cuerpo ha recorrido una distancia de 30 cm bajo la acción de la fuerza. En este punto la fuerza deja de actuar y el cuerpo recorre 20 cm más por el efecto de su propia inercia, hasta ser detenido por la fricción con el piso. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de 20,000 dinas sobre el cuerpo?

Solución:

El cuerpo ha recorrido en total una distancia de 50 cm y nuestra definición de trabajo dice que el trabajo es el producto de la fuerza por la distancia que el cuerpo recorre, mientras se encuentra bajo la acción de la fuerza. Por lo tanto, con la ecuación (1-a), tenemos:

$$W \text{ (ergios)} = 2 \times 10^4 \text{ dinas} \times 30 \text{ cm}$$

$$W = 6 \times 10^5 \text{ ergios}$$

Ejemplo 2.

Calculemos ahora el trabajo que se desarrolla al subir un cuerpo de 5 Kg de masa a una altura de 4 m sobre el nivel del suelo, por una fuerza que actúa sobre él verticalmente hacia arriba.

La fuerza requerida para levantarla con velocidad constante es una fuerza de la misma magnitud que su peso.

$$F(N) = m(Kg) \times g(m/seg^2)$$

$$F = 5 \text{ Kg} \times 9.8 \text{ m/seg}^2$$

$$F = 49 \text{ N}$$

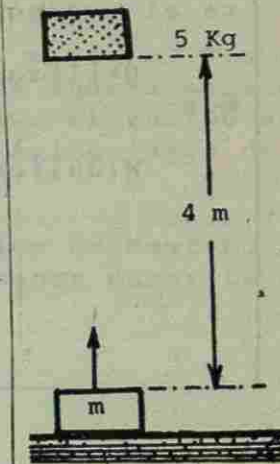


Fig. 3.

Este proceso es como se muestra en la figura 3, por lo que usando la ecuación (1-b), se obtiene:

$$W \text{ (Julios)} = F(N) \times d(m)$$

$$= 49 \text{ N} \times 4 \text{ m}$$

$$= 196 \text{ N-m}$$

$$= 196 \text{ Julios}$$

Ejemplo 3.

Finalmente considere la configuración que se muestra en el diagrama 4. En este caso, un cuerpo de 9 Kg de masa es levantado verticalmente en el punto A, a una altura de 0.8 metros por un hombre que le aplica una fuerza vertical hacia arriba, igual al peso del cuerpo. Después, el hombre lo traslada caminando hasta el punto B y deposi-



ta el cuerpo sobre una mesa.

Utilizando la ecuación (1-b), tenemos:

$$\begin{aligned} W(\text{Julios}) &= F(\text{N}) \times d(\text{m}) \\ &= 88.2 \text{ N} \times 0.8 \text{ m} \\ &= 70.56 \text{ Julios} \end{aligned}$$

¿Por qué? Porque el trabajo ejecutado por el hombre mientras se traslada de A a B es cero, ya que la distancia recorrida bajo la acción de la fuerza es nula, aún cuando el hombre camina cargando el peso, no realiza el trabajo, pues el desplazamiento es horizontal y la fuerza se aplica verticalmente, es decir, el cuerpo no se mueve en la dirección en que actúa la fuerza.



Fig. 4.

### 2-3 ENERGÍA CINÉTICA.

Consideremos un cuerpo de masa "m" y supongamos que sobre él sólo actúa una fuerza horizontal, como por ejemplo, imaginemos que el cuerpo se encuentra en el espacio intergaláctico lejos de la acción de cualquier otra fuerza.

De acuerdo a la segunda ley de Newton, el movimiento del cuerpo queda totalmente descrito por la ecuación:

$$F = ma \quad (3)$$

donde "a" es la aceleración que el cuerpo sufre por efecto de la fuerza F aplicada.

La velocidad después de un tiempo "t", de que la fuerza actúa, se obtiene la ecuación:

$$v = v_0 + at$$

donde  $v_0$  era la velocidad antes de que la fuerza empezara a actuar.

Despejando la aceleración de la ecuación (3), tenemos:

$$v = v_0 + \frac{F}{m} t \quad (4)$$

La ecuación (4) la podemos reescribir como:

$$mv - mv_0 = Ft \quad (5)$$

A la cantidad  $mv$  se le llama *cantidad de movimiento* por lo que el primer miembro es la variación (cambio) de la cantidad de movimiento durante el tiempo que actúa la fuerza. El segundo miembro se llama *impulso*, así que podemos decir de la ecuación (5) que el impulso o la fuerza multiplicada por el tiempo en que actúa sobre el cuerpo es igual al cambio en la cantidad de movimiento del cuerpo durante ese tiempo.

La posición o la distancia que el cuerpo se ha movido en el tiempo "t", la obtenemos de la ecuación:

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2 \quad (6)$$

De la ecuación (4) tenemos que el tiempo que el cuerpo tarda para obtener una velocidad "v" por la acción de la fuerza "F" es:

$$F = \frac{m}{t} (v - v_0)$$

Si ahora sustituimos este valor del tiempo en la ecuación (6), obtenemos:

$$d = \frac{m}{F} v_0 (v - v_0) + \frac{1}{2} \frac{F}{m} \left( \frac{m^2}{F^2} \right) (v - v_0)^2$$

$$d = \frac{m}{F} v_0 (v - v_0) + \frac{1}{2} \frac{m}{F} (v - v_0)^2$$

$$d = \frac{m}{F} (v v_0 - v_0^2) + \frac{1}{2} \frac{m}{F} (v^2 - 2v v_0 + v_0^2)$$

$$d = \frac{m}{F} v_0 v - \frac{m}{F} v_0^2 + \frac{1}{2} \frac{m}{F} v^2 - \frac{m}{F} v v_0 + \frac{m}{F} v_0^2$$

Si sumamos los términos semejantes del segundo miembro de la ecuación, obtenemos:

$$d = \frac{1}{2} \frac{m}{F} v^2 - \frac{1}{2} \frac{m}{F} v_0^2 \quad (7)$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación (7) por F, obtenemos finalmente:

$$Fd = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \quad (8)$$

Después de tantos pasos algebraicos, por fin hemos obtenido el resultado que buscábamos.

Si llamamos a la cantidad de  $\frac{1}{2} m v^2$  *energía cinética* del cuerpo, entonces el segundo miembro de la ecuación (8) es la variación de la energía cinética del cuerpo durante el tiempo en que la fuerza "F" actúa sobre él y por lo tanto, la ecuación expresa que el *trabajo realizado por la fuerza "F" sobre el cuerpo es igual al cambio en su energía cinética*.



#### Ejemplo 4.

Un cuerpo de 6 Kg que viaja con una velocidad de 3 m/seg y debido a una fuerza adquiere una velocidad de 6 m/seg. Calcular el cambio en energía cinética.

Datos:  $v_0 = 3$  m/seg,  $v = 6$  m/seg,  $m = 6$  Kg

Solución:

Por la representación algebraica de energía cinética, tenemos:

$$\Delta K = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} (6 \text{ Kg}) (6 \text{ m/seg})^2 - \frac{1}{2} (6 \text{ Kg}) (3 \text{ m/seg})^2$$

$$\Delta K = 108 \text{ Kgm}^2/\text{seg}^2 - 27 \text{ Kgm}^2/\text{seg}^2$$

$$K = 81 \text{ Kgm}^2/\text{seg}^2$$

$$K = 81 \text{ Julios}$$

#### 2-4 ENERGÍA POTENCIAL.

Suponiendo ahora que la partícula no está en el espacio intergaláxico, sino a una altura "h" sobre un nivel de referencia (puede ser el suelo), como se muestra en la figura 5.

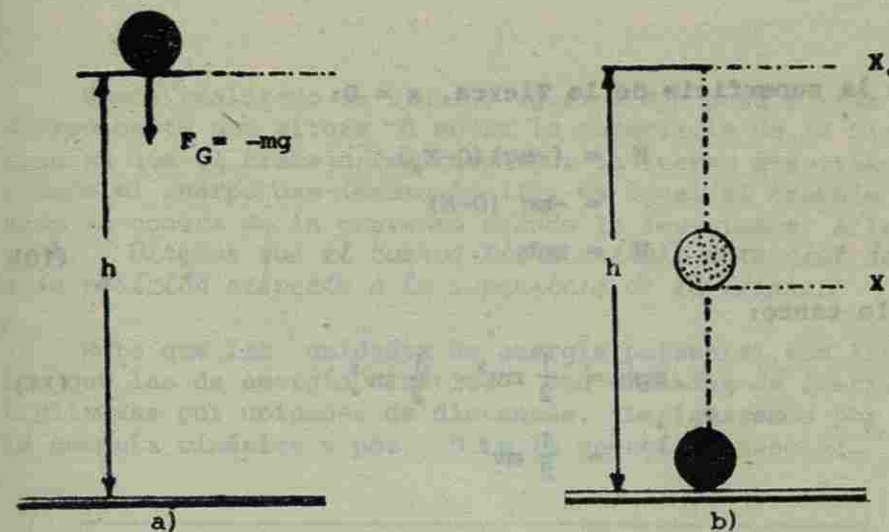


Fig. 5.

Denotaremos por  $X_0$  la coordenada inicial de la posición del campo ( $X_0 = h$ ) y supondremos que inicialmente se encuentra en reposo ( $v_0 = 0$ ). En estas condiciones la fuerza gravitatoria tira hacia abajo del cuerpo, con una fuerza igual al peso de éste. Cuando el cuerpo cae hacia la superficie de la Tierra, el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo es igual al aumento de energía cinética del cuerpo. De este modo, cuando el cuerpo al caer se encuentra en la coordenada  $x$ , tenemos:

$$W(\text{por la fuerza gravitatoria}) = F(X - X_0) \quad (9)$$



y en la superficie de la Tierra,  $x = 0$ :

$$\begin{aligned} W &= (-mg)(0 - X_0) \\ &= -mg(0 - h) \\ W &= mgh \end{aligned} \quad (10)$$

por lo tanto:

$$\begin{aligned} mgh &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \\ &= \frac{1}{2}mv^2 \end{aligned} \quad (11)$$

donde  $v$  es la velocidad del cuerpo al alcanzar el nivel de referencia (superficie de la Tierra) y  $v_0$  es su velocidad inicial (que consideramos igual a 0). Observa con sentido crítico la ecuación (11), ésta nos sugiere que en la posición  $x = X_0$  el cuerpo tiene cierta energía en potencia, es decir, *cierta capacidad para desarrollar trabajo en virtud de su posición respecto al nivel de referencia* (puede ser la superficie de la Tierra), y que ésta tiene el valor de

$$\text{Energía potencial} = mgh$$

Pensemos ahora en el proceso o inverso, ¿qué le sucede a la energía de un cuerpo cuando se encuentra en la superficie de la Tierra y se eleva hasta una altura de "h"?

Para elevar el cuerpo debemos aplicar una fuerza igual y de sentido contrario a su peso:

$$F \text{ (aplicada)} = mg$$

Ahora,  $X_0 = 0$  (su posición inicial) y  $x = h$  (su posición final) y con ello realizamos un trabajo.

$$\begin{aligned} W \text{ (por la fuerza aplicada)} &= F(X - X_0) \\ &= mgh \end{aligned}$$

Hemos realizado un trabajo igual a  $mgh$  para elevar un cuerpo hasta una altura  $h$  sobre la superficie de la Tierra. Observa que el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria cuando el cuerpo cae (ecuación 11), es igual al trabajo realizado en contra de la gravedad cuando lo levantamos a la altura  $h$ . Diremos que el cuerpo tiene energía potencial debido a su posición respecto a la superficie de la Tierra.

Note que las unidades de energía potencial son las mismas que las de energía cinética. Son unidades de fuerza multiplicadas por unidades de distancia. Designaremos por  $K$  a la energía cinética y por  $U$  a la energía potencial.

Ejemplo 5.

Calcular la energía potencial de un cuerpo de 80 Kg colocado a 7 m de la superficie de la Tierra.

Datos:  $m = 80 \text{ Kg}$ ,  $h = 7 \text{ m}$ .

Solución:

$$\begin{aligned} U &= mgh \\ &= 80 \text{ Kg} \times 10 \text{ m/seg}^2 \times 7 \text{ m} \\ &= 5600 \text{ Kg m}^2/\text{seg}^2 \\ &= 5600 \text{ Julios} \end{aligned}$$

## 2-5 POTENCIA.

La potencia se define como la rapidez con que se desarrolla el trabajo. La rapidez la medimos como la acción dividida entre el tiempo empleado en realizar tal acción, así que:



$$\text{Potencia} = \frac{\text{trabajo}}{\text{tiempo}}$$

$$= \frac{f \times d}{t} \quad (12)$$

En el sistema c.g.s. la potencia se mide en ergio/seg y en el sistema M.K.S. se mide en Julios/seg.

Se le llama *watt* al trabajo de un Julio desarrollado en 1 seg, esto es:

$$1 \text{ Julio/seg} = 1 \text{ watt}$$

Otra unidad muy común es el kilowatt:

$$1 \text{ Kw} = 10^3 \text{ watt}$$

En el trabajo técnico, el trabajo se mide en *kilográmetros* (Kgm) y la potencia se mide en *kilográmetros por segundo* y en *caballos de vapor*.

$$1 \text{ cv} = 75 \text{ Kgm/seg}$$

En el sistema inglés, el trabajo se mide en *libras-pie* y la potencia en *caballos de fuerza* (hp).

$$1 \text{ hp} = 550 \text{ lbs-pie/seg}$$

Ejemplo 6.

Se aplica una fuerza de 60 N en una distancia de 6 m, durante 6 seg. Calcular la potencia.

Datos:  $F = 60 \text{ N}$ ,  $d = 6 \text{ m}$ ,  $t = 6 \text{ seg}$ .

$$P = \frac{\text{trabajo}}{\text{tiempo}}$$

pero  $T = F \times d$ , así que:

$$P = \frac{60 \text{ N} \times 6 \text{ m}}{6 \text{ seg}}$$

$$= 60 \text{ N-m/seg}$$

$$= 60 \text{ watts}$$

#### AUTOEVALUACIÓN.

- 1.- Calcular el trabajo realizado por una fuerza de 3 N cuyo punto de aplicación se desplaza 12 m paralela a la fuerza. Expresar el resultado en Julios.  $\{T = 36 \text{ J}\}$
- 2.- Hallar el trabajo realizado para arrastrar un trineo por una pista horizontal, una distancia de 8 m. La fuerza ejercida en la cuerda es de 75 N.  $\{T = 600 \text{ J}\}$
- 3.- Una canasta de 150 libras de peso es empujada horizontalmente por un piso una distancia de 18 pies por una fuerza de 38 libras. ¿Cuánto trabajo se efectúa?  $\{T = 680 \text{ lb-pie}\}$
- 4.- ¿Qué trabajo se necesita para que un niño de 30 Kg suba una escalera de 6 m de altura?  $\{T = 1800 \text{ J}, t = 180 \text{ Kgm}\}$

5.- Un bulto de 400 Kg de peso se eleva hasta la plataforma a una altura de 1.5 m por medio de un plano inclinado de 6 m de longitud. Calcular el trabajo efectivo.  
{T= 600 J}

6.- ¿Cuánto trabajo se requiere para levantar un motor de 225 Kg a una altura de 6 m?  
{T=  $1.35 \times 10^4$  J}

7.- Una locomotora de 10,000 Kg sube una pendiente montañosa alcanzando una altura de 500 m. Encontrar la energía potencial almacenada.  
{ $E_p = 5 \times 10^7$  J}

8.- Un automóvil de 2000 Kg se mueve a lo largo de una carretera recta a 90 Km/hr. Encontrar su energía cinética.  
{ $E_c = 2.78 \times 10^5$  J}

9.- Un automóvil de 1600 Kg corre a lo largo de una carretera recta a 90 Km/hr. ¿Cuál es su energía cinética?  
{ $E_c = 5 \times 10^5$  J}

10.- Determinar la energía cinética de un automóvil que pesa 4000 lb y se mueve a 60 millas/hr.  
{ $E_c = 6.54 \times 10^5$  J}

11.- Una fuerza de 1000 newtons actúa sobre un automóvil de modo que éste acelera del reposo hasta que tiene una energía cinética de  $5 \times 10^5$  julios. ¿En qué distancia fue ejercida la fuerza?  
{d= 500 m}

12.- Un libro de 1 Kg de peso se desliza por una masa con una velocidad de 50 cm/seg. Si la fuerza de fricción es constante igual a 0.3 newtons, ¿hasta qué distancia se desliza el libro antes de llegar al reposo?  
{d= 0.42 m}

13.- Un automóvil que pesa 2100 Kg aumenta su velocidad desde 45 a 90 Km/hr en 5 segundos. a) ¿Cuál es el cambio en su energía cinética, b) la aceleración, c) la potencia

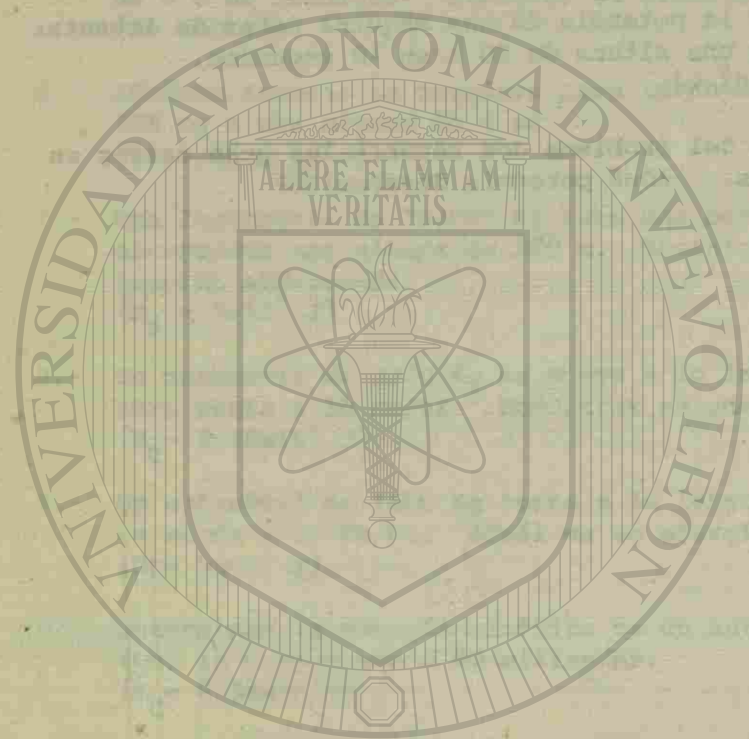
consumida?

{a)  $4.92 \times 10^5$  J      b) 2.5 m/seg<sup>2</sup>      c) P=  $9.84 \times 10^4$  w}

14.- Encuentra la potencia de una máquina capaz de levantar 2000 Kg a una altura de 60 m en 10 segundos.  
{P=  $1.2 \times 10^5$  w}

15.- El trineo del problema dos recorre los ocho metros en 4 segundos. ¿Qué potencia desarrolló?  
{150 w}





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

3er. SEMESTRE.

FÍSICA.

UNIDAD IV.

### CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.

En la actualidad, es difícil imaginar una civilización que carezca de la *rueda*. Pero, para que las ruedas sean útiles deben girar. ¿Qué es lo que las hace girar?

La rueda de alfarería la hace girar el alfarero; la turbina gira por la presión de un flujo de agua o un chorro de vapor, las ruedas de un automóvil giran por la energía obtenida de la combustión de la gasolina. Ruedas dentro de ruedas. La única diferencia entre las ruedas antiguas y las del siglo XX está en los accesorios y en el tipo de energía utilizada para que giren. ¿De dónde llegará la energía? ¿A dónde va?

#### OBJETIVOS.

- 1.- Distinguir los conceptos de cantidad de movimiento e impulso.
- 2.- Enunciar la ley de la conservación de la energía.
- 3.- Enunciar por lo menos cinco formas de energía, distinguiendo de ellas las que sean almacenadas y las que se consideren mecánicas.
- 4.- Expresar ejemplos que muestren la validez de la ley de la conservación de la energía.
- 5.- Enunciar la ley de la conservación de la cantidad de movimiento.



- 6.- Aplicar la ley de la conservación de la energía, resolviendo problemas en los que exista transformación de energía potencial a cinética, o de energía cinética a potencial.
- 7.- Aplicar la ley de la conservación de la cantidad de movimiento, resolviendo problemas a partir de los datos apropiados.

#### PROCEDIMIENTO.

- 1.- Lectura rápida y completa del capítulo para que te enteres del material a estudiar.
- 2.- Lectura para subrayar lo más importante del capítulo.
- 3.- Resumen de lo que consideres más importante del tema.
- 4.- Analiza despacio cada uno de los términos, antes de seguir con los demás objetivos.
- 5.- Analiza en forma detallada, cada uno de los ejemplos resueltos en tu texto.
- 6.- Resuelve los problemas dados en la autoevaluación, tratando de obtener las respuestas dadas al final de los problemas.
- 7.- Resuelve problemas de otros textos de Física que tengas a tu alcance, ya que la práctica en tu material es lo que hará que obtengas mejores resultados.
- 8.- Cualquier duda que tengas no te quedes con ella, coméntala con tus compañeros, o si lo prefieres, con tu maestro.

#### PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a presentar la evaluación de esta unidad deberás entregar, en hojas tamaño carta, los problemas del capítulo III completamente resueltos.

### CAPÍTULO III.

#### CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA Y DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

Pensemos cómo se usa la energía en la realidad. La energía química de la gasolina no es útil hasta que se convierte en energía mecánica, así impulsa las ruedas y hace que el automóvil se mueva. La energía eléctrica, para que sea útil, debe convertirse en luz, calor, movimiento, sonido o energía química, como en muchos procesos electroquímicos. La energía química de los alimentos no se utiliza si no se convierte en otras formas, y se emplea para calentar el cuerpo, para moverlo y desarrollarlo. La energía nuclear, para que sea práctica, se convierte siempre en otras formas de energía útiles.

