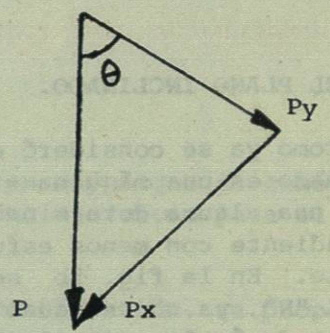
En el caso del plano inclinado, el ángulo $\theta$ que forma éste con respecto a la horizontal, es igual al ángulo que el vector peso forma con el eje "y", trazado perpendicularmente a la longitud del plano. Esto nos forma un triángulo cuyos catetos son las componentes $P_x$ y $P_y$, y la hipotenusa es el peso P, como se muestra a continuación:




Donde $\text{Cos}\theta = \dfrac{\text{ady}}{\text{hip}}$

$= \dfrac{P_y}{P}$

Despejando:

$$P_y = P\text{Cos}\theta \qquad (4)$$

Por la función seno:

$$\text{Sen }\theta = \frac{oP}{\text{hip}}$$

$$= \frac{P_x}{P}$$

despejando:

$$P_x = P\text{Sen}\theta \qquad (5)$$

Por lo tanto, el valor de la normal será:

$$N = P_y$$

$$N = P\text{Cos}\theta \qquad (6)$$

NOTA:

Por la tercera ley de Newton o del movimiento, la normal se puede considerar como una fuerza de reacción, igual en magnitud y dirección, pero de diferente sentido al peso, o a su componente en un eje de referencia. Esto es, a la fuerza que comprime a las superficies entre sí.



## 1-5 PROBLEMAS PARA ANALIZAR.

Los siguientes problemas te servirán para comprender mejor los principios teóricos explicados anteriormente. Consulta cualquier duda con tu maestro o tus compañeros.

Ejemplo 1.

Supongamos que se quiera mover un bloque de cierto material que pesa 40 Kgf. Los coeficientes de fricción entre él y la superficie son $\mu e = 0.60$ y $\mu c = 0.30$. a) Si se aplica una fuerza de 20 Kgf y el bloque sigue sin moverse, ¿cuál será el valor de la fuerza de fricción estática? b) ¿Qué fuerza se deberá aplicar para que el bloque empiece a moverse? c) Ya con el bloque en movimiento, ¿qué valor deberá tener la fuerza aplicada para que el bloque se mueva a velocidad constante?

Solución:

a) Si el bloque está en reposo, existe un equilibrio de fuerzas. Por lo tanto:

$$F = fe$$

$$= 20 \text{ Kgf}$$

b) Para que se inicie el movimiento se deberá exceder la fuerza de fricción estática máxima que será:

$$fe = \mu e N$$

y como la normal es igual al peso del bloque (éste se moverá en una superficie plana):

$$fe = (0.60)(40 \text{ Kgf})$$

$$fe = 24 \text{ Kgf} \quad (\text{valor máximo})$$

Por lo tanto, para mover el bloque se necesita aplicar una fuerza por lo menos un poco mayor que 24 Kgf.

c) Para mover el bloque a velocidad constante, la fuerza aplicada deberá ser igual en magnitud a la fuerza de fricción cinética:

$$F = fc$$
$$= \mu cN$$
$$= (0.30)(40 \text{ Kgf})$$
$$= 12 \text{ Kgf}$$

NOTA:

En este ejemplo se comprueba que la fuerza de fricción estática es mayor que la cinética, o en otras palabras, que es necesario aplicar una fuerza mayor para vencer la inercia o estado de reposo del bloque, que para mantenerlo en movimiento a velocidad constante.

Ejemplo 2.

Se arrastra una caja a una velocidad constante sobre una superficie plana con una fuerza de 80 Kgf. Si el peso de la caja es de 20 Kgf, a) ¿cuál será el valor de la fuerza de fricción cinética? b) ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinético?



Solución:

a) Para comprender mejor este problema, es conveniente dibujar cada una de las fuerzas que actúan sobre la caja. A esto le llamaremos diagrama de cuerpo libre (D.C.L.).