Del sol recibimos luz y otras formas de energía radiante. Las plantas verdes absorben la energía lumínica y a través de ciertas reacciones químicas, la convierten en energía química, la cual se almacena en compuestos como el azúcar, el almidón y la celulosa. Las plantas constituyen el alimento de los animales y éstos convierten la energía química de los compuestos en actividad celular y en movimiento, al que damos el nombre de energía mecánica. La energía mecánica del cuerpo humano se puede emplear para mover otros cuerpos, como un martillo, un azadón, una bicicleta o un patín de ruedas.

Cuando la energía radiante del sol incide sobre la Tierra, parte de ella se convierte en calor el cual evapora el agua del mar que se eleva a gran altura en la atmósfera y se descarga como lluvia o nieve. La lluvia se puede juntar en lugares elevados para que al correr hacia el mar, se pueda



utilizar en las turbinas que generan energía eléctrica, la que hace girar las ruedas de la industria.

La ley de la conservación de la energía ha sido explicada de varias formas, nosotros la establecemos como: "La energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma."

Algunas transformaciones pueden ser difíciles o costosas, otras, como la obtención del calor a partir de la energía química, son sencillas y efectivas.

### 3-1 CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.

En la ecuación  $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ , se comprobó que la energía potencial  $mgh$ , puede convertirse completamente en energía cinética, puesto que el trabajo realizado al levantar el cuerpo y suministrarle energía potencial, es el mismo que el trabajo desarrollado por la gravedad para dar energía cinética al cuerpo. Podemos concluir que *trabajo, energía potencial y energía cinética* son formas diferentes de una misma cosa, energía, y que cualquiera de ellas puede convertirse en otra.

Volvamos otra vez a la fig. 5-b del capítulo anterior. Si designamos por  $v$  la velocidad del cuerpo cuando se encuentra en la posición "x", entonces, de acuerdo a la ecuación 10, tenemos:

$$-mg(X - X_0) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

como  $v_0 = 0$ , obtenemos:

$$-mgX - mgX_0 = \frac{1}{2}mv^2$$

como  $X_0 = h$ , obtenemos:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mgX$$

Inicialmente cuando el cuerpo se encontraba a una altura  $h$  sobre el nivel del suelo, la única energía que poseía o su energía total era:

$$E_T = mgh$$

Tenemos finalmente la ecuación

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mgX$$

que expresa la condición:

$$E_T = K + U$$

Esta ecuación es el enunciado matemático de la ley de la conservación de la energía que establece lo siguiente:

*La energía total de un cuerpo es igual a la suma de su energía cinética más su energía potencial en todo momento, y además, es una constante para un sistema cerrado. (Que no interactúa con otros cuerpos).*

Vamos a considerar 3 ejemplos que nos muestran la aplicación de la ley de la conservación de la energía.

Aunque la hemos derivado de un caso muy particular, es válido para cualquier sistema y nuestra deducción no debe restarle la generalidad que le corresponde.

#### Ejemplo 1.

Considere la fig. 1, en la que se muestra un cuerpo de masa  $m$  que se empuja por un plano inclinado a través de una distancia  $d$ .



Si consideramos que no existe ninguna fricción entre el bloque y el plano inclinado, la fuerza  $F$  será:

$$F = p \operatorname{sen} \theta$$

entonces, es claro que el trabajo realizado por la fuerza sobre el cuerpo es:

$$W = F \times d$$

$$W = p \operatorname{sen} \theta \times d$$

y en la cima, la energía total del cuerpo (en reposo o  $v_0 = 0$ ) será toda la energía potencial, la cual fue suministrada al bloque por la fuerza  $F$  actuando a lo largo de la distancia  $d$ . Por lo tanto:

$$F \times d = mgh$$

Si ahora se permite al cuerpo deslizarse por el plano inclinado, tendremos que de acuerdo a la ley de la conservación de la energía, en cualquier punto de la trayectoria, digamos  $X$ , obtendremos:

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2 + mg(h-x)$$

y al final de la trayectoria,  $x=h$ , se tiene:

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2$$

Dividiendo ambos miembros de esta ecuación entre  $m$ , tenemos:

$$gh = \frac{1}{2} v^2$$

Multiplicando ambos miembros por 2 y sacando raíz cuadrada, obtenemos para la velocidad del bloque, después de deslizarse por el plano bajo la acción de la gravedad

$$v = \sqrt{2gh}$$

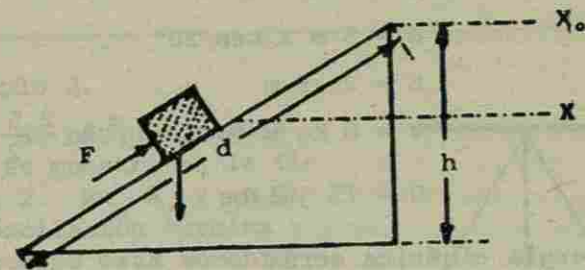


Fig. 1.

Veámoslo en forma numérica. Una masa de 6 Kg, subiendo en un plano inclinado de  $30^\circ$ , viaja a través de 5 m. Calcular la energía cinética y potencial en un punto situado a la mitad del plano al descender el cuerpo.

Datos:  $m = 6 \text{ Kg}$ ,  $d = 5 \text{ m}$ ,  $\theta = 30^\circ$

Solución:

Por la ecuación

$$F = p \operatorname{cos} \theta$$

tenemos:

$$F = mg \operatorname{sen} \theta$$

$$= 6 \text{ Kg} \times 10 \text{ m/seg} \times \operatorname{sen} 30^\circ$$

$$= 30 \text{ N}$$

$$W = F \times d$$

$$= 30 \text{ N} \times 5 \text{ m}$$

$$= 150 \text{ julios (es el trabajo total)}$$

La energía potencial al recorrer la mitad de la altura será:

$$U = mg(h-x_0)$$

$$U = mg(1/2 h)$$

1020115156



$$h = 5 \text{ m} \times \sin 30^\circ$$

$$h = 2.5 \text{ m}$$

$$U = 6 \text{ Kg} \times 10 \text{ m/seg}^2 \times \frac{2.5 \text{ m}}{2}$$

$$U = 75 \text{ julios}$$

La energía cinética será:

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \times 10 \text{ m/seg}^2 \times 1.25 \text{ m}}$$

$$v = \sqrt{25 \text{ m}^2/\text{seg}^2}$$

$$v = 5 \text{ m/seg}$$

$$K = \frac{1}{2} \times 6 \text{ Kg} \times 25 \text{ m}^2/\text{seg}^2$$

$$K = 75 \text{ Kgm}^2/\text{seg}^2$$

$$K = 75 \text{ J}$$

Y la ley de la conservación de la energía, tenemos que se cumple.

$$W = K + U$$

$$150 \text{ julios} = 75 \text{ J} + 75 \text{ J}$$

### Ejemplo 2.

El péndulo simple que se muestra en la figura 2. En A y en C la oscilación termina y el cuerpo está momentáneamente en reposo ( $v=0$ ) y su energía es toda potencial,  $mgh$ . Cuando la lenteja empieza a caer, su velocidad aumenta, en B tiene su máxima velocidad y a partir de ahí empieza a disminuir. De acuerdo a la ecuación

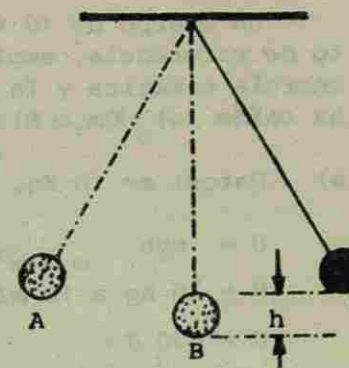


Fig. 2.

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2 + mgX$$

tenemos que en cualquier punto:

$$E_t = \frac{1}{2} mv^2 + mg(h-X)$$

y en B, cuando la velocidad de la lenteja es máxima ( $X=h$ )

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2$$

y su velocidad es:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Ejemplo 3.

Un cuerpo de 10 Kg colocado a 8 m de un punto de referencia, empieza a caer. Calcular la energía cinética y la energía potencial cuando ha caído a) 0 m, b) 4 m, c) 6 m, d) 8 m.

a) Datos:  $m = 10 \text{ Kg}$ ,  $h = 8 \text{ m}$ ,  $g = 10 \text{ m/seg}^2$

$$U = mgh$$

$$U = 10 \text{ Kg} \times 10 \text{ m/seg}^2 \times 8 \text{ m}$$

$$U = 800 \text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$K = \frac{1}{2} \times 10 \text{ Kg} \times (0 \text{ m/seg})^2$$

$$K = 0$$

b) Datos:  $m = 10 \text{ Kg}$ ,  $h = 6 \text{ m}$ ,  $h_c = 2 \text{ m}$ ,  
 $g = 10 \text{ m/seg}^2$

$$U = 10 \text{ Kg} \times 10 \text{ m/seg}^2 \times 6 \text{ m}$$

$$U = 600 \text{ J}$$

$$v = \sqrt{2 \times 10 \text{ m/seg}^2 \times 2 \text{ m}}$$

$$v = 6.325 \text{ m/seg}$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$K = \frac{1}{2} \times 10 \text{ Kg} \times (6.325 \text{ m/seg})^2$$

$$K = 200 \text{ J}$$

$$W_{\text{tot}} = U + K$$

$$= 600 \text{ J} + 200 \text{ J}$$

$$= 800 \text{ J}$$

c) Datos:  $m = 10 \text{ Kg}$ ,  $h = 4 \text{ m}$ ,  $h_c = 4 \text{ m}$ ,  
 $g = 10 \text{ m/seg}^2$ .

$$U = mgh$$

$$U = 10 \text{ Kg} \times 10 \text{ m/seg}^2 \times 4 \text{ m}$$

$$U = 400 \text{ J}$$

$$v = 2gh_c$$

$$v = \sqrt{2 \times 10 \text{ m/seg}^2 \times 4 \text{ m}}$$

$$v = 8.94 \text{ m/seg}$$

$$K = \frac{1}{2} \times 10 \text{ Kg} \times (8.94 \text{ m/seg})^2$$

$$K = 400 \text{ J}$$

$$W_{\text{tot}} = 400 \text{ J} + 400 \text{ J}$$

$$= 800 \text{ J}$$

d) Datos:  $m = 10 \text{ Kg}$ ,  $h = 2 \text{ m}$ ,  $h_c = 6 \text{ m}$ ,  
 $g = 10 \text{ m/seg}^2$ .

$$U = mgh$$

$$U = 10 \text{ Kg} \times 10 \text{ m/seg}^2 \times 4 \text{ m}$$

$$U = 400 \text{ J}$$

$$v = \sqrt{2gh_c}$$

$$v = \sqrt{2 \times 10 \text{ m/seg}^2 \times 4 \text{ m}}$$



$$v = 10.95 \text{ m/seg}$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$K = \frac{1}{2} \times 10 \text{ Kg} \times (10.95 \text{ m/seg})^2$$

$$K = 600 \text{ J}$$

$$W_{\text{tot}} = 200 \text{ J} + 600 \text{ J}$$

$$= 800 \text{ J}$$

e) Datos:  $m = 10 \text{ Kg}$ ,  $h = 0$ ,  $h_e = 8 \text{ m}$ ,  
 $g = 10 \text{ m/seg}^2$ .

$$U = mgh$$

$$U = 10 \text{ Kg} \times 10 \text{ m/seg}^2 \times 0$$

$$U = 0$$

$$v = \sqrt{2gh_c}$$

$$v = \sqrt{2 \times 10 \text{ m/seg}^2 \times 8 \text{ m}}$$

$$v = 12.65 \text{ m/seg}$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$K = \frac{1}{2} \times 10 \text{ Kg} \times (12.65 \text{ m/seg})^2$$

$$K = 800 \text{ J}$$

$$W_{\text{tot}} = U + K$$

$$= 0 + 800 \text{ J}$$

$$= 800 \text{ J}$$

En los 5 casos la energía total es igual.

### 3-2 CONSERVACIÓN DEL MOMENTUM.

Vamos a deducir uno de los resultados más importantes de la mecánica de Newton, la ley de la *conservación de la cantidad de movimiento*. En algunos campos de la física, como la física atómica, las leyes de Newton no tienen una validez exacta; sin embargo, este resultado sigue teniendo vigencia. Al deducir la ley de la conservación del momentum a partir de la tercera ley de Newton, se obtiene un resultado mejor, se obtiene algo de mayor importancia que es de validez universal. La conservación del momentum es una de las leyes fundamentales del universo.

Para llegar a este resultado procedemos de dos formas: una intuitiva y otra exacta; en ambos casos consideraremos la ecuación:

$$mv - mv_0 = Ft$$

De acuerdo con esta ecuación, el impulso dado a un cuerpo es igual al cambio en la cantidad de movimiento del cuerpo.

Forma intuitiva. Si ninguna fuerza exterior actúa sobre el sistema (sistema cerrado).

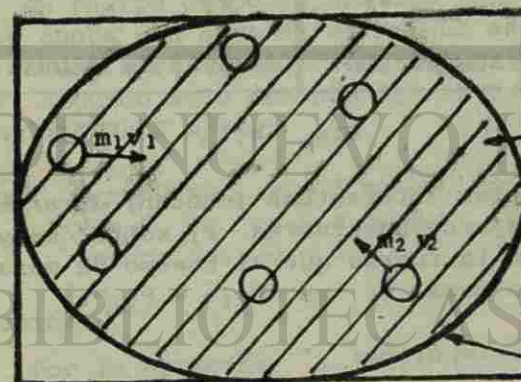


Fig. 3.

Consideramos el sistema como un todo usando la ecuación y como en este caso  $F = 0$ , sobre el sistema se obtiene:

$$\Delta p = 0$$

$$m_1(v_1 - u_1) + m_2(v_2 - u_2) + \dots + m_n(v_n - u_n) = 0$$

Un caso simple es el de dos cuerpos, entonces:

$$m_1(v_1 - u_1) + m_2(v_2 - u_2) = 0$$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$

donde las  $v$  son las velocidades iniciales (antes de que la masa  $m_1$  interactúe con la masa  $m_2$ );  $u$  representa las velocidades finales.

Forma exacta. Consideremos un sistema de dos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_2$  que interactúan.

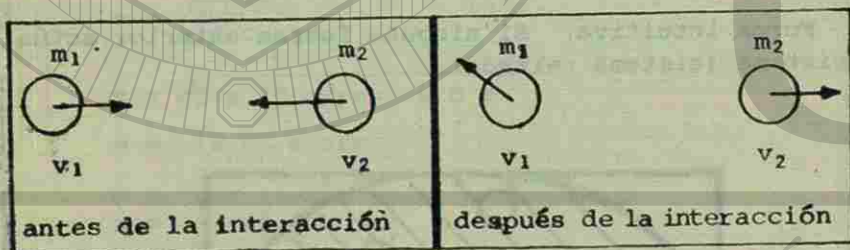


Fig. 4.

Ambas partículas interactúan (chocan) durante un tiempo "t", la masa  $m_1$  ejerce una fuerza  $F_{12}$  sobre  $m_2$  y por la tercera ley de Newton la fuerza que el cuerpo de masa  $m_2$  ejerce sobre el cuerpo de masa  $m_1$  es " $F_{21} = -F_{12}$ ".

Entonces, los impulsos:

$$F_{12}t = \Delta p$$

$$F_{21}t = -F_{12}t = \Delta p$$

De las dos últimas ecuaciones, obtenemos:

$$\Delta p_2 = -\Delta p_1$$

$$m_2(v_2 - u_2) = -m_1(v_1 - u_1)$$

$$m_2v_2 + m_1v_1 = m_2u_2 + m_1u_1$$

$v$  = velocidades iniciales

$u$  = velocidades finales

Podemos concluir de la ecuación que en un choque entre dos o más cuerpos, el vector resultante o la suma de los vectores ímpetu, después del choque, es igual a la correspondiente a los ímpetus antes del choque. La suma algebraica de las componentes de ímpetu en una dirección cualquiera, no varía por efecto del choque.

#### Ejemplo 4.

Un cuerpo de 60 Kg con una velocidad de 5 m/seg choca con otro de 45 Kg que está en reposo. ¿Cuál será la velocidad del primer cuerpo si el segundo sale después del choque con una velocidad de 3 m/seg?

Datos:  $m_1 = 60$  Kg,  $v_1 = 5$  m/seg,  $m_2 = 45$  Kg,  
 $v_2 = 0$ ,  $u_2 = 3$  m/seg  
 Incógnita:  $u_1 = ?$

Solución:

Por la ecuación

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$



$$60 \text{ Kg} \times 5 \text{ m/seg} + 45 \text{ Kg} \times 0 = 60 \text{ Kg} \times u_1 + 45 \text{ Kg} \times 3 \text{ m/seg}$$

$$300 \text{ Kgm/seg} = 60 \text{ Kg} \times u_1 + 135 \text{ Kgm/seg}$$

$$300 \text{ Kgm/seg} - 135 \text{ Kgm/seg} = 60 \text{ Kg} \times u_1$$

$$165 \text{ Kgm/seg} = 60 \text{ Kg} \times u_1$$

$$\frac{165 \text{ Kgm/seg}}{60 \text{ Kg}} = u_1$$

$$2.75 \text{ m/seg} = u_1$$

#### AUTOEVALUACIÓN.

- 1.- ¿Desde qué altura debe caer una pequeña masa de 1000 Kg para tener la misma cantidad de energía cinética que un camión de carga de 8 toneladas métricas viajando a una velocidad de 90 Km/hr a lo largo de una carretera horizontal?  
{h= 250 m}

- 2.- Un péndulo consta de una bola de acero de 300 g unida a un alambre de masa despreciable y de 1 m de longitud. La bola es empujada a un lado hasta que el hilo forma 30° con la vertical y luego es soltada. Hallar la velocidad de la bola con su punto más bajo.  
{v= 1.64 m/seg}

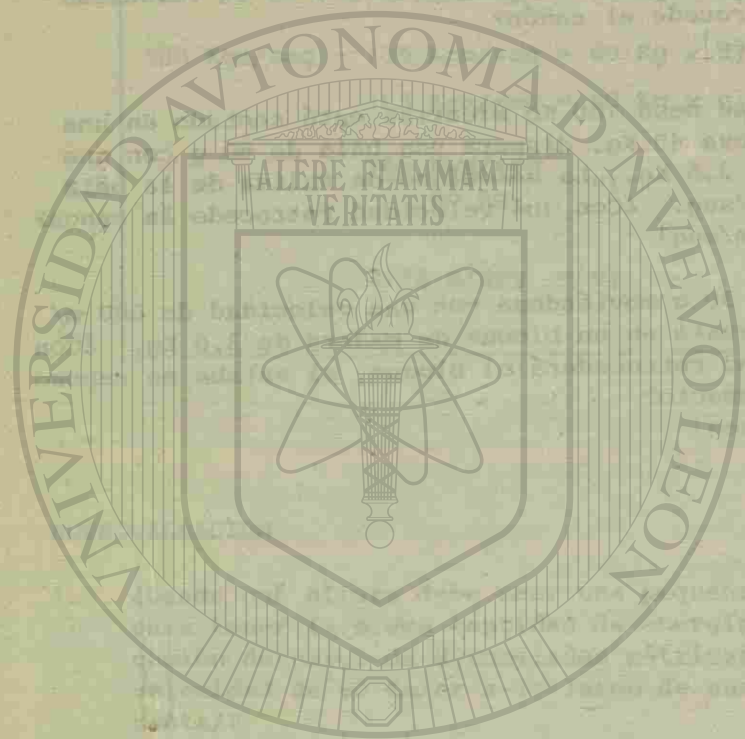
- 3.- Dos bolas de marfil de 5 y 10 gramos con velocidades respectivas de 20 cm/seg se mueven en la misma línea y sentido contrario. Después del impacto la bola de 5 g se mueve con una velocidad de 8 cm/seg. Calcular la velocidad de la segunda bola.  
{u<sub>2</sub>= 16 cm/seg}

- 4.- Un cañón de 2000 Kg dispara una bala de 60 Kg con una velocidad inicial de 500 m/seg. ¿Cuál es la velocidad con que retrocede el cañón?

$$\{v_c = 15 \text{ m/seg}\}$$

- 5.- Un hombre que pesa 100 Kg mientras está sentado en una canoa que pesa 40 Kg, dispara una bala de 60 g con una escopeta de 2.5 Kg. La velocidad de salida de la bala es de 600 m/seg. ¿Con qué velocidad retrocede la canoa?  
{v = 0.253 m/seg}

- 6.- Una bala de 30 g moviéndose con una velocidad de 600 m/seg, se incrusta en un bloque de madera de 3.6 Kg. ¿Con qué velocidad retrocederá el bloque, si estaba en reposo antes del impacto?  
{v= 4.95 m/seg}



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

3er. SEMESTRE.

FÍSICA.

UNIDAD V.

### ESTADOS DE LA MATERIA.

El notable novelista Julio Verne, nos muestra en sus escritos el conocimiento de los principios fundamentales de la física, como en el siguiente fragmento:

-Pero el aire se irá haciendo cada vez más denso. ¿No alcanzará al fin una densidad como la del agua?

-Naturalmente, cuando la presión sea 770 atmósferas.

-¿Y cuando la profundidad sea mayor?

-La densidad será mayor.

-¿Y cómo vamos a descender entonces?

-Nos llenaremos los bolsillos de piedra.

Esto es lo que nos dice Julio Verne, pero si comprobamos los hechos de que habla este fragmento, resulta otra cosa. Para esto no tendremos que bajar hasta el centro de la Tierra, ya que al finalizar esta unidad, serás capaz de:

### OBJETIVOS.

- 1.- Definir los enunciados relativos a cada uno de los conceptos, términos y principios incluidos en este capítulo.
- 2.- Distinguir los estados físicos: sólido, líquido y gaseoso.
- 3.- Explicar los conceptos de densidad, peso específico y densidad relativa.



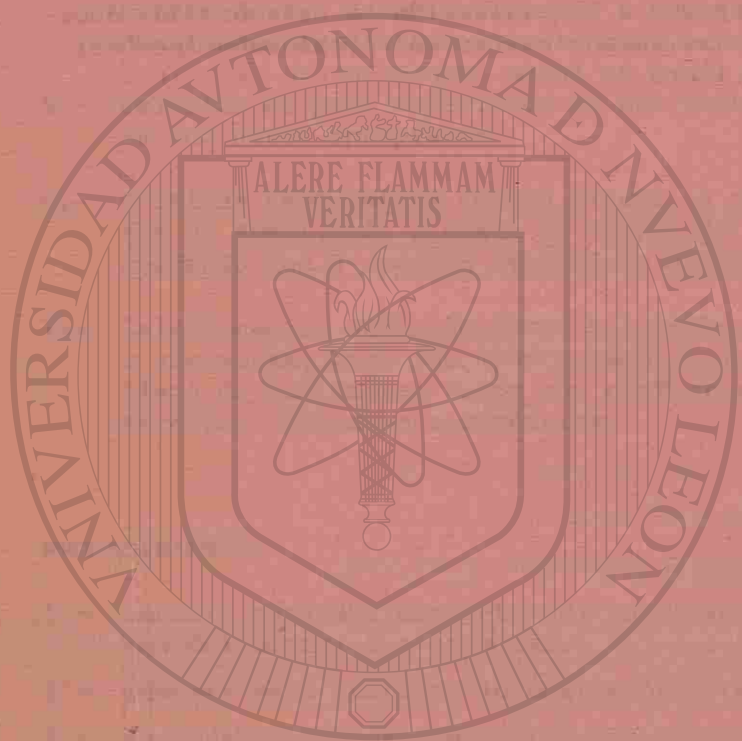
- 4.- Identificar una sustancia calculando su densidad, a partir de los datos apropiados y una tabla de datos de densidades de distintas sustancias.
- 5.- Calcular el peso específico de una sustancia, a partir de los datos apropiados.
- 6.- Graficar temperatura contra tiempo, a partir de los puntos de ebullición y punto de fusión de una sustancia, marcando los 3 estados físicos de dicha sustancia.
- 7.- Clasificar en orden de menos dilatante a más dilatante, o viceversa, para los mismos cambios de temperatura, una lista de sustancias dados sus coeficientes de dilatación térmica, lineal o volumétrica.

#### PROCEDIMIENTO.

- 1.- Lectura rápida y completa del capítulo para que te enteres del material a estudiar.
- 2.- Lectura para subrayar lo más importante del capítulo.
- 3.- Resumen de lo que consideres más importante del tema.
- 4.- Analiza despacio cada uno de los términos, antes de seguir con los demás objetivos.
- 5.- Analiza en forma detallada, cada uno de los ejemplos resueltos en tu texto.
- 6.- Resuelve los problemas dados en la autoevaluación, tratando de obtener las respuestas dadas al final de los problemas.
- 7.- Resuelve problemas de otros textos de Física que tengas a tu alcance, ya que la práctica en tu material es lo que hará que obtengas mejores resultados.
- 8.- Cualquier duda que tengas no te quedes con ella, consúltala con tus compañeros, o si lo prefieres, con tu maestro.

#### PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a la evaluación de esta unidad deberás entregar, en hojas tamaño carta, los problemas noes del capítulo IV de tu libro de texto completamente resueltos.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

#### CAPÍTULO IV.

#### ESTADOS DE LA MATERIA.

##### 4-1 LA MATERIA.

La materia se compone de partículas. Estas pueden ser *moléculas*, que son las partículas más pequeñas de una sustancia que puede existir de manera estable e independiente; o *átomos*, que son las partículas más pequeñas de un elemento que puede existir solo o en combinación con otros átomos de los mismos elementos u otros diferentes.

Una de las propiedades más importantes de los átomos es su capacidad de actuar sobre otro a distancia. Algunos átomos cuando están próximos se atraen entre sí, mientras que otros muestran una fuerza de repulsión. Cuando al aproximarse dos o más átomos se atraen y se combinan para formar una molécula, ésta se comportará como partícula unitaria. Dependiendo de la cantidad de átomos que formen a las moléculas, éstas pueden ser:

- 1.- Monoatómicas. Por ejemplo, helio (He), neón (Ne), Kriptón (Kr).
- 2.- Diatómicas. Por ejemplo, hidrógeno (H<sub>2</sub>), oxígeno (O<sub>2</sub>).
- 3.- Triatómicas. Por ejemplo, ozono (O<sub>3</sub>), bióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), agua (H<sub>2</sub>O).

A las moléculas con más de dos átomos se les llama poliatómicas.



#### 4-2 ESTADOS DE LA MATERIA.

La materia se puede presentar en tres estados, formas o fases:

- 1.- Estado sólido.
- 2.- Estado líquido.
- 3.- Estado gaseoso.

En el estado sólido, las partículas están cerca unas de otras, en un patrón fijo. En el estado líquido, las partículas no suelen estar tan cerca como en los sólidos, ni se mantienen en un patrón fijo; y en el estado gaseoso, la separación promedio entre ellas es relativamente grande y, como en el caso de los líquidos, no se mantiene un patrón fijo.

Los sólidos tienen volúmenes y formas definidas. Se clasifican en cristalinos y amorfos. Los cristalinos tienen sus partículas dispuestas en estructuras regulares y las de los amorfos están distribuidas al azar. Además de las fuerzas que unen a las partículas de un sólido, el movimiento de dichas partículas es muy importante. Las partículas de un sólido se mantienen en posiciones relativamente fijas debido a las fuerzas de enlace; sin embargo, poseen un movimiento de vibración en torno a sus posiciones fijas. La amplitud de su vibración y la energía vibratoria resultante se relacionan con la temperatura del sólido. Cuando la temperatura es baja, la energía cinética es pequeña y cuando sube, ésta aumenta.

En los líquidos, sus moléculas están en continuo, rápido y desordenado movimiento, por ello los líquidos se pueden fundir. Debido a su disposición molecular ligeramente más abierta que los sólidos y a la mayor movilidad de las moléculas, su índice de difusión es considerablemente más rápido que en los sólidos.

Con los líquidos podemos tener un volumen definido, pero su forma es variable. En los gases, la mayoría de las moléculas son partículas independientes que se desplazan a altas velocidades. Se han obtenido pruebas de lo anterior al observar tres propiedades de los gases.

1.- *Expansión o dilatación.* Un gas no tiene forma ni volumen definidos, en lugar de ello, se expande y llena completamente cualquier recipiente. Esto indica que las moléculas de gas son partículas independientes.

2.- *Presión.* Un globo inflado puede reventarse debido a la fuerza que ejerce el aire en su interior sobre su superficie interna. Esta fuerza es el resultado del bombardeo continuo de la superficie interna por miles de millones de moléculas en movimiento. Al incrementarse el número de moléculas en el interior del globo, mediante la introducción de más aire, aumenta el número de colisiones contra la superficie interna, se incrementa la presión sobre la superficie interna y el globo se dilata.

3.- *Difusión.* Ésta es demasiado rápida, lo cual demuestra que el movimiento de las moléculas del gas es bastante rápido.

La difusión de gases es a través de sólidos porosos, es un proceso importante el cual se produce a través de las membranas de las plantas, animales y seres humanos, permitiendo que el oxígeno llegue a las células vivas y escape el bióxido de carbono. Los isótopos del uranio se separan por medio de los índices diferentes de difusión del  ${}_{92}^{235}\text{UF}_6$  y el  ${}_{92}^{238}\text{UF}_6$ , dos hexafluoruros gaseosos del uranio, a través de una barrera porosa adecuada.

Si un sólido se calienta suficientemente, se puede derretir o licuar y si se continúa calentando, puede ser hervido o vaporizado. En el caso del agua, la naturaleza ejecuta todos los cambios de estado: el hielo derretido se vuelve agua, y el agua se evapora; el vapor de agua o las nubes se condensan para dar origen a la lluvia, y la lluvia se congela para formar el hielo o el granizo. Aun cuando pueden requerir algunas veces calor o frío extremado, todas las sustancias se pueden transformar de un estado a otro cualquiera.



#### 4-3 PUNTO DE FUSIÓN O SOLIDIFICACIÓN.

Cuando una sustancia en estado sólido se coloca al fuego de un mechero o de una estufa (se le está agregando energía), la energía de sus moléculas empieza a aumentar. Si a esta sustancia le podemos medir su temperatura en determinados lapsos de tiempo sin quitarlo del fuego, ésta también estará aumentando. Al aplicarle el calor suficiente, veremos que la sustancia estará transformándose en una sustancia líquida y en ese instante la temperatura no cambiará aunque le sigamos aplicando calor. Cuando esta sustancia sólida se transforma completamente en una sustancia líquida, otra vez empezará a subir su temperatura.

Lo anterior es similar si a una sustancia líquida le vamos quitando energía. La temperatura irá disminuyendo hasta que la sustancia empiece a solidificarse en donde la temperatura permanecerá constante. Al terminar de solidificarse toda la sustancia, la temperatura puede seguir disminuyendo si le seguimos quitando energía.

Esto es el punto de fusión o de solidificación, ya que éstos se definen como la temperatura en la cual una sustancia en estado sólido pasa al estado líquido, o del estado líquido al sólido, sin existir un cambio de temperatura.

##### Ejemplo 1.

Si colocas unos pedazos de hielo en un recipiente y éste a la vez lo colocas al fuego de una estufa; además, tienes un termómetro a la mano para checar la temperatura de la sustancia cuando empieza a transformarse en agua, observarás que el termómetro marcará aproximadamente 0°C y hasta después de que todo el hielo se haya transformado en agua se verá que aumenta la temperatura.

En la tabla 4-1 tienes una lista de sustancias, cuyos puntos de fusión se han obtenido en el laboratorio. Cada sustancia tiene su propio punto de fusión.

TABLA 4-1. Punto de fusión, calor latente de fusión, punto de ebullición y calor de vaporización de algunas sustancias corrientes.

Sustancia	Punto de fusión 0°C	Calor de fusión cal/g	Punto de ebullición 0°C	Calor de vaporización cal/g
Agua	0	80	100	540
Aire	- 212	5,5	- 191	51
Aluminio	658	77	1800	-
Cobre	1080	42	2310	-
Dióxido de azufre	73	24	- 10	95
Estaño	232	14	2270	-
Helio	- 271	-	- 268	6
Hidrógeno	- 259	14	- 252	108
Hierro	1530	6	2450	-
Mercurio	- 39	2,8	357	65
Nitrógeno	- 210	6,1	- 195	48
Oro	1063	16	2500	-
Oxígeno	- 219	3,3	- 184	51
Plata	962	21	1955	-
Platino	1760	27	3910	-
Plomo	327	5,9	1525	-
Silicio	1420	-	3500	-
Wolframio	3400	-	5830	-



#### 4-4 PUNTO DE EBULLICIÓN.

Algo similar sucede cuando un cuerpo en estado líquido cambia al estado gaseoso.

*El punto de ebullición se define como la temperatura en la cual una sustancia en estado líquido pasa al estado gaseoso o viceversa, sin existir un cambio de temperatura.*

Con el mismo ejemplo, que tú puedes realizar, observarás que el hielo que ya transformaste en agua en el caso anterior, aumenta su temperatura hasta casi  $100^{\circ}\text{C}$ , en ese instante parece que el termómetro ya no sube más. Esto se debe a que hemos llegado al punto de ebullición.

En la tabla 4-1 también se dan valores del punto de ebullición de algunas sustancias. Al igual que el punto de fusión, el punto de ebullición es distinto en cada una de las sustancias. Debido a ello estos dos fenómenos nos pueden servir para identificar sustancias.

#### 4-5 GRÁFICA TEMPERATURA-TIEMPO.

Si tenemos la precaución de tomar un cronómetro y cada determinado lapso de tiempo leemos lo que marca el termómetro, obtendremos una serie de datos similares a los siguientes:

0 seg	$-9^{\circ}\text{C}$	250 seg	$43^{\circ}\text{C}$
3 "	$-6^{\circ}\text{C}$	300 "	$68^{\circ}\text{C}$
6 "	$-3^{\circ}\text{C}$	350 "	$93^{\circ}\text{C}$
9 "	$0^{\circ}\text{C}$	370 "	$100^{\circ}\text{C}$
12 "	$0^{\circ}\text{C}$	400 "	$100^{\circ}\text{C}$
20 "	$0^{\circ}\text{C}$	450 "	$100^{\circ}\text{C}$
40 "	$0^{\circ}\text{C}$	500 "	$100^{\circ}\text{C}$
100 "	$0^{\circ}\text{C}$	600 "	$100^{\circ}\text{C}$
160 "	$0^{\circ}\text{C}$	700 "	$100^{\circ}\text{C}$
170 "	$3^{\circ}\text{C}$	800 "	$100^{\circ}\text{C}$
200 "	$18^{\circ}\text{C}$	900 "	$100^{\circ}\text{C}$

Cuando una sustancia está en su punto de ebullición y el recipiente está abierto, el vapor o gas se irá al ambiente. Por lo tanto, la masa de agua que teníamos irá disminuyendo.

Con estos datos podemos obtener una gráfica sobre un par de ejes coordenados. En sus principios generales, esta gráfica es similar para cada una de las sustancias, pero habrá que recalcar que cada sustancia tiene sus propios puntos de fusión y ebullición. Además, algunas sustancias son más rápidas que otras en el cambio de estado.

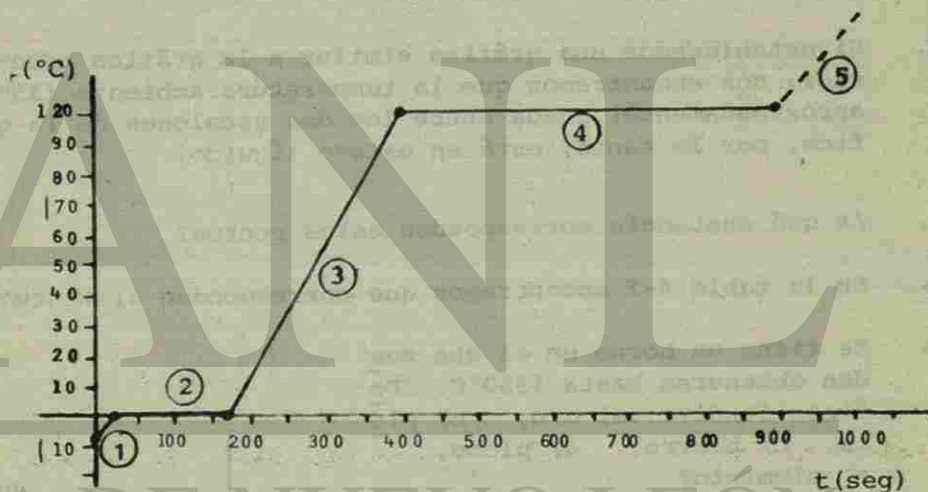


Fig. 1.

En la sección marcada con el número (1), la sustancia está completamente en estado sólido. En la sección (2) la sustancia se está transformando de sólido a líquido. En la sección (3) la sustancia está completamente en estado líquido. En la sección (4) la sustancia se está transformando del estado líquido al gaseoso y en la sección (5) la sustancia está completamente en estado gaseoso.



Esta gráfica es de gran utilidad para capítulos posteriores.

Analiza despacio las siguientes preguntas y respuestas.

P. Al calentar un metal se encontró que se fundía a  $232^{\circ}\text{C}$ . ¿A qué metal nos referimos?

R. Al analizar en la tabla 4-1 nos encontramos que el *estaño* es el que se funde a  $232^{\circ}\text{C}$ .

P. Una sustancia X tiene un punto de fusión de  $-39^{\circ}\text{C}$  y un punto de ebullición de  $357^{\circ}\text{C}$ . ¿En qué estado se encuentra a la temperatura ambiente?

R. Si establecemos una gráfica similar a la gráfica anterior, nos encontramos que la temperatura ambiente ( $35^{\circ}\text{C}$  aproximadamente) queda entre los dos escalones de la gráfica, por lo tanto, está en estado líquido.

P. ¿A qué sustancia corresponden estos puntos?

R. En la tabla 4-1 encontramos que corresponden al *mercurio*.

P. Se tiene un horno en el que pueden obtenerse hasta  $1350^{\circ}\text{C}$ . ¿Podemos fundir... a) oro, b) plata, c) hierro, d) plomo, e) aluminio?

R. a) Sí se podrá fundir oro, ya que su punto de fusión es  $1063^{\circ}\text{C}$ .

b) Sí se podrá fundir plata, ya que su punto de fusión es  $962^{\circ}\text{C}$ .

c) No se podrá fundir hierro, ya que su punto de fusión es  $1530^{\circ}\text{C}$ .

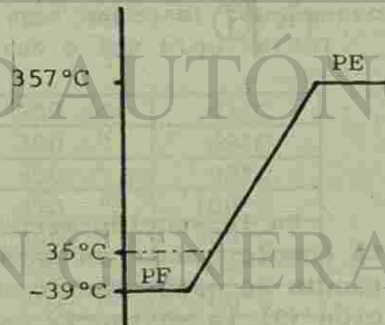


Fig. 2.

Quando una sustancia está en su punto de ebullición y el recipiente está abierto, el vapor o gas se irá al ambiente. Por lo tanto, la masa de agua que teníamos irá disminuyendo.

Con estos datos podemos obtener una gráfica sobre un par de ejes coordenados. En sus principios generales, esta gráfica es similar para cada una de las sustancias, pero habrá que recalcar que cada sustancia tiene sus propios puntos de fusión y ebullición. Además, algunas sustancias son más rápidas que otras en el cambio de estado.

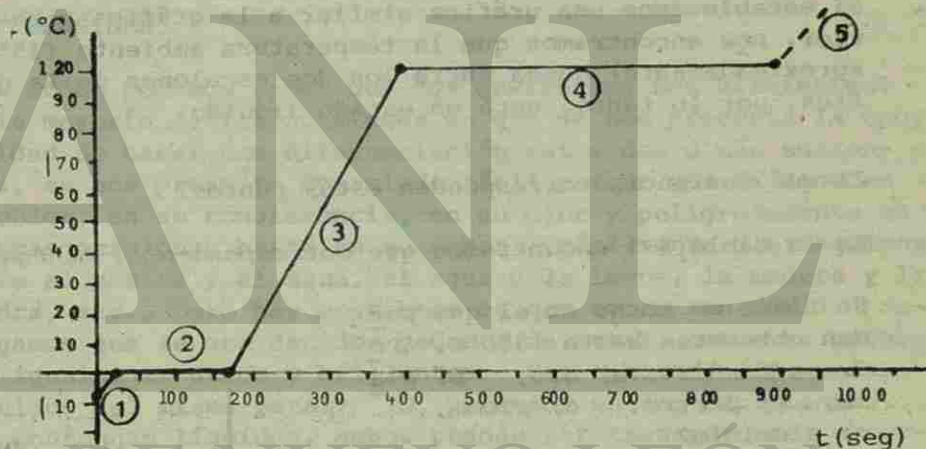


Fig. 1.

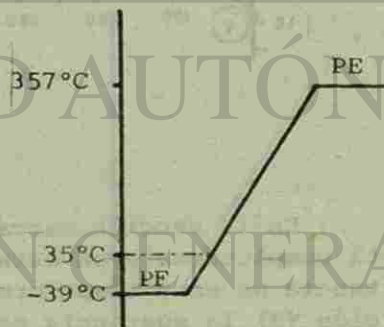
En la sección marcada con el número (1), la sustancia está completamente en estado sólido. En la sección (2) la sustancia se está transformando de sólido a líquido. En la sección (3) la sustancia está completamente en estado líquido. En la sección (4) la sustancia se está transformando del estado líquido al gaseoso y en la sección (5) la sustancia está completamente en estado gaseoso.



Esta gráfica es de gran utilidad para capítulos posteriores.

Analiza despacio las siguientes preguntas y respuestas.

- P. Al calentar un metal se encontró que se fundía a  $232^{\circ}\text{C}$ . ¿A qué metal nos referimos?
- R. Al analizar en la tabla 4-1 nos encontramos que el estaño es el que se funde a  $232^{\circ}\text{C}$ .
- P. Una sustancia X tiene un punto de fusión de  $-39^{\circ}\text{C}$  y un punto de ebullición de  $357^{\circ}\text{C}$ . ¿En qué estado se encuentra a la temperatura ambiente?
- R. Si establecemos una gráfica similar a la gráfica anterior, nos encontramos que la temperatura ambiente ( $35^{\circ}\text{C}$  aproximadamente) queda entre los dos escalones de la gráfica, por lo tanto, está en estado líquido.
- P. ¿A qué sustancia corresponden estos puntos?
- R. En la tabla 4-1 encontramos que corresponden al mercurio.
- P. Se tiene un horno en el que pueden obtenerse hasta  $1350^{\circ}\text{C}$ . ¿Podemos fundir... a) oro, b) plata, c) hierro, d) plomo, e) aluminio?
- R. a) Sí se podrá fundir oro, ya que su punto de fusión es  $1063^{\circ}\text{C}$ .
- b) Sí se podrá fundir plata, ya que su punto de fusión es  $962^{\circ}\text{C}$ .
- c) No se podrá fundir hierro, ya que su punto de fusión es  $1530^{\circ}\text{C}$ .



d) Sí se podrá fundir plomo, ya que su punto de fusión es  $327^{\circ}\text{C}$ .

e) Sí se podrá fundir aluminio, ya que su punto de fusión es  $658^{\circ}\text{C}$ .

P. ¿Alguno de los metales de la pregunta anterior se podrá alcanzar a evaporar?

R. No, ninguno alcanzaría la temperatura de ebullición.

#### 4-6 DENSIDAD.

¿Cómo podemos saber que dos sustancias son diferentes? En la mayoría de las ocasiones en que se nos presenta la oportunidad de hacer una diferenciación entre dos o más sustancias, se nos presenta demasiado fácil porque nos fijamos en su color, en su consistencia, en su olor y peligrosamente en algunas ocasiones hasta en su sabor. Fácilmente distinguimos entre el aceite y el agua, el agua y la leche, la madera y la piedra, etc., pero hay ocasiones en que no es tan fácil. Supongamos que se nos dan dos pedazos de metal, ambos se presentan igualmente duros y brillantes. Sin embargo, ¿están constituidos del mismo metal? O, pensemos en dos recipientes que contengan líquidos, ambos pueden ser transparentes e inodoros; ¿son un mismo líquido o son diferentes?