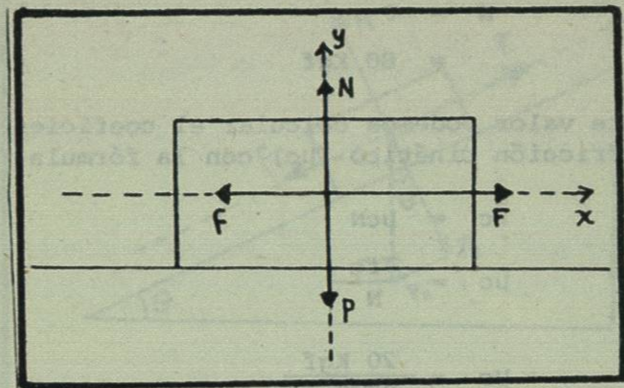



Fig. 6. Diagrama de cuerpo libre para un objeto que se desliza por una superficie plana.

En este caso, como la caja se mueve a velocidad constante, se considerará en equilibrio. Por lo tanto: $\Sigma Fx = 0, \quad \Sigma Fy = 0.$

En el eje "x":

$$\Sigma Fx = 0 \quad \rightarrow (+)$$
$$F - fc = 0$$
$$F = fc$$
$$= 20 \text{ Kgf}$$

Por lo tanto, la fuerza de fricción cinética se considera igual a la fuerza aplicada (20 Kgf).

b) En el eje "y":

$$\Sigma Fy = 0 \uparrow (+)$$

$$N - P = 0$$

$$N = P$$

$$= 80 \text{ Kgf}$$

Con este valor podemos calcular el coeficiente de fricción cinético ($\mu c$) con la fórmula:

$$fc = \mu c N$$

despejando:

$$\mu c = \frac{fc}{N}$$

$$\mu c = \frac{20 \text{ Kgf}}{80 \text{ Kgf}}$$

por lo tanto: $\mu c = 0.25$

Ejemplo 3.

Un bloque que pesa 100 Kgf es estirado a lo largo de un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Calcular la fuerza necesaria para que el bloque se mueva a velocidad constante, a) considerando la fricción del bloque con la superficie del plano si el coeficiente de fricción cinético $\mu c$ es 0.5, b) sin considerar la fricción.

Solución:

a) Al igual que en el problema anterior, es conveniente dibujar una figura del cuerpo



en el plano inclinado y un diagrama de cuerpo libre mostrando todas las fuerzas que actúan sobre él.

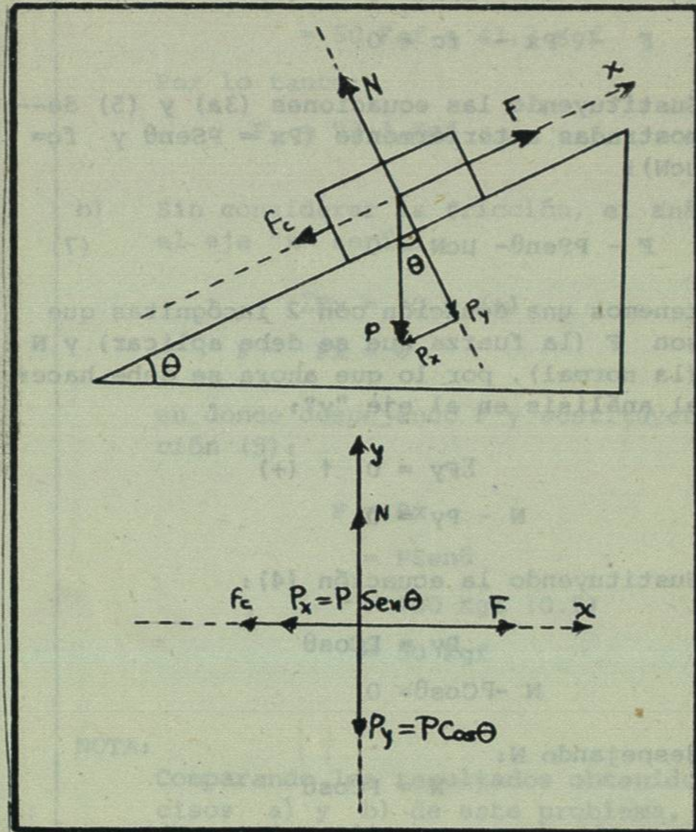



Fig. 7. Diagrama de cuerpo libre para un objeto que se deplaza a lo largo de un plano inclinado (considerando la fricción).