Para poder dar una respuesta a estas preguntas, debemos hacer ciertas pruebas para descubrir las diferencias que no aparecen a simple vista. Pesando los pedazos de metal no descubriremos las diferencias, dos objetos pueden estar hechos de materiales diferentes y, sin embargo, tener la misma masa.

Podremos tratar de doblar los dos pedazos de metal. Pero, uno puede ser grueso y difícil de doblar y el otro delgado y fácil. Sin embargo, los dos trozos pueden estar hechos de la misma sustancia. Por otra parte, podemos encontrar los



pedazos de metal de espesor diferente y hechos de sustancias diferentes que se pueden doblar con igual facilidad. Conclusión: la facilidad de doblamiento es una propiedad de los objetos y no de la sustancia.

Por lo tanto, debemos buscar propiedades características de las sustancias para poder determinar la constitución de cualquier objeto. Es decir, propiedades que no dependan de la cantidad de la sustancia, o de la forma de la muestra que se examine.

En este capítulo vamos a fijar nuestra atención en las propiedades características que muestran diferencias entre las sustancias.

Si una varilla de aluminio se parte en fragmentos que tengan igual volumen, por ejemplo  $1 \text{ cm}^3$ , encontramos que todos tienen la misma masa cuando los pesamos en una balanza, no importa de qué parte de la varilla hayamos tomado las muestras. ¿Qué pasará si tomamos varias muestras de  $1 \text{ cm}^3$  de un mismo recipiente que contenga agua? Encontraremos que cada  $\text{cm}^3$  de agua tiene la misma masa. Sin embargo, la masa de  $1 \text{ cm}^3$  de agua es diferente a la masa de  $1 \text{ cm}^3$  de la varilla de aluminio. Esto quiere decir que la masa de un volumen determinado de material es la misma para todos los volúmenes iguales de esa sustancia, pero difiere generalmente cuando se trata de sustancias diferentes, sin importar el volumen determinado que hayamos utilizado.

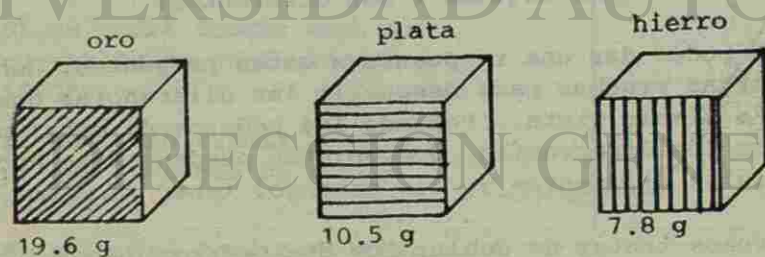


Fig. 3.

La masa de un volumen dado es, por lo tanto, una propiedad característica de cada material y nos sirve para diferenciarla entre las diversas sustancias.

A la masa de una unidad de volumen de material se le llama *densidad* del material y se le representa con la letra griega  $\rho$  (ro).

Por lo general no tenemos muestras de material de  $1 \text{ cm}^3$  de volumen, pero podemos determinar la densidad de una muestra de cualquier volumen, midiendo la masa y el volumen y dividiendo la masa entre el volumen. Algebraicamente nos quedaría:

$$\rho = \text{densidad} \quad (1)$$

$$\rho = M/V$$

$$\text{densidad relativa} = \frac{\text{densidad de la sustancia}}{\text{densidad del agua}}$$

y ya que la masa la podemos medir en gramos (g) y kilogramos (Kg); y el volumen cuyas unidades más comunes son: metros cúbicos ( $\text{m}^3$ ) y centímetros cúbicos ( $\text{cm}^3$ ), tenemos:

$$\rho = \frac{M}{V} \frac{(g)}{(\text{cm}^3)}$$

$$\rho = \text{g/cm}^3$$

$$\rho = \frac{M}{V} \frac{\text{Kg}}{(\text{m}^3)}$$

$$\rho = \text{Kg/m}^3$$

La tabla 4-2 muestra una lista de densidades de varias sustancias. Notaremos que la mayor parte de los sólidos y líquidos tienen una densidad que varía entre  $0.5 \text{ g/cm}^3$  y  $20 \text{ g/cm}^3$ ; pero las necesidades de los gases sólo alcanzan  $1/1000$  aproximadamente de las densidades de los sólidos y líquidos.



Ejemplo 2.

Se tiene una muestra de metal con una masa de 4050 g y ocupa un volumen de 1500 cm<sup>3</sup>. Calcular su densidad.

Solución:

Por la ecuación 1, tenemos:

$$\begin{aligned} \rho &= M/V \\ &= 4050 \text{ g} / 1500 \text{ cm}^3 \\ &= 2.7 \text{ g/cm}^3 \end{aligned}$$

TABLA 4-2. Densidad específica de diversas sustancias.

	Densidad g/cm <sup>3</sup>		Densidad g/cm <sup>3</sup>
Aire	1.29 x 10 <sup>-3</sup>	Hormigón	1.80 a 2.45
Hidrógeno	8.99 x 10 <sup>-5</sup>	Hule bruto	0.92 a 0.96
Helio	1.7 x 10 <sup>-5</sup>	Ladrillo tabique	1.4 a 1.6
Oxígeno	1.43 x 10 <sup>-3</sup>	Latón	8.4 a 8.7
Agua	1	Lignito	1.2 a 1.5
Aceite de oliva	0.92	Madera de enino (seca)	0.43 a 0.96
Mercurio	13.06	Madera de pino (seca)	0.31 a 0.76
Acero colado	7.7	Mármol	2.2 a 2.85
Aluminio	2.7	Nieve	0.25
Amianto	2.1 a 2.8	Piedra de cal	2.46 a 2.84
Cal viva	0.9 a 1.3	Oro nativo	19.29
Carbón de piedra	1.2 a 1.5	Papel	0.70 a 1.1
Cemento	0.82 a 1.95	Plata (fundida)	10.42 a 10.53
Cobre	8.80 a 8.92	Platino (fundido)	21.45
Coque	1.4	Plomo	11.25 a 11.37
Corcho	0.24	Porcelana	2.3 a 2.5
Cristal	2.40 a 3.90	Tungsteno	19.3
Cuero (seco)	0.86	Zinc (fundido)	7.13
Diamante	3.5 a 3.6		
Estaño fundido	7.82		
Grasas	0.92		
Grava	1.8 a 2.0		
Hierro de fundición	7.6		
Hierro dulce	7.85		

Ya con este valor de la densidad del metal, podemos buscar a qué sustancia corresponde. En la tabla 4-2 encontramos que el aluminio es la sustancia que tiene ese valor. Por lo tanto, podemos concluir que esta muestra de metal corresponde al aluminio.

**Ejemplo 3.**

Un líquido tiene una masa de 460 Kg. Si el volumen que ocupa este líquido es de  $0.5 \text{ m}^3$ , ¿de qué líquido se trata?

**Solución:**

Tenemos como datos la masa y el volumen y con ellos podemos calcular la densidad. Teniendo la densidad podemos compararla con las densidades de la tabla 4-2 y así saber a qué líquido nos referimos.

Por la ecuación 1, tenemos:

$$\rho = M/V$$

$$\rho = \frac{460 \text{ Kg}}{0.5 \text{ m}^3}$$

$$\rho = 920 \text{ Kg/m}^3$$

$$= 0.92 \text{ g/cm}^3$$

Revisando las densidades de la tabla 4-2 y comparando nuestro resultado, obtenemos el líquido buscado: *aceite de oliva*.

**4-7 OTRAS APLICACIONES PRÁCTICAS DE LA DENSIDAD.**

Por medio de la densidad podemos calcular la masa que se utiliza o se puede utilizar en un determinado experimento o trabajo. Podemos calcular el precio de un material que se necesita comprar. La cantidad o volumen que ocupará una determinada masa de algún sólido, líquido o gas.

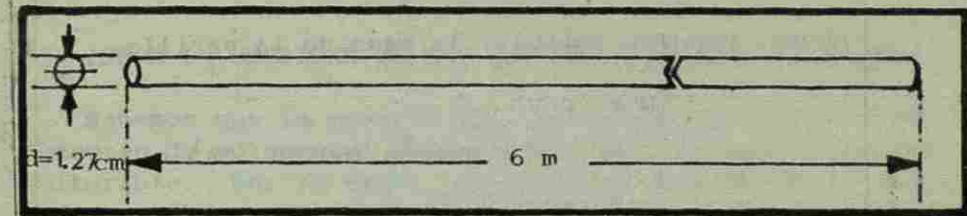


Fig. 4.

**Ejemplo 4.**

Se necesita comprar una varilla cilíndrica de aluminio de 1.27 cm (1/2 pulgada) de diámetro y de 6 m de longitud. Si el precio del aluminio es de 45 \$/Kg, calcular el precio total de la varilla.

Datos:  $d = 1.27 \text{ cm}$ ,  $L = 6 \text{ m}$ , precio = 45 \$/Kg,  $\rho = 2.7 \text{ g/cm}^3$  según la tabla 5-2.

**Solución:**

Por la ecuación 1, tenemos:

$$\rho = M/V$$

$$M = \rho V$$

Con los primeros datos podemos calcular el volumen (usaremos la ecuación del volumen de un cilindro).



$$V = \frac{\pi d^2}{4} \times l$$

$$= \frac{\pi (1.27 \text{ cm})^2}{4} \times 500 \text{ cm}$$

$$= 760.06 \text{ cm}^3$$

Ahora, podemos calcular la masa de la varilla:

$$M = \rho V$$

$$= 2.7 \text{ g/cm}^3 \times 760.06 \text{ cm}^3$$

$$= 2052 \text{ g}$$

$$= 2.052 \text{ Kg}$$

El precio que tendríamos que pagar por esa cantidad de masa, sería:

$$\text{precio total} = \text{masa} \times \text{precio unitario}$$

$$= 2.052 \text{ Kg} \times 45.00 \text{ \$/Kg}$$

$$= \$ 92.34$$

#### 4-8 PESO ESPECÍFICO RELATIVO.

El peso específico relativo es otro término usado frecuentemente para expresar los pesos relativos de la materia. Este se define como la relación que existe entre el peso de una sustancia dada y el peso de un volumen igual de agua.

$$\text{peso específico relativo} = \frac{\text{peso de una sustancia dada}}{\text{peso de un volumen igual de agua}}$$

Como esta fórmula es una relación de pesos, el peso específico relativo es una cantidad sin unidades y el valor será numéricamente igual al de la densidad de la sustancia dada. Por ejemplo, el peso específico del plomo es de 11.3, su densidad es de  $11.3 \text{ g/cm}^3$ . Esto quiere decir que el plomo es 11.3 veces más pesado que el agua.

#### 4-9 ¿SERÁ LA DENSIDAD DE UNA SUSTANCIA SIEMPRE LA MISMA?

Sabemos que la mayoría de las sustancias se dilatan (aumentan de volumen al calentarse), pero su masa permanece inalterable. Por lo tanto, la densidad depende de la temperatura, haciéndose menor cuando el material se dilata y aumenta de volumen. Sin embargo, la dilatación es muy pequeña entre los sólidos y líquidos y tiene poco efecto sobre la densidad.

La situación es altamente diferente cuando se trata de gases que muestran una gran expansión (dilatación) térmica. Aún más, encontramos que es muy difícil comprimir sólidos y líquidos, pero podemos fácilmente comprimir un gas. Por lo tanto, siempre que se mida la densidad de un gas, se tiene que precisar la temperatura y presión a que se hace la medida.

#### 4-10 DILATACIÓN TÉRMICA.

La mayoría de los objetos se dilatan cuando se calientan, pero la sola medida de cuánto se dilatan los diferentes objetos, no nos permite distinguir la sustancia de un objeto de la de otro.

Si a una sustancia se le agrega calor, se aumenta su temperatura y por supuesto, aumenta la energía cinética de sus moléculas. Este incremento de energía hace que las moléculas vibren a través de distancias mayores. Este aumento en amplitud de una molécula, forzará a las moléculas vecinas a permane



cer a una distancia mayor. Por lo tanto, la sustancia se dilatará.

Para analizar la dilatación, debemos primero considerar los factores que podrían determinar la dilatación térmica de un objeto. Los experimentos muestran que cuando calentamos una varilla de metal, ésta se dilata cada vez más a medida que la temperatura aumenta. Así que, si queremos encontrar una propiedad característica, tenemos que considerar la dilatación de la varilla entre dos temperaturas determinadas. La temperatura a que está el cuerpo antes de calentar,  $T_0$  (temperatura inicial) y  $T$  (temperatura final) la temperatura hasta la cual vamos a llevar el objeto o sustancia; y además la longitud ( $L_0$ ) o volumen ( $V_0$ ) en que empieza a calentarse.

Existen pequeñas excepciones tal como el agua, que se contrae en el intervalo de  $0^\circ$  a  $4^\circ\text{C}$ . En general, las sustancias se dilatan al elevarse la temperatura.

Entre los sólidos y líquidos, cada sustancia tiene distinta dilatación para los mismos cambios de temperatura. Es por eso que definiremos los coeficientes de dilatación térmica lineal y dilatación cúbica o volumétrica.

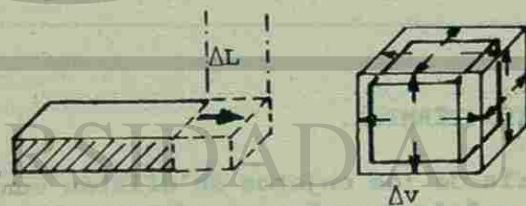


Fig. 5.

El coeficiente de dilatación térmica lineal es el aumento en longitud por unidad de longitud de una sustancia para un cambio de temperatura de un grado.

$$\alpha = \frac{\Delta L/L_0}{\Delta T} \quad (2)$$

En esta ecuación, las unidades de longitud se eliminan y las unidades de  $\alpha$  son grados recíprocos, es decir,  $1/^\circ\text{C}$  o  $1/^\circ\text{F}$ .

En la tabla 4-3 tenemos valores de coeficientes de dilatación térmica lineal de algunas sustancias.

TABLA 4-3. Coeficiente de dilatación térmica (por  $^\circ\text{C}$  a  $20^\circ\text{C}$ ).

Sustancia	LINEAL. ( $\times 10^{-6}$ )/ $^\circ\text{C}$	CÚBICA. ( $\times 10^{-6}$ )
Diamante	1.2	3.5
Vidrio pyrex	3.0	9.0
Vidrio comercial	9.0	27.0
Porcelana	3.0	9.0
Latón laminado	19.0	57.0
Ladrillo	10.0	30.0
Hierro	11.0	33.0
Cuarzo fundido	0.5	1.5
Cobre	17.0	51.0
Aluminio comercial	24.0	72.0
Acero	13.0	39.0
Mercurio		182.0
Caucho	80.0	240.0
Glicerina		500.0
Gasolina		950.0
Metanol		1200.0
Benceno		1240.0
Acetona		1490.0



El coeficiente de dilatación cúbica o volumétrica de una sustancia se define como el incremento en volumen por unidad de volumen para un cambio de temperatura de un grado (ver tabla 5-3).

$$\beta = \frac{\Delta v/v_0}{\Delta T} \quad (3)$$

Al igual que el coeficiente de dilatación térmica lineal, el volumétrico tiene las unidades de grados inversos:  $1/^\circ\text{C}$  o  $1/^\circ\text{F}$ .

Este fenómeno de dilatación se toma muy en cuenta, principalmente en el diseño de estructuras y vías de ferrocarril.

Conociendo el coeficiente de dilatación, la longitud o volumen del cuerpo y el cambio de temperatura, se puede calcular el cambio de longitud y volumen con las ecuaciones 2 y 3.

Por la ecuación 2, tenemos:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T \quad (4)$$

Y por la ecuación 3, tenemos:

$$\Delta v = v_0 \beta \Delta T \quad (5)$$

#### Ejemplo 5.

Calcular el aumento de longitud de una barra de hierro de 2 m de longitud, si de  $25^\circ\text{C}$ , se aumenta la temperatura hasta  $150^\circ\text{C}$ .

Datos:  $L_0 = 2 \text{ m}$ ,  $\Delta T = (150^\circ\text{C} - 25^\circ\text{C}) = 125^\circ\text{C}$ ,  
 $\alpha = 11 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ .

Solución:

Por la ecuación 4, tenemos:

$$\begin{aligned} &= L_0 \alpha \Delta T \\ &= 2 \text{ m} \times 11 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C} \times 125^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$= 2.75 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= 0.00275 \text{ m}$$

Longitud final = longitud inicial + incremento de longitud

$$L = L_0 + \Delta L$$

$$= 2 \text{ m} + 0.00275 \text{ m}$$

$$= 2.00275 \text{ m}$$

#### Ejemplo 6.

3 litros de glicerina a  $15^\circ\text{C}$ , se calientan hasta  $80^\circ\text{C}$ . Calcular el aumento de volumen y el volumen final de la glicerina.

Datos:  $v_0 = 3 \text{ lts}$ ,  $T = (80^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C}) = 65^\circ\text{C}$ ,  
 $\beta = 500 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$

Solución:

por la ecuación 5, tenemos:

$$\Delta v = v_0 \beta \Delta T$$

$$= 3 \text{ lts} \times 5 \times 10^{-4} / ^\circ\text{C} \times 65^\circ\text{C}$$

$$= 975 \times 10^{-4} \text{ lts}$$

$$= 0.0975 \text{ lts}$$

volumen final = volumen inicial + incremento en el volumen

$$v = v_0 + \Delta v$$

$$= 3 \text{ lts} + 0.0975 \text{ lts}$$

$$= 3.0975 \text{ lts}$$



El coeficiente de dilatación cúbica de los gases es

$$\frac{1}{273} / ^\circ\text{C}.$$

#### 4-11 ELASTICIDAD.

Una sustancia puede cambiar su tamaño por otros procedimientos diferentes de calentamiento o enfriamiento. Podemos alargar una banda de caucho tensionada y comprimir una esponja apretándola. También un alambre de hierro se alarga al tirar de sus extremos. Por supuesto, no lo notamos cuando tratamos de estirar un alambre de hierro con las manos; es necesario utilizar un medio de amplificar el ligero cambio de longitud del alambre.

¿Será la variación de longitud del alambre una propiedad característica del material de que está hecho? El cambio de longitud depende ciertamente de la fuerza tensora. Es por eso que para comparar el alargamiento de dos alambres, debemos suspender igual peso del extremo de cada uno.

¿Existen otros factores que afecten el alargamiento del alambre? Se puede verificar fácilmente que el alargamiento de un alambre aumenta a medida que su longitud se hace mayor y disminuye si el diámetro del alambre aumenta.

Como en el caso de la dilatación térmica, es mucho más fácil medir las propiedades elásticas en los gases que en los sólidos y líquidos.

#### 4-12 LÍMITE ELÁSTICO.

Cuando estiramos un pedazo de hule, le producimos a éste un aumento de longitud. Si lo hacemos con un resorte, también sucede lo mismo. Cuando sucede esto decimos que el cuerpo es elástico. La elasticidad es la capacidad que tienen todos los

cuerpos a recuperar su forma después de que se les quita la fuerza deformadora. Esta propiedad es diferente para todos los cuerpos, en cuanto a valor se refiere y es válida hasta que el material llega a su límite elástico.

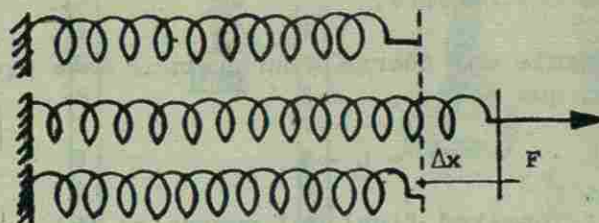


Fig. 6.

Este límite marca la máxima fuerza en la cual el cuerpo puede recuperar su forma, al dejar de aplicarle dicha fuerza. Si esto no sucede y se le aplica una fuerza superior a la del límite elástico, el cuerpo se deformará permanentemente. Por ejemplo, cuando un resorte se estira demasiado, el resorte quedará con una longitud mayor a la que tenía al principio.

En la fig. 7 se muestra el comportamiento mecánico de un sólido sometido a ensayo (prueba) de tensión. La sección recta nos representa la parte en que el cuerpo puede regresar a su forma original. También se muestra el límite elástico.

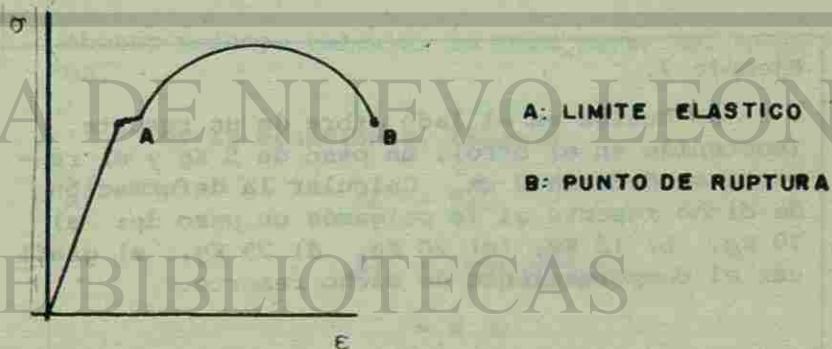


Fig. 7.



4-13 LEY DE HOOKE.

La ley de Hooke expresa que "el alargamiento" o "acortamiento" de longitud en un cuerpo elástico, son proporcionales a la fuerza que los produce.

Al aplicársele una fuerza a un cuerpo, ésta producirá una deformación que será:

$$\Delta L = L - L_0 \quad (6)$$

donde  $L$  es la longitud final del cuerpo al aplicarle la fuerza y  $L_0$  es la longitud inicial o longitud antes de aplicar la fuerza. Esta deformación variará constantemente con la fuerza aplicada, o sea que la relación con que variará la fuerza con respecto a la deformación será una constante.

$$k = F/\Delta L \quad (7)$$

Esta constante nos servirá para calcular la fuerza que hay que aplicar para producir una determinada deformación o conociendo dicha constante y la fuerza por aplicar, se puede calcular la variación de longitud. Entonces, la ecuación 7 se transformará en:

$$\Delta L = F/k \quad (8)$$

Ejemplo 7.

Se cuelga en el lado libre de un resorte, (sostenido en el otro), un peso de 5 Kg y el resorte se deforma 2 cm. Calcular la deformación de dicho resorte si le colgamos un peso de: a) 10 Kg, b) 15 Kg, c) 20 Kg, d) 25 Kg, e) graficar el comportamiento de dicho resorte.

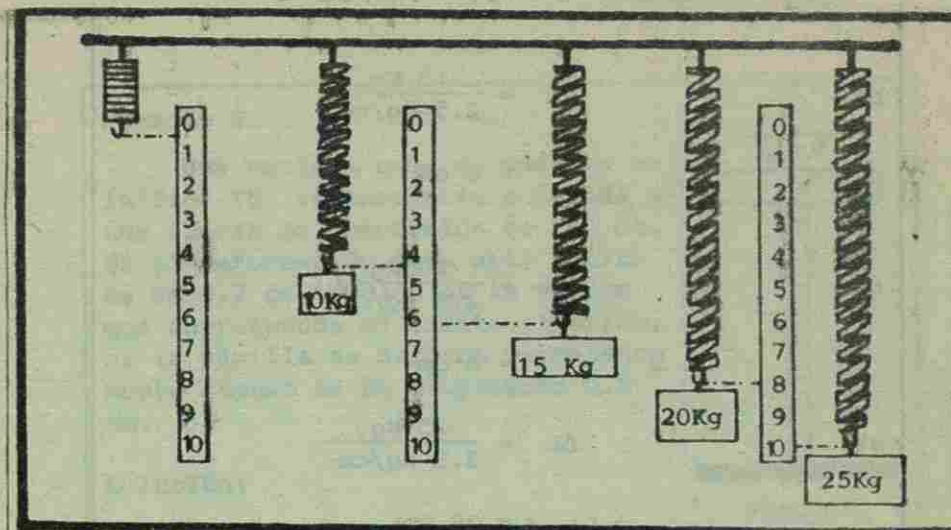


Fig. 8.

Solución:

Primero tenemos que calcular el valor de la constante  $k$ , para simplificar el trabajo. Por la ecuación 7, tenemos:

$$\begin{aligned} k &= F/\Delta L \\ &= 5 \text{ Kg}/2 \text{ cm} \\ &= 2.5 \text{ Kg/cm} \end{aligned}$$

Ahora, podemos calcular la otra parte del problema.

Por la ecuación 8, tenemos:

$$\begin{aligned} \text{a) } \Delta L &= F/k \\ \Delta L &= \frac{10 \text{ Kg}}{2.5 \text{ Kg/cm}} \\ &= 4 \text{ cm} \end{aligned}$$



b) 
$$\Delta L = \frac{15 \text{ Kg}}{2.5 \text{ Kg/cm}}$$

$$= 6 \text{ cm}$$

c) 
$$\Delta L = \frac{20 \text{ Kg}}{2.5 \text{ Kg/cm}}$$

$$= 8 \text{ cm}$$

d) 
$$\Delta L = \frac{25 \text{ Kg}}{2.5 \text{ Kg/cm}}$$

$$= 10 \text{ cm}$$

e) La gráfica de comportamiento para el resorte:

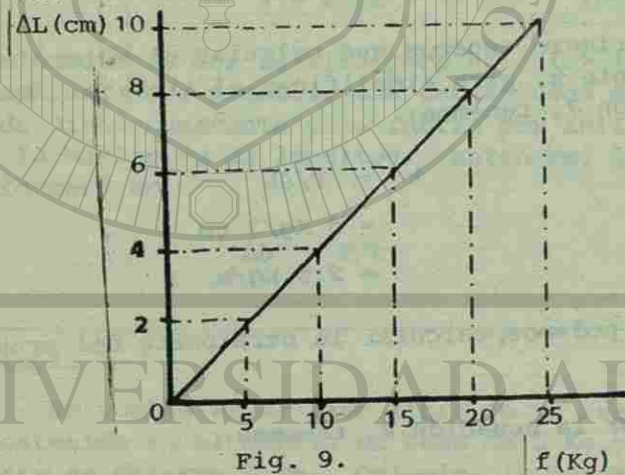


Fig. 9.

Esta gráfica se cumple siempre y cuando el resorte no se exceda de su límite elástico.

Ejemplo 8.

Una varilla, como se muestra en la fig. 10, se encuentra sometida a una fuerza de compresión de 200 Kg. Si la deformación para esta fuerza es de 0.2 cm. Calcular la fuerza que corresponde al límite elástico, si la varilla se deforma permanentemente cuando se ha comprimido 0.6 cm.

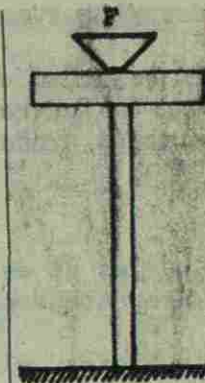


Fig. 10.

Solución:

Primero calculamos el valor de la constante, ya que la razón  $F/\Delta L$  siempre será constante hasta el límite elástico.

$$\begin{aligned} k &= F/\Delta L \\ &= \frac{200 \text{ Kg}}{0.2 \text{ cm}} \\ &= 1000 \text{ Kg/cm} \end{aligned}$$

Para calcular la fuerza necesaria y poder llegar al límite elástico, se despeja de la misma ecuación.

$$F = k\Delta L_2$$

como  $k$  es igual para todos los puntos antes de llegar al límite elástico, entonces, el valor de la deformación que emplearemos será la última, ya que es la deformación que se necesita para llegar a ese punto.

$$\begin{aligned} F &= 100 \text{ Kg/cm} \times 0.6 \text{ cm} \\ &= 600 \text{ Kg} \end{aligned}$$

o sea, la fuerza máxima que soportará.



4-14 ESFUERZO Y DEFORMACIÓN POR TENSION.

El esfuerzo de tensión se define como la razón que existe entre la fuerza aplicada a un cuerpo y el área transversal en que actúa dicha fuerza.

$$\sigma = F/A \quad (9)$$

donde  $\sigma$  es el esfuerzo de tensión,  $F$  la fuerza aplicada y  $A$  el área transversal.

En física, el término *tensión* se usa para determinar la fuerza con que un cuerpo es estirado. Por ejemplo, la barra fija de la fig. 11 está sometida a tensión.

Para poder calcular el esfuerzo de tensión a que está sometido un cuerpo, es necesario conocer el área transversal del cuerpo. Esta área transversal donde está aplicada la fuerza no se debe confundir con el área longitudinal (ver la fig. 12-a).

Las unidades más comunes del esfuerzo de tensión son gramos fuerza por centímetro cuadrado ( $g/cm^2$ ), kilogramo fuerza por centímetro cuadrado ( $Kg/cm^2$ ), newtons por metro cuadrado ( $N/m^2$ ), newtons por centímetro cuadrado ( $N/cm^2$ ), y en el sistema inglés, libras fuerza por pulgada cuadrada ( $lg/pulg^2$ ).

Al aplicar una fuerza en un cuerpo, ésta tiende a deformarlo. Esta deformación, por lo anteriormente expuesto, depende de la magnitud de la fuerza.

Si queremos conocer la cantidad por cada unidad e longitud, debemos calcular la *deformación unitaria* por medio de la siguiente ecuación:



Fig. 11.

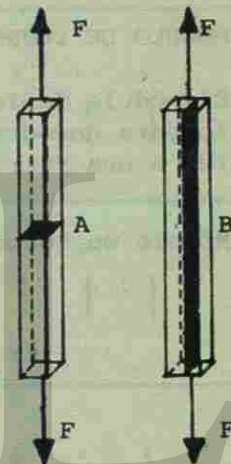
deformación unitaria ( $\epsilon$ ) =  $\frac{\text{aumento o disminución de longitud}}{\text{longitud inicial}}$

$$\epsilon = \frac{L - L_0}{L_0}$$

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

Esta deformación nos indica que por cada unidad de longitud, el cuerpo se deformará una cantidad  $\epsilon$ . Por ejemplo, si un cuerpo tiene una deformación unitaria de 0.02, quiere decir que por cada cm de longitud el cuerpo se deformará 0.02 cm.

Como la deformación unitaria es una relación de longitudes, al efectuar la operación se eliminan las unidades de tal forma que la deformación unitaria se puede expresar como (cm/cm), o bien, sin unidades.



A= área transversal  
B= área longitudinal

Fig. 12.

4-15 MÓDULO.

El *módulo* se define como la relación que existe entre el esfuerzo de tensión y la deformación unitaria.

$$M = \sigma/\epsilon \quad (10)$$



donde M es el módulo,  $\sigma$  es el esfuerzo de tensión y  $\epsilon$  es la deformación unitaria.

Tomando como base que la deformación unitaria no tiene unidades, el módulo se expresa en las unidades del esfuerzo de tensión.

#### 4-16 MÓDULO DE YOUNG.

El módulo de Young es una constante que nos facilita el cálculo para encontrar deformaciones en algún cuerpo que está sometido a una fuerza de tensión.

$$\text{Módulo de Young} = \frac{\text{esfuerzo de tensión}}{\text{deformación unitaria}}$$

$$\gamma = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$\gamma = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L_0}}$$

A continuación se dan algunos valores característicos del módulo de Young para diversos materiales.

TABLA 4-4. MÓDULO DE YOUNG. LÍMITE ELÁSTICO. PUNTO DE RUPTURA.

Material	Módulo de Young		Límite elástico $\epsilon$		Punto de ruptura P	
	dinas/cm <sup>2</sup>	lib/pulg <sup>2</sup>	dinas/cm <sup>2</sup>	lib/pulg <sup>2</sup>	dinas/cm <sup>2</sup>	lib/pulg <sup>2</sup>
Acero (Bando)	19,2x10 <sup>11</sup>	27,9x10 <sup>6</sup>	17-21x10 <sup>8</sup>	25-30x10 <sup>3</sup>	34-41x10 <sup>8</sup>	56-60x10 <sup>3</sup>
Aluminio	7	10,2 "	13 "	19 "	15 "	22 "
Cobre	12,5 "	18,0 "	1-10 "	15-15 "	23-47 "	32-67 "
Latón	9,2 "	13,09 "	7-15 "	10-22 "	35-60 "	51-56 "
Hierro	21,0 "	30,0 "	15-18 "	21-26 "	30-37 "	45-42 "
Tendón (hum)	1,6 "	2,3 "	" "	" "	6,2-6,4 "	9,0-9,2 "
Músculo (hum)	0,009 "	0,013 "	" "	" "	0,35-0,4 "	0,5-0,6 "
Hueso (tensión)	22 "	32 "	" "	" "	9-12 "	13-17 "
Hueso (comp)	22 "	32 "	" "	" "	3,10 "	4-23 "
Nervio	0,850 "	0,2680 "	" "	" "	1,38 "	2,00 "
Vena	0,0085 "	0,0123 "	" "	" "	0,18 "	0,26 "
Arteria	0,0085 "	0,007 "	" "	" "	0,14 "	0,20 "



Aunque la dilatación térmica y la elasticidad son propiedades características, no son muy útiles en la investigación de nuevas sustancias. Afortunadamente hay otras propiedades que son mucho más fáciles de identificar y que no requieren muestras de iguales dimensiones. No tenemos siquiera, en algunos casos, que conocer la masa total de la muestra, como en el caso de la densidad.



#### AUTOEVALUACIÓN.

- 1.- a) ¿Cuál es la masa de 2 centímetros cúbicos de aluminio?; b) ¿cuál es la masa de 3 decímetros cúbicos de aluminio?  
{a) 5.4 Kg                      b) 8.1 Kg}
- 2.- Un cuerpo de aluminio pesa 45 Kg. ¿Cuál es su volumen?  
{ $V = 16666.7 \text{ cm}^3$ }
- 3.- Una mina produce 95 Kg de oro diariamente. ¿Cuál es el volumen que ocupa ese oro?  
{ $V = 5922.3 \text{ cm}^3$ }
- 4.- Calcular el peso específico de una pieza de máquina que ocupa un volumen de 3 decímetros cúbicos y pesa 24 Kg?  
{ $P_e = 8 \text{ g/cm}^3$ }
- 5.- ¿Cuál es el peso específico del mármol, si  $5 \times 10^3 \text{ cm}^3$  de dicho material pesan 15 Kg?  
{ $P_e = 3 \text{ g/cm}^3$ }
- 6.- Calcular la densidad de una sustancia que tiene una masa de 86 Kg y un volumen de  $8000 \text{ cm}^3$ .  
{ $\rho = 10.75 \text{ g/cm}^3$ }
- 7.- Un cuerpo de forma cúbica tiene una masa de 720 g. Si las dimensiones del cubo son: largo 15 cm, ancho 6 cm y altura 4 cm, calcular la densidad de dicho cuerpo.  
{ $\rho = 2 \text{ g/cm}^3$ }
- 8.- Un cuerpo está hecho de un material que ocupa un volumen de  $12 \text{ cm}^3$ . Si la masa es de 231.6 g, calcular:  
a) la densidad del cuerpo. b) Identificar el material según los datos.  
{a)  $\rho = 19.3 \text{ g/cm}^3$       b) oro}
- 9.- Calcular la masa de una varilla circular de 4 cm de diámetro que tiene una longitud de 2 m, si dicha varilla es de hierro de fundición.  
{ $m = 19.1 \text{ Kg}$ }



- 10.- Calcular la masa de un trozo de plata que ocupa un volumen de  $18 \text{ cm}^3$ .  
{ $m = 189 \text{ g}$ }
- 11.- Una varilla de cobre tiene un diámetro de  $1.27 \text{ cm}$  y una longitud de  $40 \text{ cm}$ . a) ¿Cuál es el volumen que ocupa dicha varilla? b) ¿Cuál es su masa? c) Si el kilogramo de cobre costara  $\$125.00$ , ¿cuánto costaría la varilla?  
{a)  $V = 50.65 \text{ cm}^3$  b)  $m = 446 \text{ g}$  c)  $\$ 55.71$ }
- 12.- Un cuerpo tiene un volumen de  $150 \text{ cm}^3$  y una masa de  $0.275 \text{ Kg}$ . Calcular su peso específico.  
{ $\rho = 1.83 \text{ g/cm}^3$ }
- 13.- Un cuerpo de hierro de  $600 \text{ cm}^3$  se encuentra aplicando una fuerza normal en el piso. ¿Cuál es el valor de dicha fuerza normal?  
{ $N = 4.56 \text{ Kg}$ }
- 14.- Calcular el peso de un cuerpo de aluminio de forma cúbica que tiene  $10 \text{ cm}$  por lado.  
{ $w = 2.7 \text{ Kg}$ }
- 15.- Un cilindro de hierro de  $8 \text{ cm}$  de diámetro y  $12 \text{ cm}$  de altura se encuentra sumergido en una alberca. a) Calcular el volumen del cilindro. b) Calcular su peso.  
{ $V = 603 \text{ cm}^3$  b)  $w = 4.582 \text{ Kg}$ }
- 16.- Calcular la densidad de una sustancia que tiene una masa de  $86 \text{ g}$  y un volumen de  $12.4 \text{ cm}^3$ .  
{ $\rho = 6.94 \text{ g/cm}^3$ }
- 17.- Un cuerpo de forma cúbica tiene una masa de  $1800 \text{ g}$ . Si las dimensiones del cubo son:  $15 \text{ cm}$  de largo,  $6 \text{ cm}$  de ancho y  $4 \text{ cm}$  de altura, calcular la densidad de dicho cuerpo.  
{ $\rho = 5 \text{ g/cm}^3$ }
- 18.- Un cuerpo está hecho de un material que ocupa un volumen de  $30 \text{ cm}^3$ . Si la masa es de  $218.4 \text{ g}$ , identificar el tipo de material que es.  
{Estaño fundido}

- 19.- Calcular la masa de una varilla circular de  $4 \text{ cm}$  de diámetro que tiene una longitud de  $8 \text{ m}$ , si dicha varilla es de hierro de fundición.  
{ $m = 76.365 \text{ Kg}$ }
- 20.- Una varilla de cobre tiene un diámetro de  $1.27 \text{ cm}$  y una longitud de  $140 \text{ cm}$ . Calcular: a) el peso de la varilla, b) el peso si la varilla fuera de hierro, c) el peso si la varilla fuera de aluminio.  
{a)  $w = 1,560 \text{ Kg}$  b)  $w = 1.347 \text{ Kg}$  c)  $w = 479 \text{ g}$ }
- 21.- Calcular el aumento de longitud de una barra de cobre de  $600 \text{ cm}$  de largo, cuando se calienta desde  $15^\circ\text{C}$  hasta  $35^\circ\text{C}$ .  
{ $\Delta L = 0.204 \text{ cm}$ }
- 22.- A una varilla de cobre de  $3 \text{ m}$  de largo y  $2.5 \text{ cm}$  de diámetro se le aumenta la temperatura desde  $25^\circ\text{C}$  hasta  $125^\circ\text{C}$ . Calcular: a) el aumento de longitud, b) la longitud final, c) el aumento de volumen y d) el volumen final.  
{a)  $\Delta L = 0.51 \text{ cm}$  b)  $L = 300.51 \text{ cm}$  c)  $V = 7.51 \text{ cm}^3$  d)  $V = 1479.38 \text{ cm}^3$ }
- 23.- Una varilla de  $6 \text{ m}$  de longitud a una temperatura de  $28^\circ\text{C}$  se le aumenta la temperatura hasta  $40^\circ\text{C}$ . Calcular el incremento de longitud y la longitud final si la varilla es de: a) hierro, b) cobre, c) aluminio y d) latón.  
{a)  $L = 0.08 \text{ cm}$ ,  $L = 600.08 \text{ cm}$   
b)  $L = 0.12 \text{ cm}$ ,  $L = 600.12 \text{ cm}$   
c)  $L = 0.17 \text{ cm}$ ,  $L = 600.17 \text{ cm}$   
d)  $L = 0.14 \text{ cm}$ ,  $L = 600.14 \text{ cm}$ }
- 24.- Se tienen  $80 \text{ l}$  de benceno a  $25^\circ\text{C}$ . ¿En cuánto se incrementará el volumen, si se le aumenta la temperatura hasta  $45^\circ\text{C}$ ?  
{ $v = 1.98 \text{ l}$   $v = 81.98 \text{ l}$ }
- 25.- A  $600 \text{ cm}^3$  de acetona a  $15^\circ\text{C}$ , se le incrementa la temperatura hasta  $50^\circ\text{C}$ . ¿Cuál será el nuevo volumen?  
{ $V = 631.29 \text{ cm}^3$ }



26.- Se le aplica una fuerza de 10 N a un cuerpo que está sostenido de una viga con un resorte. Esa fuerza le produce una deformación de 1.5 cm al resorte. ¿Cuánto se deformará si se le aplica una fuerza de 15 N?  
{ $x = 2.25 \text{ cm}$ }

27.- Un cuerpo pende de un resorte colocado en un techo. Si el peso del cuerpo es de 6 Kg y el alargamiento del resorte es de 3 cm. Calcular: a) la constante de proporcionalidad, b) el alargamiento del resorte si se aplicamos un cuerpo de 8 Kg, c) suponiendo que el resorte no pasa su límite elástico, ¿cuánto se deformará si se aplicamos un cuerpo de 20 Kg?

{a)  $K = 2 \text{ Kg/cm}$     b)  $x = 4 \text{ cm}$     c)  $x = 10 \text{ cm}$ }

28.- Si la constante de un resorte es de 4.5 g/cm. Calcular la fuerza que hay que aplicar para producir una deformación de: a) 10 cm, b) 4 cm, c) 12 cm.

{a)  $w = 45 \text{ Kg}$     b)  $w = 18 \text{ Kg}$     c)  $w = 54 \text{ Kg}$ }

29.- A un resorte se le agrega peso al extremo libre. Si se le agrega un peso de 2 Kg, el resorte se deforma 1 cm. Calcular la fuerza que tenemos que aplicar para producir una deformación de: a) 6 cm, b) 4 cm, c) 8 cm.

{a)  $w = 12 \text{ Kg}$     b)  $w = 8 \text{ Kg}$     c)  $w = 16 \text{ Kg}$ }

30.- En un dinamómetro, al aplicarle un cuerpo de 1.6 Kg se le produce una deformación de 1.2 cm. ¿Cuánto se deformará si le aplicamos un peso de 2.5 Kg?

{ $1.875 \text{ cm}$ }

31.- Se desea graduar un dinamómetro que tiene un resorte con una constante de 0.75 Kg/cm. ¿A qué distancia del origen tendríamos que marcar el punto donde estaría a) 1 Kg, b) 2 Kg, c) 3 Kg, d) 4 Kg, e) 5 Kg, f) 10 Kg?