Siguiendo el mismo razonamiento que en el problema anterior, al moverse el bloque a velocidad constante, existe un equilibrio (cinético en este caso) y $\Sigma Fx = 0$, $\Sigma Fy = 0$.

En el eje "x":

$$\Sigma Fx = 0 \rightarrow \quad (+)$$

$$F - Px - fc = 0$$

Sustituyendo las ecuaciones (3a) y (5) de-mostradas anteriormente ($Px = PSen\theta$ y $fc= \mu cN$):

$$F - PSen\theta - \mu cN = 0 \qquad (7)$$

tenemos una ecuación con 2 incógnitas que son F (la fuerza que se debe aplicar) y N (la normal), por lo que ahora se debe hacer el análisis en el eje "y":

$$\Sigma Fy = 0 \quad \uparrow (+)$$

$$N - Py = 0$$

Sustituyendo la ecuación (4):

$$Py = PCos\theta$$

$$N - PCos\theta = 0$$

despejando N:

$$N = PCos\theta$$

$$= 100 \text{ Kgf } Cos\ 30°$$

$$= 100 \text{ Kgf } (0.866)$$

$$= 86.6 \text{ Kgf}$$

Este valor lo podemos sustituir en la ecuación (7) y calcular el valor de F:

$$F - PSen\theta - \mu cN = 0$$

$$F = PSen\theta + \mu cN$$



$$= 100 \text{ Kgf Sen } 30° + (0.5)(86.6 \text{ Kgf})$$

$$= 100 \text{ Kgf } (0.5) + (43.3 \text{ Kgf})$$

$$= 50 \text{ Kgf} + 43.3 \text{ Kgf}$$

Por lo tanto:

$$F = 93.3 \text{ Kgf}$$

b) Sin considerar la fricción, el análisis en el eje "x" sería:

$$\Sigma Fx = 0 \rightarrow (+)$$

$$F - Px = 0$$

en donde despejando F y sustituyendo la ecuación (5):

$$F = Px$$

$$= PSen\theta$$

$$= 100 \text{ Kgf } (0.5)$$

$$= 50 \text{ Kgf}$$

NOTA:

Comparando los resultados obtenidos en los incisos a) y b) de este problema, nos podemos dar cuenta de que el valor de la fuerza de fricción cinética fc es:

$$fc = \mu cN$$

$$= 0.5(86.6 \text{ Kgf})$$

$$= 43.3 \text{ Kgf}$$

Ejemplo 4.

Se desea que una caja construida con cierto metal, se pueda deslizar con velocidad constante por un plano inclinado que consiste en un tablón de roble sostenido en uno de sus extremos. Calcular el ángulo al que debe estar dicho tablón para que se produzca ese deslizamiento uniforme.

Solución:

Empezaremos por dibujar una figura y el diagrama del cuerpo libre, para ilustrar y comprender mejor este problema.

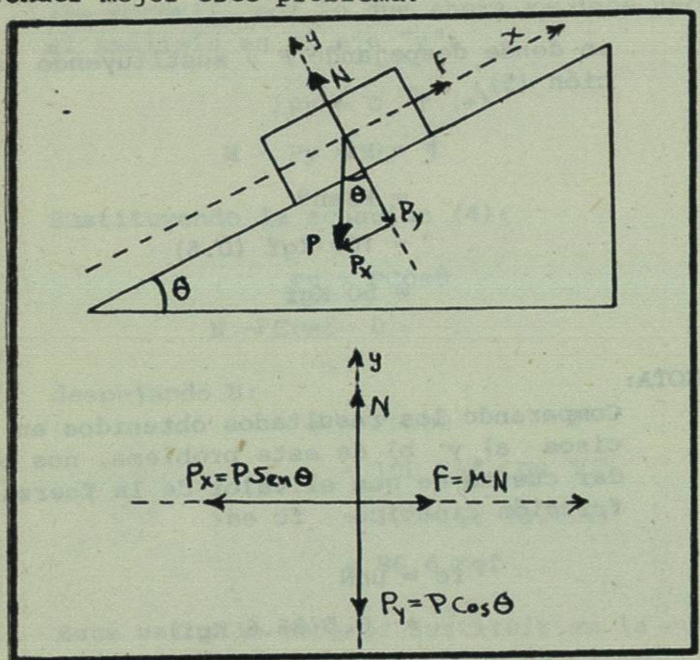



Fig. 8. Diagrama de cuerpo libre para un cuerpo que se desliza a velocidad constante por un plano inclinado.