{a)  $x = 1.33 \text{ cm}$     b)  $x = 2.67 \text{ cm}$     c)  $x = 4 \text{ cm}$   
d)  $x = 5.33 \text{ cm}$     e)  $x = 6.67 \text{ cm}$     f)  $x = 13.33 \text{ cm}$ }

32.- Una muestra de una varilla es sometida a una prueba mecánica de compresión. Si se le aplica una fuerza de 300 Kg y le produce una deformación de 0.3 cm, encontrar la fuerza máxima que se tiene que aplicar para producirle una deformación de 0.8 cm.  
{ $F = 800 \text{ Kg}$ }

33.- Calcular el esfuerzo de tensión para una varilla cuadrada de 1.27 cm en cada uno de sus lados, a la cual se le aplica una fuerza en sus extremos de 1500 Kg.  
{ $\sigma = 930 \text{ Kg/cm}^2$ }

34.- Calcular el esfuerzo de tensión producido por un cuerpo de 800 Kg que se cuelga de una varilla circular de 2.00 m de largo y 1.27 cm de diámetro.  
{ $\sigma = 632 \text{ Kg/cm}^2$ }

35.- Calcular la fuerza máxima que se puede aplicar a un cuerpo, si el esfuerzo de compresión es de  $1200 \text{ Kg/cm}^2$  y el área es de  $4 \text{ cm}^2$ .  
{ $F = 4800 \text{ Kg}$ }

36.- Un cuerpo que tiene una longitud de 75 cm es sometido a una fuerza de tensión de 900 Kg y ésta le produce una deformación de 6 cm. Calcular la deformación unitaria para este cuerpo.  
{ $\epsilon = 0.08$ }

37.- Un tubo es sometido a una prueba de tensión. Su longitud inicial es de 25 cm y su longitud final es de 28 cm. Calcular la deformación unitaria.  
{ $\epsilon = 0.12$ }

38.- Una varilla tiene una longitud de 40 cm antes de ser sometida a una prueba de tensión. Si después de haber sometido la varilla a dicha prueba mide 44 cm, ¿cuál es la deformación unitaria?  
{ $\epsilon = 0.1$ }



- 39.- Una varilla de 6 cm de longitud y un diámetro de 1.27 cm es sometido a una prueba. Después de la prueba, la varilla tiene una longitud de 4.6 cm. Calcular: a) la deformación unitaria, b) ¿de qué naturaleza era la prueba a la que fue sometida la varilla?  
 {a)  $\epsilon = 0.23$  b) compresión}
- 40.- Calcular el módulo de un material que tiene un esfuerzo de  $750 \text{ Kg/cm}^2$  y una deformación unitaria de 0.03.  
 {M=  $25000 \text{ Kg/cm}^2$ }
- 41.- Una varilla circular tiene 1.27 de diámetro y es sometida a una prueba de tensión con una fuerza de 600 Kg. Calcular: a) el esfuerzo de tensión, b) si la deformación producida por la fuerza es de 3 cm y la longitud inicial es de 300 cm, calcular la deformación unitaria y c) calcular el módulo del material.  
 {a)  $\sigma = 474 \text{ Kg/cm}^2$  b)  $\epsilon = 0.01$  c) M=  $47400 \text{ Kg/cm}^2$ }
- 42.- Si un material tiene un módulo de  $1.95 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$  y una deformación unitaria de 0.02. Calcular: a) el esfuerzo a que está sometido ese material, b) si el material tiene un área de 5 cm<sup>2</sup>, ¿cuál es la fuerza aplicada?  
 {a)  $\sigma = 3.9 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$  b) F=  $1.95 \times 10^5 \text{ Kg}$ }
- 43.- Un material con módulo de  $1.27 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$  es sometido a tensión. Calcular: a) el esfuerzo de tensión si la deformación unitaria es de 0.04; b) si el material tiene un área de 6 cm<sup>2</sup>, calcular la fuerza aplicada; c) si la longitud inicial es de 10 cm, calcular la longitud final, d) ¿a qué material nos referimos con dicho módulo?  
 {a)  $\sigma = 5.1 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$  b)  $3.05 \times 10^5 \text{ Kg}$   
 c) L= 10.4 cm d) cobre}
- 44.- Realizar la gráfica calor contra tiempo, partiendo del estado sólido al gaseoso, de las siguientes sustancias: a) estaño, b) mercurio, c) plomo, d) nitrógeno, e) helio, f) dióxido de azufre.

HIDROSTÁTICA.

El Queen Mary, uno de los barcos de vapor más grandes de la Gran Bretaña, se ha retirado a un museo marítimo en la costa oeste de los Estados Unidos después de haber cruzado 1000 veces el Atlántico. Su masa es de 81,000 toneladas inglesas (75 millones de kilogramos) y su máxima potencia de máquinas es de 234,000 caballos de fuerza (174 millones de watts) que le permiten una rapidez máxima de 30.63 nudos (16 metros por segundo).

OBJETIVOS.

- 1.- Definir los términos, conceptos, principios o leyes incluidos en este capítulo.
- 2.- Definir los conceptos de fluido, fluido viscoso y fluido ideal.
- 3.- Mencionar las condiciones de un líquido en reposo y en movimiento.
- 4.- Enunciar el concepto de presión y sus unidades en los sistemas c.g.s., M.K.S. e inglés.
- 5.- Resolver problemas relacionados con la ley fundamental de la hidrostática.
- 6.- Transformar de unas unidades de presión a otras.
- 7.- Escribir de memoria el valor de la presión atmosférica en cada una de las unidades de presión más usuales.



- 39.- Una varilla de 6 cm de longitud y un diámetro de 1.27 cm es sometido a una prueba. Después de la prueba, la varilla tiene una longitud de 4.6 cm. Calcular: a) la deformación unitaria, b) ¿de qué naturaleza era la prueba a la que fue sometida la varilla?  
 {a)  $\epsilon = 0.23$  b) compresión}
- 40.- Calcular el módulo de un material que tiene un esfuerzo de  $750 \text{ Kg/cm}^2$  y una deformación unitaria de 0.03.  
 {M=  $25000 \text{ Kg/cm}^2$ }
- 41.- Una varilla circular tiene 1.27 de diámetro y es sometida a una prueba de tensión con una fuerza de 600 Kg. Calcular: a) el esfuerzo de tensión, b) si la deformación producida por la fuerza es de 3 cm y la longitud inicial es de 300 cm, calcular la deformación unitaria y c) calcular el módulo del material.  
 {a)  $\sigma = 474 \text{ Kg/cm}^2$  b)  $\epsilon = 0.01$  c) M=  $47400 \text{ Kg/cm}^2$ }
- 42.- Si un material tiene un módulo de  $1.95 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$  y una deformación unitaria de 0.02. Calcular: a) el esfuerzo a que está sometido ese material, b) si el material tiene un área de 5 cm<sup>2</sup>, ¿cuál es la fuerza aplicada?  
 {a)  $\sigma = 3.9 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$  b) F=  $1.95 \times 10^5 \text{ Kg}$ }
- 43.- Un material con módulo de  $1.27 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$  es sometido a tensión. Calcular: a) el esfuerzo de tensión si la deformación unitaria es de 0.04; b) si el material tiene un área de 6 cm<sup>2</sup>, calcular la fuerza aplicada; c) si la longitud inicial es de 10 cm, calcular la longitud final, d) ¿a qué material nos referimos con dicho módulo?  
 {a)  $\sigma = 5.1 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$  b)  $3.05 \times 10^5 \text{ Kg}$   
 c) L= 10.4 cm d) cobre}
- 44.- Realizar la gráfica calor contra tiempo, partiendo del estado sólido al gaseoso, de las siguientes sustancias: a) estaño, b) mercurio, c) plomo, d) nitrógeno, e) helio, f) dióxido de azufre.

HIDROSTÁTICA.

El Queen Mary, uno de los barcos de vapor más grandes de la Gran Bretaña, se ha retirado a un museo marítimo en la costa oeste de los Estados Unidos después de haber cruzado 1000 veces el Atlántico. Su masa es de 81,000 toneladas inglesas (75 millones de kilogramos) y su máxima potencia de máquinas es de 234,000 caballos de fuerza (174 millones de watts) que le permiten una rapidez máxima de 30.63 nudos (16 metros por segundo).

OBJETIVOS.

- 1.- Definir los términos, conceptos, principios o leyes incluidos en este capítulo.
- 2.- Definir los conceptos de fluido, fluido viscoso y fluido ideal.
- 3.- Mencionar las condiciones de un líquido en reposo y en movimiento.
- 4.- Enunciar el concepto de presión y sus unidades en los sistemas c.g.s., M.K.S. e inglés.
- 5.- Resolver problemas relacionados con la ley fundamental de la hidrostática.
- 6.- Transformar de unas unidades de presión a otras.
- 7.- Escribir de memoria el valor de la presión atmosférica en cada una de las unidades de presión más usuales.



#### PROCEDIMIENTO.

- 1.- Lectura rápida y completa del capítulo para que te enteres del material a estudiar.
- 2.- Lectura para subrayar lo más importante del capítulo.
- 3.- Resumen de lo que consideres más importante del tema.
- 4.- Analiza despacio cada uno de los términos, antes de seguir con los demás objetivos.
- 5.- Analiza en forma detallada, cada uno de los ejemplos resueltos en tu texto.
- 6.- Resuelve los problemas dados en la autoevaluación, tratando de obtener las respuestas dadas al final de los problemas.
- 7.- Resuelve problemas de otros textos de Física que tengas a tu alcance, ya que la práctica en tu material, es lo que hará que obtengas mejores resultados.
- 8.- Cualquier duda que tengas no te quedes con ella, coméntala con tus compañeros, o si lo prefieres, con tu maestro.

#### PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a presentar la evaluación de esta unidad deberás entregar, en hojas tamaño carta, los problemas del capítulo VI completamente resueltos.

#### CAPÍTULO V.

#### HIDROSTÁTICA.

##### 5-1 INTRODUCCIÓN.

Algunas veces hemos estado viendo un programa de televisión en el cual los personajes caminan sobre la nieve sin hundirse, o nos hemos fijado cuando un hombre pisa una cáscara de naranja, solamente la comprime; pero si una mujer con tacones muy puntiagudos llega a pisar la cáscara de naranja, el tacón abre la cáscara y se queda con ella. Cuando queremos cortar carne, si el cuchillo no la corta, buscamos otro que tenga "filo", es decir, que tenga menor área de contacto.



Fig. 1.

##### 5-2 ESTÁTICA DE LOS FLUIDOS.

A pesar de que el término "hidrostática" significa "estática del agua", este término se aplica comúnmente para desig-



nar la estática de los fluidos en general. Un *fluido* es un cuerpo que puede desplazarse fácilmente y que cambia de forma bajo la acción de fuerzas pequeñas. Por lo tanto, un fluido incluye líquidos y gases. Pero los fluidos reales (que existen en la naturaleza) presentan siempre una especie de roce interno, o *viscosidad*, lo cual eventualmente dificulta el estudio de su comportamiento. Será útil, por lo tanto, pensar en un fluido ideal, esto es, que *no presente ninguna viscosidad*. Sustancias como el agua y el aire se aproximan bastante a un fluido ideal, mientras la miel y la glicerina presentan viscosidad elevada. En este capítulo pasaremos por alto los efectos de la viscosidad, es decir, consideraremos sólo los fluidos ideales.

Las propiedades de un líquido en reposo son:

- 1.- La superficie de un líquido en equilibrio es plana y horizontal.
- 2.- La fuerza ejercida por un líquido sobre una superficie cualquiera, es siempre perpendicular a esta superficie.
- 3.- Si en un recipiente echamos diversos líquidos, se establece el equilibrio colocándose unos sobre otros, según el orden de sus masas específicas (densidades), y así, el más denso se coloca en el fondo, con sus superficies planas y horizontales.

### 5-3 PRESIÓN.

Los casos mostrados en la introducción son ejemplos simples del concepto presión.

En el primer ejemplo, los zapatos están diseñados para caminar entre la nieve, ya que el área sobre la cual descansa el peso del cuerpo es mayor que la del zapato común.

Analizando este caso, nos daremos cuenta de que la persona está aplicando una fuerza en sentido vertical hacia abajo (su peso) sobre sus zapatos, de tal forma que el peso se distribuirá en toda el área de los zapatos, y por supuesto, sobre la nieve. Sería muy distinto si fuera el zapato común, en el cual existieran más posibilidades de hundirse.

En general, toda fuerza que está aplicada sobre una superficie provocará una presión. Por lo tanto, *presión* se define como *la fuerza aplicada por unidad de área*.

Algebraicamente:

$$\text{Presión} = \frac{\text{fuerza}}{\text{área}}$$

$$P = \frac{F}{A} \quad (1)$$

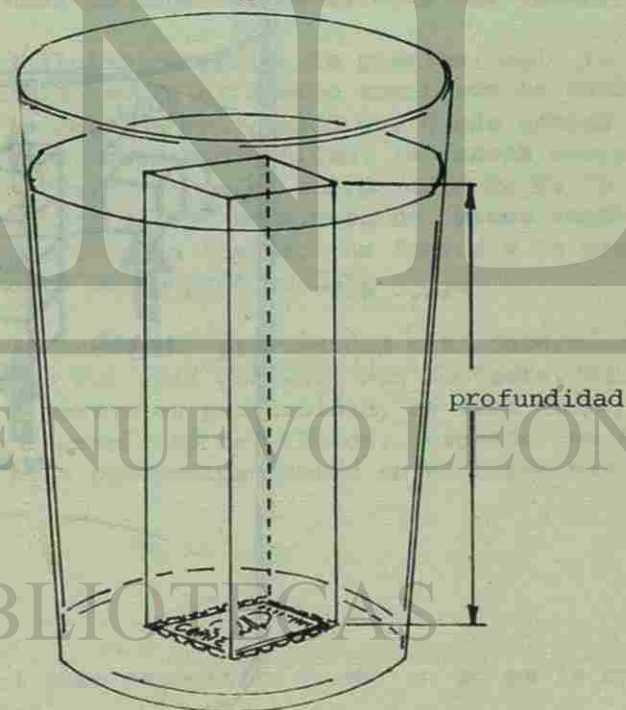


Fig. 2.



Cuando se introduce un cuerpo en un recipiente con agua, éste se ve afectado por el peso de la columna que está sobre su superficie (ver fig. 2), de tal forma que esa columna ejercerá una presión sobre el cuerpo, que será igual a la fuerza (peso de la columna de agua) entre el área del cuerpo.

El peso del agua determina la presión; así, la fuerza que ejerce el líquido sobre el cuerpo sumergido es causada por el peso de la columna de agua que queda encima de él. Si éste estuviera a

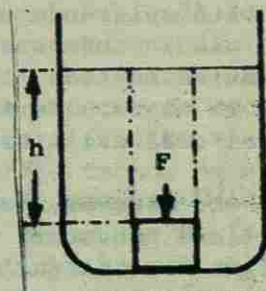


Fig. 3.

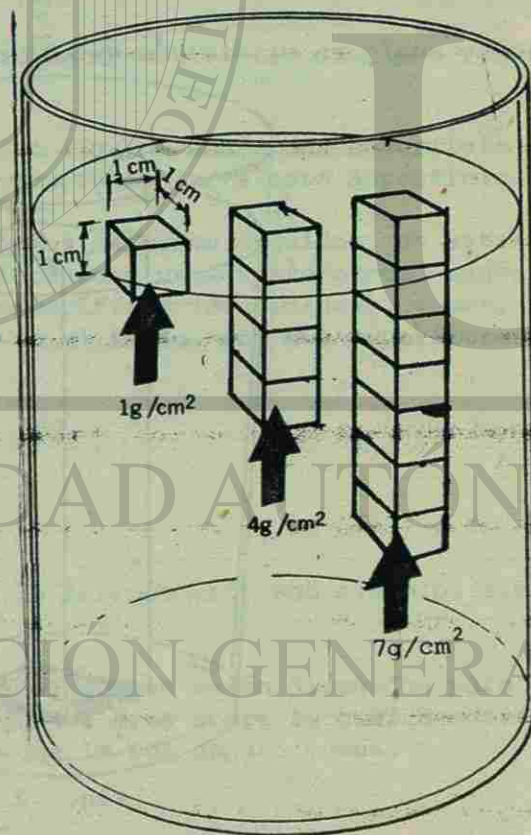


Fig. 4.

doble profundidad, la fuerza sobre él se duplicaría. La presión sobre el cuerpo depende de la fuerza y del área, y como el cuerpo permanece del mismo tamaño, la presión sólo depende de la fuerza, la fuerza y la presión dependen directamente de la profundidad.

#### 5-4 ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTÁTICA.

Analicemos la variación de la presión en el interior de un fluido. A medida que un cuerpo se va profundizando, la presión va aumentando. Esto se debe a que el cuerpo es afectado por el peso de la columna del líquido que está sobre la superficie (ver fig. 2), de tal forma que esa columna ejercerá una presión sobre el cuerpo, que será igual a la fuerza (peso de la columna de agua) entre el área del cuerpo.

El peso del fluido determina la presión; así, la fuerza que ejerce el fluido sobre el cuerpo sumergido es causada por el peso de la columna del fluido que queda encima de él. Si este estuviera a doble profundidad, la fuerza sobre él se duplicaría. La presión sobre el cuerpo depende de la fuerza y del área, y como el cuerpo permanece del mismo tamaño, la presión sólo depende de la fuerza. La fuerza y la presión dependen directamente de la profundidad.

La presión a cualquier profundidad está determinada por el peso del fluido que está encima. Por lo tanto, para calcular la presión a cualquier profundidad, se debe multiplicar ésta por el peso específico del fluido, cuidando que las unidades del área y la profundidad estén en el mismo sistema.

$$P_e = M_e g$$

$$= \rho g$$

(2)

donde  $P_e$  es el peso específico y  $M_e$  o  $\rho$  es la masa específica o densidad.



Por lo tanto, tenemos que el peso del fluido sería:

$$w = \rho qv \quad (3)$$

Por medio de esta ecuación podemos calcular la presión, ya que  $p = F/A$  (ecuación 1) y el peso  $w$  es una fuerza aplicada sobre la superficie del cuerpo. Esto quedaría:

$$p = \frac{w}{A}$$

$$= \frac{\rho qv}{A}$$

y  $v = A \times h$ , donde  $A$  es el área de la base (1 cm x 1 cm) y  $h$  es la altura del fluido. Por lo tanto,

$$p = \rho gh \quad (4)$$

Con esta ecuación podemos calcular la presión provocada sólo por la columna del fluido (figuras 2, 3 y 4) desde la superficie. Si tomamos dos puntos que estén a distinta profundidad, como los puntos A y B de la fig. 4, tendríamos una  $p_A$  en el punto A y una  $p_B$  en el punto B.

En la figura podemos ver que la  $p_A > p_B$  y queremos calcular el aumento que experimenta la presión, cuando baja el cuerpo del punto A al B. Estos dos puntos estarán ejerciendo 2 fuerzas,  $F_A$  y  $F_B$  y el prisma formado entre A y B tiene un peso  $w$ . El peso  $w$  y la  $F_A$  van dirigidas hacia abajo y la fuerza  $F_B$  va dirigida hacia arriba; como éstas están en equilibrio, tenemos:

$$F_B = F_A + w \quad (5)$$

$$F_A = p_A \times A;$$

$$F_B = p_B A \quad \text{y} \quad w = \rho ghA$$

sustituyendo,

$$p_B A = p_A A + \rho ghA$$

$$p_B = p_A + \rho gh \quad (6)$$

A esta ecuación se le llama *ecuación fundamental de la hidrostática*. Si el punto A está en la superficie del fluido, esta expresión quedaría:

$$p_B = \rho gh \quad (7)$$

Y considerando que fuera de un recipiente que contiene un fluido, está afectado por la presión atmosférica (fig. 8). La presión en cualquier punto situado a una profundidad  $h$ , la ecuación fundamental de la hidrostática, nos quedaría:

$$p_B = p_a + \rho gh \quad (8)$$

donde  $p_a$  es la presión atmosférica,  $\rho$  es la densidad,  $g$  el valor de la gravedad y  $h$  la profundidad en el fluido.

A la presión calculada con la ecuación 8 se le llama *presión absoluta* y la calculada con la ecuación 7 se le denomina *presión manométrica*. Es decir, la presión manométrica es sólo la presión del fluido y la presión absoluta es la presión total, la suma de la presión atmosférica y la presión manométrica.

$$p_m = \rho gh$$

$$p_{ab} = p_a + p_m$$

$$= p_a + \rho gh$$



5-5 UNIDADES DE PRESIÓN.

Las unidades en que normalmente se mide la presión son unidades de fuerza entre unidades de área: newtons/cm<sup>2</sup> (N/cm<sup>2</sup>), kilogramos/cm<sup>2</sup> (Kg/cm<sup>2</sup>), kilogramos/metro<sup>2</sup> (Kg/m<sup>2</sup>), dinas/cm<sup>2</sup>, dinas/mm<sup>2</sup>, etc.

Otras unidades de presión muy frecuentes son: el milímetro de mercurio, el torricelli (*torr*) y la atmósfera (*Atm*). Un torr es la presión que ejerce una columna de mercurio de 1 mm de altura sobre una base cualquiera. Esta unidad es utilizada en experimentos de mucha precisión.

La atmósfera es para medir presiones más elevadas, como por ejemplo en calderas, compresoras, etc.

$$\begin{aligned} 1 \text{ atm} &= 760 \text{ mm de mercurio} \\ &= 76 \text{ cm de mercurio} \\ &= 1.033 \text{ Kg/cm}^2 \\ &= 10.13 \text{ N/cm}^2 \\ &= 1.013 \times 10^6 \text{ dinas/cm}^2 \end{aligned}$$

Existen además, unas unidades empleadas en los servicios meteorológicos, los *bars* y *milibars*.

$$\begin{aligned} 1 \text{ bar} &= 10^6 \text{ dinas/cm}^2 \\ &= 10^5 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ milibar} &= 10^3 \text{ dinas/cm}^2 \\ &= 10^2 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ atm} &= 1.013 \text{ bars} \\ &= 1,013 \text{ milibars} \\ &= 1.013 \times 10^3 \text{ milibars} \end{aligned}$$

Ejemplo 1.

Se aplica una fuerza normal (perpendicular a la superficie) de 50 Kg sobre una mesa de 1 m<sup>2</sup> de superficie. ¿Cuál será la presión sobre la mesa, si la fuerza está distribuida en toda el área?

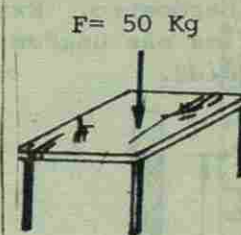


Fig. 5.

Datos: F= 50 Kg, A= 1 m<sup>2</sup>

Solución:

Por la ecuación 1, tenemos:

$$\begin{aligned} P &= \frac{F}{A} \\ &= \frac{50 \text{ Kg}}{1 \text{ m}^2} \\ &= 50 \text{ Kg/m}^2 \end{aligned}$$

Ejemplo 2.

¿Cuál será la fuerza que recibe un cuerpo que está sometido a una presión de 90 N/m<sup>2</sup> y tiene un área de 1.25 m<sup>2</sup>?

Datos: P= 90 N/m<sup>2</sup>, A= 1.25 m<sup>2</sup>

Solución:

Por la ecuación 1, tenemos:

$$\begin{aligned} P &= \frac{F}{A} \\ F &= PA \\ &= 90 \text{ N/m}^2 \times 1.25 \text{ m}^2 \\ &= 112.5 \text{ N} \end{aligned}$$



5-6 INSTRUMENTOS CON QUE SE MIDE LA PRESIÓN.

La presión atmosférica se mide por medio de un instrumento llamado barómetro. Existen varios tipos de barómetros pero son dos los más usados: el barómetro de mercurio y el barómetro anaeroide.

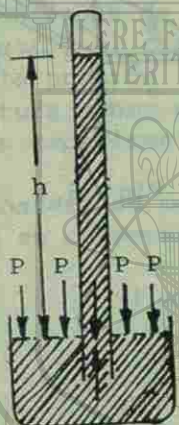


Fig. 6.



Fig. 7.

El barómetro de mercurio fue inventado por el físico italiano Torricelli hace unos 300 años. Este instrumento es de fácil construcción, ya que sólo consta de un tubo de 80 cm (aproximadamente) de largo y una cubeta para llenarla de mercurio (fig. 6). Se llena completamente el tubo y se tapa el extremo (fig. 7). Se invierte e introduce en la cubeta con mercurio, se destapa el nivel del mercurio de la cubeta.

Este experimento de Torricelli demuestra que una columna de aire de  $1 \text{ cm}^2$  de sección transversal y que llega hasta la parte más elevada de la atmósfera, es igual al peso de una columna de mercurio de la misma sección transversal y de 76 cm de altura.

El barómetro anaeroide es otro aparato pequeño que sirve para medir la presión atmosférica.

Como la presión atmosférica disminuye conforme la altura aumenta, este instrumento puede utilizarse como altímetro y es colocado en los aeroplanos.

Este instrumento se ha perfeccionado tanto que puede medir variaciones de altura hasta de 0.3 m (1 pie).

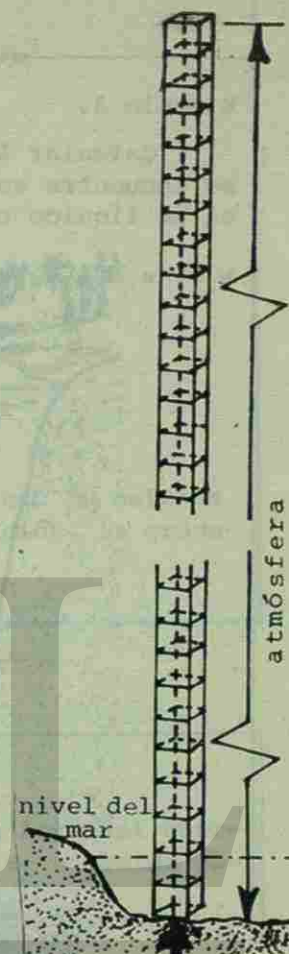
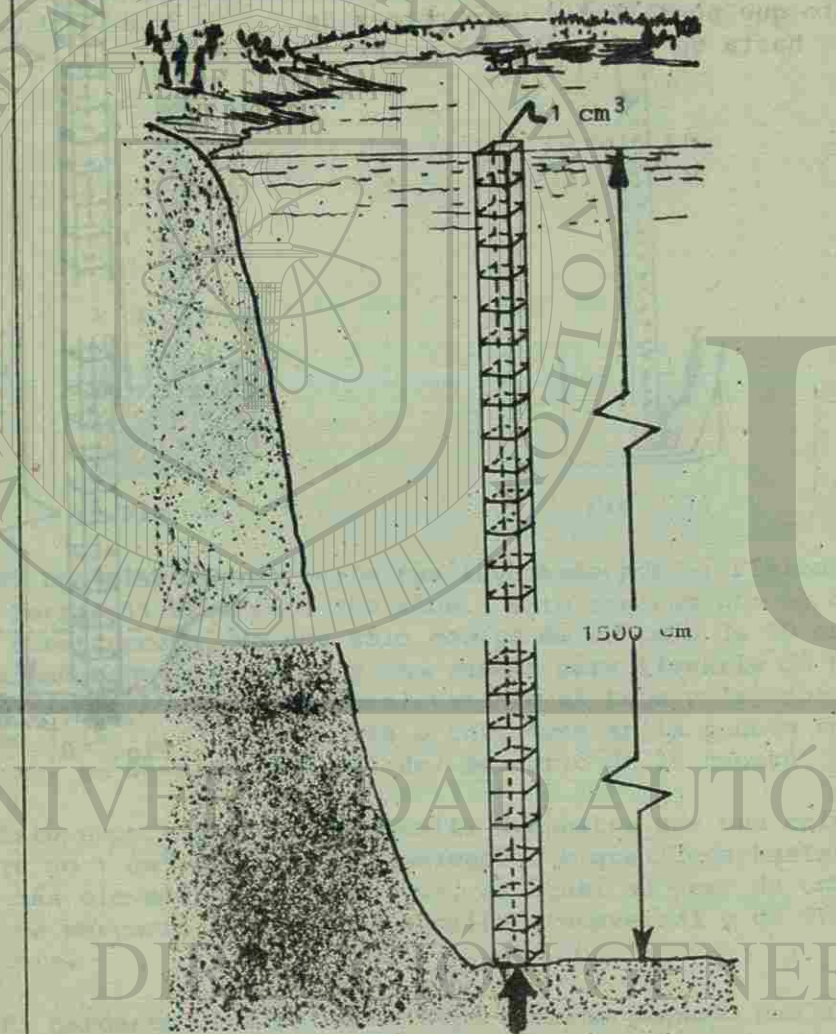


Fig. 8.

Ejemplo 3.

Calcular la presión ejercida en un cuerpo que se encuentra sumergido a una profundidad de 15 m, en un líquido cuya densidad es de  $1.03 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$ .



Datos:  $h = 15 \text{ m}$   $\rho = 1.03 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$

Solución:

Por la ecuación 5, tenemos:

$$\begin{aligned} P &= \rho gh \\ &= 1.03 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3 \times 10 \text{ m/seg}^2 \times 15 \text{ m} \\ &= 1.545 \times 10^5 \text{ Kg m/seg}^2 / \text{m}^2 \\ &= 1.545 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \\ &= 1.545 \times 10^4 \text{ Kg f/m}^2 \end{aligned}$$

Puedes notar que si el resultado lo quieres en  $\text{Kg f/cm}^2$ , sólo quitas de la ecuación, la gravedad.

Ejemplo 4.

Si en el ejemplo anterior, el área del cuerpo es de  $2 \text{ m}^2$ , ¿cuál sería la fuerza ejercida sobre la superficie de éste?

Datos:  $P = 1.545 \times 10^5 \text{ N/m}^2$   
 $= 1.545 \times 10^4 \text{ Kg f/m}^2$   
 $A = 2 \text{ m}^2$

Solución:

Por la ecuación 1, tenemos:

$$\begin{aligned} F &= PA \\ &= 1.545 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \times 2 \text{ m}^2 \\ &= 3.09 \times 10^5 \text{ N} \end{aligned}$$



$$F = 1.545 \times 10^4 \text{ Kgf/m}^2 \times 2 \text{ m}^2$$

$$= 3.09 \times 10^4 \text{ Kgf}$$

### Ejemplo 5.

Frecuentemente se nada a una profundidad de 3 m. ¿Cuál es la presión del agua a esa profundidad sobre cada  $\text{cm}^2$  del cuerpo? ¿Cuál sería la fuerza soportada si el cuerpo tuviera  $2000 \text{ cm}^2$  de superficie?

Datos:  $h = 300 \text{ cm}$ ,  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$

Solución:

Por la ecuación (6), tenemos:

$$P = \rho h$$

$$= 1 \text{ gf/cm}^3 \times 300 \text{ cm}$$

$$= 300 \text{ gf/cm}^2$$

$$= .3 \text{ Kgf/cm}^2$$

Para la segunda pregunta, tenemos:

$$F = PA$$

$$= .3 \text{ Kgf/cm}^2 \times 2 \times 10^4 \text{ cm}^2$$

$$= 6 \times 10^3 \text{ Kgf}$$

$$= 6000 \text{ Kgf}$$

### AUTOEVALUACIÓN.

- 1.- Calcular la presión ejercida por un cuerpo de forma rectangular que pesa 200 Kgf y sus dimensiones en su base son: 15 cm de ancho x 60 cm de largo.  
{ $P = 0.22 \text{ Kg/cm}^2$ }
- 2.- Si la fuerza normal ejercida en un cuerpo de  $800 \text{ cm}^2$  es de 150 Kg, calcular la presión ejercida por el cuerpo.  
{ $P = 0.1875 \text{ Kg/cm}^2$ }
- 3.- Un cuerpo de base rectangular está sometido a una presión de  $80 \text{ g/cm}^2$ . Si las dimensiones del cuerpo son 20 cm de largo x 8 cm de ancho, calcular la fuerza a la cual está sometido dicho cuerpo.  
{ $F = 12.8 \text{ Kg}$ }
- 4.- Calcular la fuerza que se le debe aplicar a un pistón para que la presión sea de  $4 \text{ Kg/cm}^2$ . El pistón es cilíndrico de 6 cm de diámetro.  
{ $F = 113 \text{ Kg}$ }
- 5.- Calcular el área en la cual está aplicada una fuerza de 200 N y que produce una presión de  $18.5 \text{ N/cm}^2$ .  
{ $A = 10.8 \text{ cm}^2$ }
- 6.- Una caja de 80 cm de longitud se encuentra descansada sobre el piso. Si el peso de la caja es de 400 Kgf y la presión ejercida es de  $0.20 \text{ Kg/cm}^2$ , ¿cuál será el ancho de la caja?  
{ $a = 25 \text{ cm}$ }
- 7.- Un buzo se encuentra sumergido en el mar, a una profundidad de 30 m. Calcular la presión relativa que se encuentra soportando. (Tomar como densidad del agua de mar  $1.03 \text{ g/cm}^3$  y  $g = 10 \text{ m/seg}^2$ ).  
{ $P = 3.09 \text{ Kg/cm}^2$  ó  $30.9 \text{ N/cm}^2$ }
- 8.- Si el buzo del problema anterior baja a 50 m de profundidad, a) ¿cuál será ahora la presión relativa que soportará? b) Si la presión máxima que puede soportar el buzo es de  $100 \text{ Kg/cm}^2$ , ¿a qué profundidad podrá bajar?



zo es de  $20 \text{ Kg/cm}^2$ , ¿cuál será la profundidad a la que puede bajar el buzo sin peligro?

(Nota: tomar la misma densidad del problema anterior).

{a)  $P = 5.15 \text{ Kg/cm}^2$     b)  $194.2 \text{ m}$ }

9.- Un submarino nuclear, durante una travesía, soporta sobre su casco una presión de  $100 \text{ Kg/cm}^2$ . ¿Cuál es la profundidad a la cual se sumergió?

Densidad del agua de mar =  $1.03 \text{ g/cm}^3$ .

{ $h = 971 \text{ m}$ }

10.- En el problema anterior, si el submarino tiene un área de  $400 \text{ m}^2$ , calcular la fuerza que se aplica sobre el casco del submarino.

{ $F = 4 \times 10^8 \text{ Kg}$ }

11.- Un cilindro de hierro de  $8 \text{ cm}$  de diámetro y  $12 \text{ cm}$  de altura se encuentra sumergido en una alberca. a) Calcular el volumen del cilindro. b) Calcular su peso. c) Calcular la presión que está soportando si se encuentra a una profundidad de  $2.5 \text{ m}$ . d) Calcular la fuerza que está actuando sobre sus extremos.

{a)  $v = 602.9 \text{ cm}^3$     b)  $w = 4.582 \text{ Kg}$     c)  $250 \text{ g/cm}^2$   
d)  $F = 12.56 \text{ Kg}$ }

12.- Una alberca tiene una longitud de  $20 \text{ m}$ ,  $12 \text{ m}$  de ancho y una profundidad de  $2 \text{ m}$ . a) Calcular la presión en el fondo de la alberca si el nivel del agua está a  $1.5 \text{ m}$ .

b) Calcular la fuerza que está soportando el piso de la alberca con el agua a  $1.5 \text{ m}$  de altura. c) Calcular la presión en el fondo de la alberca si se llena totalmente.

{a)  $P = 150 \text{ g/cm}^2$     b)  $F = 3.6 \times 10^5 \text{ Kg}$     c)  $P = 200 \text{ g/cm}^2$ }

13.- Calcular la presión en el fondo de una alberca que tiene  $3.5 \text{ m}$  de profundidad.

{ $P = 350 \text{ g/cm}^2$  ó  $3.5 \text{ N/cm}^2$ }

3er. SEMESTRE.

FÍSICA.

UNIDAD VII.

### PRINCIPIOS DE PASCAL Y ARQUÍMEDES.

El hecho de que los líquidos presionen hacia abajo, sobre el fondo de la vasija que los contiene, y hacia los lados sobre las paredes de la misma, es conocido hasta por aquellos que nunca han estudiado física. Pero muchos ni sospechan siquiera que los líquidos empujan también hacia arriba.

#### OBJETIVOS.

- 1.- Definir los enunciados relativos a cada uno de los términos, conceptos y principios incluidos en este capítulo.
- 2.- Enunciar el principio de Pascal.
- 3.- Resolver problemas relacionados con el principio de Pascal, a partir de los datos apropiados.
- 4.- Explicar el funcionamiento de la prensa hidráulica.
- 5.- Resolver problemas afines a la prensa hidráulica.
- 6.- Enunciar el principio de Arquímedes.
- 7.- Utilizar el principio de Arquímedes en la solución de problemas.



zo es de  $20 \text{ Kg/cm}^2$ , ¿cuál será la profundidad a la que puede bajar el buzo sin peligro?

(Nota: tomar la misma densidad del problema anterior).

{a)  $P = 5.15 \text{ Kg/cm}^2$  b)  $194.2 \text{ m}$ }

9.- Un submarino nuclear, durante una travesía, soporta sobre su casco una presión de  $100 \text{ Kg/cm}^2$ . ¿Cuál es la profundidad a la cual se sumergió?

Densidad del agua de mar =  $1.03 \text{ g/cm}^3$ .

{ $h = 971 \text{ m}$ }

10.- En el problema anterior, si el submarino tiene un área de  $400 \text{ m}^2$ , calcular la fuerza que se aplica sobre el casco del submarino.

{ $F = 4 \times 10^8 \text{ Kg}$ }

11.- Un cilindro de hierro de  $8 \text{ cm}$  de diámetro y  $12 \text{ cm}$  de altura se encuentra sumergido en una alberca. a) Calcular el volumen del cilindro. b) Calcular su peso. c) Calcular la presión que está soportando si se encuentra a una profundidad de  $2.5 \text{ m}$ . d) Calcular la fuerza que está actuando sobre sus extremos.

{a)  $v = 602.9 \text{ cm}^3$  b)  $w = 4.582 \text{ Kg}$  c)  $250 \text{ g/cm}^2$   
d)  $F = 12.56 \text{ Kg}$ }

12.- Una alberca tiene una longitud de  $20 \text{ m}$ ,  $12 \text{ m}$  de ancho y una profundidad de  $2 \text{ m}$ . a) Calcular la presión en el fondo de la alberca si el nivel del agua está a  $1.5 \text{ m}$ .

b) Calcular la fuerza que está soportando el piso de la alberca con el agua a  $1.5 \text{ m}$  de altura. c) Calcular la presión en el fondo de la alberca si se llena totalmente.

{a)  $P = 150 \text{ g/cm}^2$  b)  $F = 3.6 \times 10^5 \text{ Kg}$  c)  $P = 200 \text{ g/cm}^2$ }

13.- Calcular la presión en el fondo de una alberca que tiene  $3.5 \text{ m}$  de profundidad.

{ $P = 350 \text{ g/cm}^2$  ó  $3.5 \text{ N/cm}^2$ }

3er. SEMESTRE.

FÍSICA.

UNIDAD VII.

### PRINCIPIOS DE PASCAL Y ARQUÍMEDES.

El hecho de que los líquidos presionen hacia abajo, sobre el fondo de la vasija que los contiene, y hacia los lados sobre las paredes de la misma, es conocido hasta por aquellos que nunca han estudiado física. Pero muchos ni sospechan siquiera que los líquidos empujan también hacia arriba.

#### OBJETIVOS.

- 1.- Definir los enunciados relativos a cada uno de los términos, conceptos y principios incluidos en este capítulo.
- 2.- Enunciar el principio de Pascal.
- 3.- Resolver problemas relacionados con el principio de Pascal, a partir de los datos apropiados.
- 4.- Explicar el funcionamiento de la prensa hidráulica.
- 5.- Resolver problemas afines a la prensa hidráulica.
- 6.- Enunciar el principio de Arquímedes.
- 7.- Utilizar el principio de Arquímedes en la solución de problemas.



## PROCEDIMIENTO.

- 1.- Lectura rápida y completa del capítulo para que te enteres del material a estudiar.
- 2.- Lectura para subrayar lo más importante del capítulo.
- 3.- Resumen de lo que consideres más importante del tema.
- 4.- Analiza despacio cada uno de los términos, antes de seguir con los demás objetivos.
- 5.- Analiza en forma detallada, cada uno de los ejemplos resueltos en tu texto.
- 6.- Resuelve los problemas dados en la autoevaluación, tratando de obtener las respuestas dadas al final de los problemas.
- 7.- Resuelve problemas de otros textos de Física que tengas a tu alcance, ya que la práctica en tu material, es lo que hará que obtengas mejores resultados.
- 8.- Cualquier duda que tengas no te quedes con ella, coméntala con tus compañeros, o si lo prefieres, con tu maestro.

## PRE-REQUISITO.

Para tener derecho a presentar la evaluación de esta unidad deberás entregar, en hojas tamaño carta, los problemas del capítulo VI completamente resueltos.

## CAPÍTULO VI.

### PRINCIPIOS DE PASCAL Y ARQUÍMEDES.

#### 6-1 INTRODUCCIÓN.

Sobre Arquímedes (287-212 a.C.) y sus aportes científicos se cuentan varias historias. Una de ellas narra que el rey Herón recurrió a su pariente Arquímedes para que determinara si su corona, recientemente entregada por un orfebre, era realmente de oro puro o tenía algún otro metal. Arquímedes estaba advertido que debía hacer su investigación sin causar el menor daño o deterioro al objeto real. Se cuenta que un día, al meterse a la tina de baño, observó que el agua se desbordaba; se le ocurrió entonces que la cantidad de agua salida de la bañera correspondía al volumen de la parte de su cuerpo que estaba dentro del baño. En consecuencia, si sumergía la corona dentro del agua podría saber, por el cambio del nivel del agua, el volumen de la corona, y en esa forma compararlo con el volumen de un mismo peso de oro. Si los dos volúmenes eran iguales, la corona estaría elaborada exclusivamente de oro puro. Si la corona tenía mezclada plata o algún otro metal, el volumen no sería equivalente. "¡Eureka! ¡Eureka!" ("Lo encontré! ¡Lo encontré!") salió gritando Arquímedes al haber observado este fenómeno mientras se bañaba. De esta historia se deriva el principio que lleva su nombre.

#### 6-2 PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES.

¿Ha tenido la oportunidad de levantar rocas u otros objetos pesados bajo el agua? Si lo ha hecho, habrá notado que es mucho más fácil mover un objeto bajo el agua que fuera de



ella. ¿Qué es lo que produce la aparente diferencia en el peso de un objeto cuando está bajo el agua y cuando está fuera de ella?

Por supuesto, el hecho de que un objeto sumergido en agua parezca perder peso fue observado hace mucho tiempo por el hombre. Se hicieron intentos para explicar este misterioso fenómeno.

Un cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido es sostenido por una fuerza igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo. Esto es lo que se conoce como Principio de Arquímedes.

Resulta sencillo comprender el principio de Arquímedes. Una forma de entenderlo es colocando un cuerpo colgando de un dinamómetro el cual nos marca el peso del cuerpo, luego introduciendo el cuerpo en un recipiente que contenga agua y observamos el dinamómetro, podemos ver que el peso del cuerpo ha disminuido (ver fig. 1).

Esto tiene su explicación. Imaginemos que el cuerpo está libre en el interior del líquido (fig. 1). Este cuerpo recibe una  $F$ , debido a la presión ocasionada por el líquido que está encima y el área del cuerpo; y actúa hacia abajo.

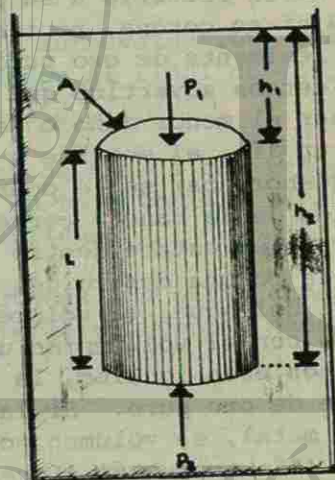


Fig. 1.

$$F_1 = P_1 A$$

$$F_2 = P_2 A$$

También recibe una fuerza  $F$  debido a la presión ocasionada por la altura  $h$ , sobre la base inferior. Esta fuerza es hacia arriba, ya que por el principio de Pascal la posición es en todas direcciones en ese punto y la única que afecta al cuerpo es la que actúa hacia arriba.

$$F_2 = P_2 A$$

$$F_2 = P_2 h_2 A$$

Como las dos fuerzas son contrarias, podemos calcular la diferencia:

$$F_A = F_2 - F_1$$

$$F_A = P_2 h_2 A - P_1 h_1 A$$

$$F_A = P_2 A (h_2 - h_1)$$

pero  $(h_2 - h_1)$  es la longitud del cuerpo y tenemos:

$$F_A = P_2 A L$$

el producto  $A L$  (área por longitud) es el volumen del cuerpo

$$F_A = P_2 V \quad (1)$$

donde  $V$  es el volumen del agua desalojada y el volumen del propio cuerpo. Por lo tanto, la fuerza ascendente que soporta un cuerpo sumergido, es igual al peso del líquido desalojado.