En la tabla 1-1 de este capítulo podemos ver que el coeficiente de fricción para "metales sobre roble" es 0.55. Este valor nos servirá para calcular la fuerza de fricción cinética que se opone a la componente del peso en "x", que es la fuerza que produce el movimiento.

Como se desea tener una velocidad constante, usaremos las condiciones de equilibrio $\Sigma Fx = 0$ $\Sigma Fy = 0$.

En el eje "x":

$$\Sigma Fx = 0 \rightarrow (+)$$

$$f - Px = 0$$

$$f - PSen\theta = 0$$

por lo tanto:

$$f = PSen\theta$$

$$= F$$

Esta es la fuerza con la que la caja se desliza por el plano inclinado.

En el eje "y":

$$\Sigma Fy = 0 \uparrow (+)$$

$$N - Py = 0$$

$$N - P\,Cos\theta = 0$$

por lo tanto:

$$N = PCos\theta$$

será el valor de la normal.

Como único dato en este problema tenemos el coeficiente de fricción, por lo que podemos usar la fórmula:

$$\mu = \frac{f}{N}$$

Sustituyendo las ecuaciones $f = PSen\theta$ y $N = PCos\theta$, obtenidas anteriormente, tenemos:

$$\mu = \frac{PSen\theta}{PCos\theta}$$

$$= \frac{Sen\theta}{Cos\theta} \quad \text{(eliminando "P")}$$

y como por trigonometría $Tan\theta$ se define como Sen /Cos , obtenemos finalmente:

$$\mu = Tan\theta \qquad (8)$$

que es la ecuación para calcular el ángulo de deslizamiento uniforme.

Sustituyendo $\mu = 0.55$

$$Tan\ \theta = 0.55$$

por lo tanto:

$$\theta = Tan^{-1}\ 0.55$$

$$\theta = 28.81°$$

Ejemplo 5.

Calcular la aceleración de un bloque que se desliza por un plano inclinado que tiene un ángulo de inclinación de 35°, si el peso del bloque es 60 N y el coeficiente de fricción entre las superficies es 0.3.

Solución:



Al igual que en el problema anterior, la fuerza que produce el movimiento es debida a la componente en "x" del peso del bloque, como se muestra en la figura 8 del problema anterior.

Para movimiento uniformemente acelerado, como en esta caso, ya no existe equilibrio en el eje "x", por la segunda ley de Newton tenemos:

$$\Sigma Fx = ma$$

y $\quad \Sigma Fy = 0$ (en el eje "y" sí existe el equilibrio)

En el eje "x":

$$\Sigma Fx = ma \rightarrow (+)$$

$$f - Px = ma$$

$$\mu N - PSen\theta = ma$$

El valor de la normal lo obtendremos del análisis en el eje "y":

$$\Sigma Fy = 0 \uparrow (+)$$

$$N - Py = 0$$

$$N - PCos\theta = 0$$

despejando: $\quad N = PCos\theta$

$$= 60\ N\ Cos\ 35°$$

por lo tanto: $\quad N = 49.15\ N$

Sustituyendo este valor en la ecuación anterior, tenemos:

$$\mu N - PSen\theta = ma$$

$$= \frac{P}{g}\,a$$

$$0.3(49.15\ N) - 60N\ Sen\ 35° = \left(\frac{60\ N}{9.8\ m/seg^2}\right) a$$

$$14.745\ N - 34.41\ N = (6.12\ Kg)a$$

$$a = \frac{-19.665\ N}{6.12\ Kg}$$

$$a = -3.21\ m/seg^2$$

El signo negativo de la aceleración nos indica que su sentido es hacia abajo.



AUTOEVALUACIÓN.

1.- Una caja que pesa 80 Kgf descansa sobre un piso horizontal de madera. Si el coeficiente de fricción estático es 0.5, calcular la fuerza necesaria para poner la caja en movimiento.
{F= 40 Kgf ó 392 N}

2.- Si con una fuerza de 200 N se puede mover a velocidad constante un objeto de 70 Kg sobre una superficie horizontal, ¿cuál será su coeficiente de fricción cinético?
{μc= 0.291}

3.- Si es necesaria una fuerza de 550 gf para poder iniciar el movimiento de un ladrillo de 800 gf de peso y otra fuerza de 400 gf para mantenerlo a velocidad constante, como se muestra en la fig. 1 de este capítulo, ¿cuáles serán los valores para el coeficiente de fricción estático (μe) y el cinético (μc)?
{μe= 0.687   μc = 0.50}

4.- ¿Cuál será la fuerza necesaria para poder mantener un automóvil de 2000 Kg moviéndose a velocidad constante sobre una carretera plana de concreto? Suponer un coeficiente de fricción cinético entre las llantas de caucho y la carretera de concreto de 0.4.
{F= 800 Kgf= 7840 N}

5.- ¿Qué fuerza se requiere para arrastrar una caja de hierro que pesa 50 Kgf sobre una superficie plana de concreto? (Ver tabla 1-1 de este capítulo).
{F= 15 Kgf = 147 N}

6.- Determinar el valor de la normal si un baúl de 100 Kgf de peso se empuja a) por una superficie plana con una fuerza de 80 Kgf , b) por un plano inclinado que forma un ángulo de 20° con la horizontal si la fuerza con la que se empuja (a velocidad constante) es 81.2 Kgf.
{a) N= 100 Kgf   b) N= 93.97 Kgf}

7.- Una caja fuerte de acero, se tiene que deslizar por un plano inclinado del mismo material a velocidad constante. Encontrar su ángulo de deslizamiento uniforme. (Ver tabla 1-1 de este capítulo).
{$\theta$= 10.2°}

8.- Un plano inclinado forma un ángulo de 30° con la horizontal. Calcular la fuerza paralela al plano que se necesita aplicar a un bloque de 40 N de peso para desplazarlo: a) hacia arriba con una aceleración de 1 m/seg$^2$, b) hacia abajo con una aceleración de 1 m/seg$^2$. Suponer que no hay fricción entre las superficies
{a) F= 24 N b) F= -16 N}

9.- Calcular la fuerza que se debe aplicar a un objeto de 50 N de peso para subirlo por un plano inclinado que tiene un ángulo de inclinación de 25°, si se desea que suba a velocidad constante en los siguientes casos:

a) Suponiendo que no hay fricción entre las superficies.
b) Considerando la fricción con un coeficiente de rozamiento cinético de 0.4.
c) En el caso anterior, ¿cuál será el valor de la fuerza de fricción cinética?

{a) F= 21.13 N b) F= 39.25 N c) f= 18.12 N}

10.- Resolver el problema 8 considerando el rozamiento con un coeficiente de fricción entre las superficies de 0.2.
{a) F= 32 N b) F= -8 N}

11.- Con los datos del problema 6, calcular el coeficiente de fricción:
a) Cuando el baúl se empuja por la superficie plana.
b) Cuando se empuja por el plano inclinado.
{a) $\mu$= 0.8 b) $\mu$= 0.5}





## TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA.

Si en condiciones determinadas una bala puede resultar ofensiva, también se da el caso contrario, es decir, el de un "cuerpo pacífico", que lanzado a poca velocidad puede producir efectos destructores. Por ejemplo, una manzana arrojada al parabrisas de un automóvil que viaja a alta velocidad, dicha manzana puede hasta destruir el parabrisas

Al finalizar esta unidad lo comprenderás mejor, ya que serás capaz de:

OBJETIVOS.

1.- Definir los enunciados relativos a cada uno de los términos, conceptos y principios incluidos en este capítulo.

2.- Distinguir los conceptos de trabajo, energía y potencia.

3.- Aplicar la definición de trabajo, resolviendo problemas a partir de los datos apropiados.

4.- Diferenciar entre energía cinética y energía potencial.

5.- Identificar las unidades de trabajo, energía potencial, energía cinética y potencia.

6.- Calcular, a partir de los datos apropiados, energía cinética y energía potencial.

7.- Deducir el cambio que se efectúa en la energía cinética de un cuerpo, cuando cambia la masa o cambia la velocidad.