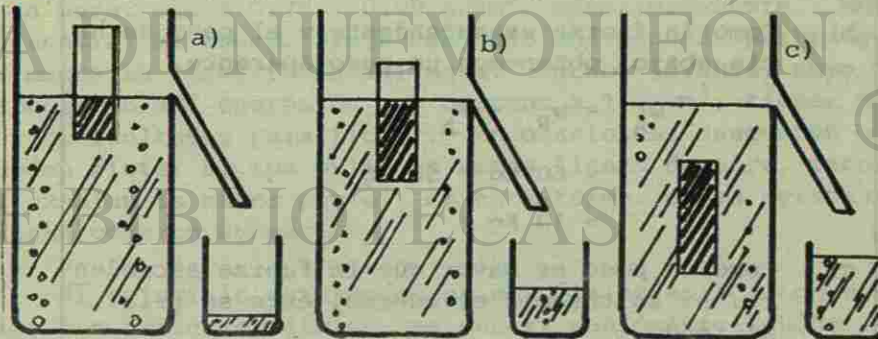


Fig. 2.



Cuando la fuerza ascendente es menor que el peso del cuerpo, ésta se va hasta el fondo y cuando se logra equilibrar, el cuerpo flota.

**Ejemplo 1.**

Un cuerpo de 60 Kg desaloja un volumen de 50 litros al sumergirse en agua. Calcular: a) la fuerza ascendente, b) si el cuerpo estuviera colgando de un dinamómetro, ¿cuánto marcaría? y c) ¿llega a flotar el cuerpo?

Datos:  $w = 60 \text{ Kg}$ ,  $V = 50 \text{ l}$ ,  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$   
 Incógnitas:  $F_A$  y  $w$  aparente.

Solución:

a) Por la ecuación (1), tenemos:

$$\begin{aligned} F_A &= \rho V \\ &= 1 \text{ g/cm}^3 \times 50 \text{ l} \\ 1 \text{ l} &= 1000 \text{ cm}^3 \\ F_A &= 1 \text{ g/cm}^3 \times 50 \text{ l} \times 10^3 \text{ cm}^3/\text{l} \\ &= 1 \text{ g/cm}^3 \times 5 \times 10^4 \text{ cm}^3 \\ &= 5 \times 10^4 \text{ g} \\ &= 50 \text{ Kg} \end{aligned}$$

b) Como la fuerza es ascendente y el peso va hacia abajo, obtenemos un peso aparente.

$$\begin{aligned} w_A &= w_R - F_A \\ &= 60 \text{ Kg} - 50 \text{ Kg} \\ &= 10 \text{ Kg} \end{aligned}$$

c) Como el peso es mayor que la fuerza ascendente, si soltáramos el cuerpo, éste se iría al fondo.

Cuando intentamos sumergir un cuerpo en un líquido, éste desplazará un cierto volumen de agua. Si seguimos sumergiendo el cuerpo, desplazará más agua. El volumen máximo que desalojará este cuerpo al sumergirse, será igual al volumen total del cuerpo, no importando la forma geométrica que tenga.

Cuando la fuerza ascendente es igual al peso del cuerpo, éste se quedará en equilibrio en la posición en que lo dejamos. Pero si la fuerza ascendente es menor que el peso ( $F_A < w$ ), el cuerpo se irá hasta el fondo del depósito.

Una de las explicaciones más interesantes del principio de Arquímedes se encuentra en el funcionamiento de un submarino. Una nave que pesa unas 3000 toneladas. Primero se ve flotando, está en la superficie. Por lo que se sabe, este cuerpo flotante debe desplazar 3000 toneladas de agua.

Para lograr que vaya al fondo, se deja entrar agua de mar en unos tanques especiales colocados en el submarino. La embarcación se vuelve más pesada de modo que se hunde más y más. Con esto, el peso total de la nave es casi el mismo que el del agua desplazada por la nave. Ahora, la fuerza de empuje es menor que el peso de todo el objeto, por lo que el submarino se hunde. Se requieren cuidadosos ajustes para impedir que se hunda demasiado.

Cuando nadamos, las fuerzas que recibe nuestro cuerpo ilustran el principio de Arquímedes. El cuerpo humano tiene un peso específico promedio, ligeramente menor que el del agua pura, entre 0.78 y 0.99  $\text{g/cm}^3$ , aproximadamente. En consecuencia, el cuerpo flota con sólo una pequeña parte (generalmente la cara) fuera del agua. Muchos jóvenes, cuyo peso específico del cuerpo es muy cercano a  $1 \text{ g/cm}^3$ , tienen grandes dificultades para flotar. En ocasiones, descubren que pueden flotar si sus pulmones están llenos de aire, pero no si exhalan la mayor parte. En esta forma, estas personas funcionan como un submarino.

El principio de Arquímedes no sólo se aplica con el agua sino con cualquier fluido, es decir, cualquier líquido o gas.



### 6-3 DESPLAZAMIENTO.

Los barcos, al flotar, desplazan agua aunque no pueda medirse elevación alguna en el océano. Pero lo podemos observar cuando se coloque una pelota de hule en un recipiente que contenga agua a un nivel prefijado.

Investigaciones similares se han hecho desde hace siglos y la conclusión ha sido siempre la misma:

*Cuando un objeto flota en el agua, desplaza un peso de agua igual al peso del objeto.*

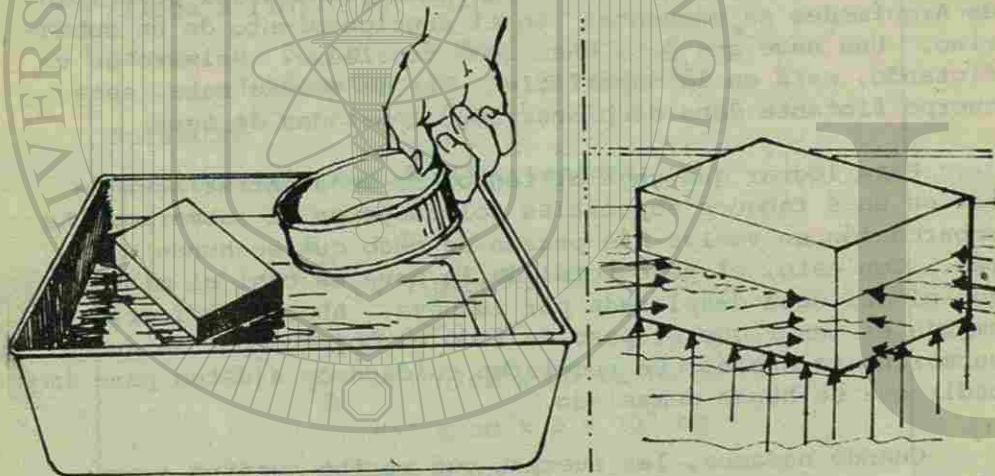


Fig. 2.

Existe el peso del cuerpo hacia abajo, pero ¿cuál es la fuerza hacia arriba que equilibra el peso de los cuerpos que se encuentran flotando?

Quizás al nadar hayas sentido las fuerzas que existen bajo el agua. Los sentidos de las fuerzas bajo el agua están indicados por las flechas a los lados del bloque. Las fuerzas opuestas que están sobre los lados opuestos, se equilibran entre sí, pero, ¿qué se puede decir de las fuerzas en el fondo del bloque? La fuerza hacia arriba que hace que el

cuerpo flote se le llama *fuerza de empuje*.

*La fuerza de empuje es igual al peso del objeto que sostiene; y esta fuerza es debida a la presión que está soportando el cuerpo.*

Un cuerpo cuya densidad media es menor que la del líquido en el cual se sumerge, puede flotar parcialmente en ese líquido. En este caso, el cuerpo se hundirá hasta que su peso quede equilibrado con la fuerza de empuje. Según el principio de Arquímedes, esa fuerza de empuje es igual al peso del líquido desalojado. Por lo tanto, el peso del líquido desalojado deberá ser igual al peso total del cuerpo flotante. Decir que un buque desplaza 10,000 toneladas de agua, es simplemente otra forma de expresar el peso del buque cargado, que será igual a 10,000 toneladas.

### 6-4 PRINCIPIO DE PASCAL.

Blaise Pascal (1623-1662) fue uno de los más extraordinarios científicos y experimentadores. Su genial mentalidad es el gran antecedente de las máquinas calculadoras y los aparatos hidráulicos, la geometría, la estadística y el cálculo fueron ampliamente enriquecidos por el pensamiento de este científico. En 1639, su padre fue nombrado recaudador de impuestos de Roven. Pascal fue testigo de lo difícil y agotador de aquel trabajo, e inventó una máquina calculadora que aliviara la excesiva actividad de su padre. En 1652, tenía un modelo en producción; fue ésta la primera máquina calculadora digital.

Otra de las investigaciones de este científico se conoce precisamente como el *principio de Pascal*: "La presión ejercida en cualquier lugar de un líquido contenido en un recipiente cerrado, se trasmite sin disminuir por todo el líquido y actúa en ángulo recto con respecto a todas las superficies del recipiente sin importar el área sobre la que se ejerce la presión". También se puede expresar: "Si se aplica un incre



mento de presión en cualquier punto de un fluido confinado, este incremento se trasmite sin disminuir a todas las partes del fluido y a las paredes del recipiente que lo contiene".

Para entender la razón de esto, sólo es necesario observar que cualquier incremento en la presión aplicado en un punto del fluido, debe originar un incremento igual en todos los demás puntos ya que de acuerdo con la ley fundamental de la hidrostática ( $\Delta P = g\Delta h$ ), la diferencia de presión en dos puntos de un fluido conectado, está determinado únicamente por la distancia vertical  $\Delta h$  y por la densidad del fluido  $\rho$ .

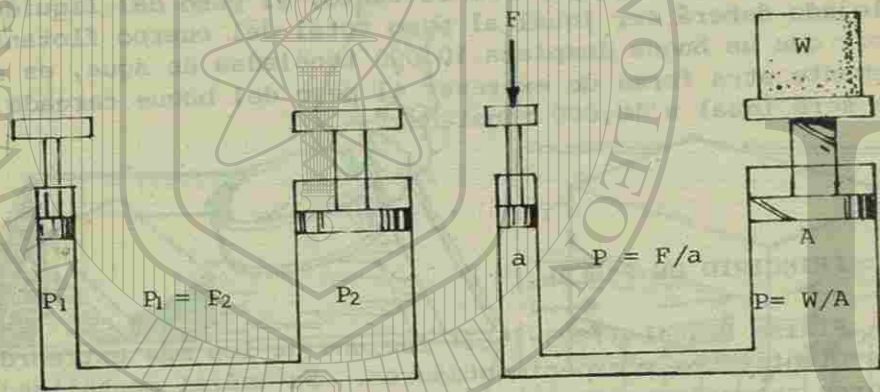


Fig. 3.

El principio de Pascal se aprovecha en el funcionamiento de la prensa hidráulica, una máquina que utiliza un líquido confinado y que se aplica en los gatos para elevar automóviles, en las mesas de operación en los hospitales, en los sillones de los dentistas y peluqueros, y en los frenos hidráulicos de los automóviles; para obtener en forma adecuada una relación grande entre la fuerza disponible a la fuerza aplicada (ventaja mecánica).

Una pequeña fuerza incidente "F" aplicada a un pistón de área pequeña "a" puede convertirse en una gran fuerza disponible "F" ejercida por un pistón de área grande "A" (fig.3). La presión P es igual bajo los dos pistones, puesto que están al mismo nivel horizontal dentro del mismo líquido.

De acuerdo con la ecuación  $P = f/a$ , el líquido ejerce una fuerza pequeña

$$F = Pa \quad (1)$$

sobre el pistón pequeño, en tanto que la fuerza ejercida sobre el pistón de área mayor "A" es

$$w = PA \quad (2)$$

Al dividir la segunda de estas ecuaciones por la primera, se obtiene:

$$\frac{w}{f} = \frac{PA}{Pa}$$

$$\frac{w}{f} = \frac{A}{a} \quad (3)$$

con lo cual se demuestra que la ventaja mecánica,  $F/f$ , está dada por la relación de las áreas de los pistones  $A/a$ . (Como se han ignorado los efectos de la fricción, este resultado es la ventaja mecánica ideal. El valor de la ventaja mecánica real será algo más pequeña).

Por la ecuación  $\frac{w}{f} = \frac{A}{a}$ , tenemos:

$$w = \frac{FA}{a}$$

donde w es el peso del cuerpo que se coloca en la sección del diámetro mayor, A es el área del cilindro del diámetro mayor, F es la fuerza que se aplica al pistón de menor diámetro y a es el área del cilindro del diámetro menor. Es por ello que se puede levantar un gran peso con una fuerza relativamente pequeña.



Ejemplo 2.

Se aplica una fuerza de 3 Kg en una prensa hidráulica. El diámetro del cilindro menor es de 4 cm y el mayor es de 40 cm. Calcular el peso que se tiene que colocar en el cilindro mayor para que se establezca equilibrio.

Datos:  $D = 40 \text{ cm}$ ,  $d = 4 \text{ cm}$ ,  $F = 3 \text{ Kg}$   
Incógnita:  $W = ?$

Solución:

Por la ecuación

$$W = F \frac{A}{a}$$

tenemos:

$$W = F \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

$$= F \frac{D^2}{d^2}$$

$$= 3 \text{ Kg} \times \frac{(40 \text{ cm})^2}{(4 \text{ cm})^2}$$

$$= 300 \text{ Kg}$$

AUTOEVALUACIÓN.

- 1.- Se desea construir una prensa hidráulica con un émbolo de 20 cm de área y el otro de 4 cm. Si en el émbolo menor se le aplica una fuerza de 80 Kg, ¿cuánto peso se tendría que agregar al émbolo mayor para que contrarreste a la fuerza?  
{ $F = 400 \text{ Kg}$ }
- 2.- En una prensa hidráulica el diámetro menor es de 2 cm y el diámetro del émbolo mayor es de 30.5 cm. ¿Qué fuerza tenemos que aplicar para subir un auto de 1300 Kg?  
 $F = 5.59 \text{ Kg}$
- 3.- ¿Cuál será la fuerza máxima que se le puede agregar a una prensa hidráulica que tiene un pistón de 25 cm y otro de 6 cm, para levantar un peso de 3 toneladas?  
{ $F = 720 \text{ Kg}$ }
- 4.- Se aplica una fuerza de 20 Kg al émbolo menor de una prensa hidráulica. ¿Cuál es el peso máximo que podría sostener con esa fuerza si el diámetro del émbolo mayor es de 8 cm y el diámetro del émbolo menor es de 0.6 cm?  
{ $F = 3556 \text{ Kg}$ }
- 5.- Si la relación de diámetros de una prensa hidráulica es de 15, encontrar el peso que puede ser sostenido si le aplicamos una fuerza de 60 Kg al émbolo menor.  
{ $F = 1350 \text{ Kg}$ }
- 6.- ¿Cuál debe ser el diámetro del pistón mayor si se quiere levantar un peso de 350 Kg con una prensa hidráulica aplicándole una fuerza de 10 Kg en el pistón de diámetro igual a 2 cm.  
{ $D = 11.83 \text{ cm}$ }
- 7.- Una rampa hidráulica para levantar coches es un tipo de prensa hidráulica, hemos visto que donde subimos el coche tiene un diámetro de 1 pie (30.5 cm). Si levantamos el coche de 2350 Kg aproximadamente, con una fuerza de 45Kg, ¿cuál debe ser el diámetro del pistón menor?  
{ $d = 4.22 \text{ cm}$ }

8.- Si en una prensa hidráulica, la presión en el diámetro menor es de  $6 \text{ Kg/cm}^2$ , ¿cuál deberá ser el peso que pueda levantar dicha prensa si el área del diámetro mayor es de 24 cm?  
{W= 2714 Kg}

9.- Un cuerpo de 40 Kg es introducido en una pila llena con agua. Si se desalojan 35 litros de agua, calcular la fuerza ascendente.  
{F= 35 Kg}

10.- Si el mismo cuerpo del problema anterior se introduce en una pila que contiene gasolina y desaloja 35 litros, ¿cuál deberá ser la fuerza ascendente que le proporcione la gasolina?  
Densidad de la gasolina =  $0.70 \text{ g/cm}^3$ .  
{F= 24.5 Kg}

11.- a) ¿Cuál es el peso aparente que marcaría un dinamómetro en el cuerpo del problema 10? b) ¿Flotará el cuerpo en la gasolina?  
{a)  $w_a = 15.5 \text{ Kg}$  b) No.}

12.- Un barco trata de rescatar un bloque de fierro de 2,000 Kg sumergido en el mar. a) ¿Cuál será la fuerza ascendente de la caja? b) El peso aparente del cuerpo que lo sostiene. ( $\rho$  del agua de mar =  $1.03 \text{ g/cm}^3$ ).  
{a)  $F_a = 271 \text{ Kg}$  b)  $w_a = 1729 \text{ Kg}$ }

13.- Se construye una balsa de aluminio con dos placas de 0.5 cm de espesor, 0.6 m de alto y 1 m de largo. Otras dos placas de 0.5 cm de espesor, 2.25 m de largo y 0.6 m de alto; el fondo de la balsa es una placa de 0.6 cm de espesor, 1 m de ancho y 2.25 m de largo. Si se introduce en el agua, a) ¿flotará? b) si se introducen 3 personas de 65 Kg, ¿flotará? c) ¿cuánto se sumergirá con las tres personas dentro?  
{a) Sí b) Sí c) 12.63 cm}

#### BIBLIOGRAFÍA.

- 1.- Alvarenga, Máximo.  
FÍSICA GENERAL.  
Ed. Harla, S.A.  
México.
- 2.- Bueche, F.  
FUNDAMENTOS DE FÍSICA.  
Libros Mc Graw-Hill de México, S.A.  
México, 1970.
- 3.- CIENCIAS FÍSICAS. Introducción Experimental.  
Ed. Norma.  
México, 1970.
- 4.- Schaum, Daniel.  
FÍSICA GENERAL.  
Libros Mc Graw-Hill de México, S.A.  
México, 1970.
- 5.- Stollberg, Robert y Faith Fitch Hill.  
FÍSICA. Fundamentos y Fronteras.  
Publicaciones Cultural, S.A.  
México, 1975.
- 6.- White, Harvey E.  
FÍSICA MODERNA.  
Montaner y Simon, S.A.  
Barcelona, 1965.



8.- Si en una prensa hidráulica, la presión en el diámetro menor es de  $6 \text{ Kg/cm}^2$ , ¿cuál deberá ser el peso que pueda levantar dicha prensa si el área del diámetro mayor es de 24 cm?  
{W= 2714 Kg}

9.- Un cuerpo de 40 Kg es introducido en una pila llena con agua. Si se desalojan 35 litros de agua, calcular la fuerza ascendente.  
{F= 35 Kg}

10.- Si el mismo cuerpo del problema anterior se introduce en una pila que contiene gasolina y desaloja 35 litros, ¿cuál deberá ser la fuerza ascendente que le proporcione la gasolina?  
Densidad de la gasolina =  $0.70 \text{ g/cm}^3$ .  
{F= 24.5 Kg}

11.- a) ¿Cuál es el peso aparente que marcaría un dinamómetro en el cuerpo del problema 10? b) ¿Flotará el cuerpo en la gasolina?  
{a)  $w_a = 15.5 \text{ Kg}$  b) No.}

12.- Un barco trata de rescatar un bloque de fierro de 2,000 Kg sumergido en el mar. a) ¿Cuál será la fuerza ascendente de la caja? b) El peso aparente del cuerpo que lo sostiene. ( $\rho$  del agua de mar =  $1.03 \text{ g/cm}^3$ ).  
{a)  $F_a = 271 \text{ Kg}$  b)  $w_a = 1729 \text{ Kg}$ }

13.- Se construye una balsa de aluminio con dos placas de 0.5 cm de espesor, 0.6 m de alto y 1 m de largo. Otras dos placas de 0.5 cm de espesor, 2.25 m de largo y 0.6 m de alto; el fondo de la balsa es una placa de 0.6 cm de espesor, 1 m de ancho y 2.25 m de largo. Si se introduce en el agua, a) ¿flotará? b) si se introducen 3 personas de 65 Kg, ¿flotará? c) ¿cuánto se sumergirá con las tres personas dentro?  
{a) Sí b) Sí c) 12.63 cm}

#### BIBLIOGRAFÍA.

- 1.- Alvarenga, Máximo.  
FÍSICA GENERAL.  
Ed. Harla, S.A.  
México.
- 2.- Bueche, F.  
FUNDAMENTOS DE FÍSICA.  
Libros Mc Graw-Hill de México, S.A.  
México, 1970.
- 3.- CIENCIAS FÍSICAS. Introducción Experimental.  
Ed. Norma.  
México, 1970.
- 4.- Schaum, Daniel.  
FÍSICA GENERAL.  
Libros Mc Graw-Hill de México, S.A.  
México, 1970.
- 5.- Stollberg, Robert y Faith Fitch Hill.  
FÍSICA. Fundamentos y Fronteras.  
Publicaciones Cultural, S.A.  
México, 1975.
- 6.- White, Harvey E.  
FÍSICA MODERNA.  
Montaner y Simon, S.A.  
Barcelona, 1965.



U A N L

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECA