48) Verdadera.
49) Falsa.
50) Falsa.
51) Falsa.
52) Falsa.
53) Verdadera.
54) Falsa.
55) Falsa.
56) Falsa.
57) Verdadera.
58) Falsa.
59) Verdadera.
60) Verdadera.
78) Infinito.
79) Finito.
80) Infinito.
81) Equivalentes.
82) No equivalentes.
83) Equivalentes.
84) No equivalentes.
85) No equivalentes.
86) Diferentes y ajenos.
87) Iguales.
88) Iguales.
89) Iguales.
90) Diferentes.

TEORÍA DE CONJUNTOS.

(Parte II)

INTRODUCCIÓN:

Al estudiar la Teoría de Conjuntos estamos capacitándonos para comprender mejor otras ramas de las matemáticas, principalmente porque los conjuntos son utilizados directamente en muchas disciplinas: sus conceptos y operaciones son tomados para llegar a otros, para simplificar la notación y para facilitar la comprensión y las demostraciones.

Además, los conceptos matemáticos de la Teoría de Conjuntos aparecen de una manera sencilla y fácil de comprender. Así, por ejemplo, al entender el concepto de "igualdad matemática" podremos después trabajar más profunda y fácilmente con ecuaciones.

Lo que vamos a estudiar, es la manera mediante la cual, los matemáticos hablan y escriben sobre ideas que todos hemos manejado intuitivamente. No se trata pues, de comprender altas abstracciones, sino de aprender a utilizar una notación matemática para escribir sobre cosas que, de hecho, estamos acostumbrados a usar.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

1.- Definir los siguientes conceptos: unión, intersección, complemento, diferencia y producto cartesiano de conjuntos.

2.- Resolver ejercicios que impliquen: unión, intersección, complemento, diferencia y producto cartesiano de conjuntos.

PROCEDIMIENTO SUGERIDO:

1.- Para los objetivos de esta unidad estudia la sección 1-10 de tu texto y resuelve los ejercicios de la autoevaluación de la lección 2. Hemos visto que se pueden obtener nuevos conjuntos a partir de un conjunto dado, llamados subconjuntos. En esta sección vamos a considerar operaciones, por medio de las cuales, dos conjuntos dan lugar a nuevos conjuntos. Las operaciones a estudiar son: unión, intersección, complemento, diferencia y producto cartesiano, denotados por: $A \cup B$, $A \cap B$, A', $A-B$ y $A \times B$, respectivamente.

2.- Si ya lograste resolver los objetivos satifactoriamente, ahora repasa toda la unidad con tus compañeros más aventajados lo cual te servirá para reafirmar tus conocimientos y a la vez te indicará qué es lo que debes volver a estudiar.

3.- El requisito para presentar esta unidad consiste en resolver total y correctamente el laboratorio de la unidad y entregarla a tu maestro asesor.

AUTOEVALUACIÓN:

1.- La intersección entre A y B se puede definir como:

0) $\{x/x \in A$ ó $x \in B\}$ 1) $\{x/x \in A$ y $x \notin B\}$
2) $\{x/x \in A$ y $x \in B\}$ 3) $\{x/x \in U$, $x \notin A\}$

Si $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ $A=\{1,2,3,4,5\}$ $B=\{4,5,6,7,8\}$ y $C=\{2,3,5,6,9\}$; encuentra los elementos de cada uno de los siguientes conjuntos: (problemas 2 al 8).

2.- $B \cup C$

0) $\{2,3,4,6,9\}$ 1) $\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$
2) $\{5,6\}$ 3) $\{2,3,4,5,6\}$

3.- $A \cap B$

0) $\{1,2,3,6,7,8\}$ 1) $\{4,5\}$
2) ϕ 3) $\{1,2,3\}$

4.- $B-C$

0) $\{2,3,7,8,9\}$ 1) ϕ
2) $\{4,7,8\}$ 3) $\{2,3,9\}$

5.- $A \cap (B \cup C)$

0) $\{2,3,4,5\}$ 1) $\{1,6,7,8,9\}$
2) ϕ 3) $\{4,5\}$

6.- $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

0) $\{7,8,9\}$ 1) $\{1,2,3,4,5,6\}$
2) ϕ 3) $\{3,4,5,6,7,8\}$

7.- B'

0) $\{6,7,8,9\}$ 1) $\{1,4,7,8\}$
2) ϕ 3) $\{1,2,3,9\}$

8.- $(B \cap C)'$

0) $\{2,4,6,8\}$ 1) $\{1,3,5,7,9\}$
2) $\{1,2,3,4,7,8,9\}$ 3) $\{1,2,5,6,9\}$

9.- $(A' \cup C)'$

0) $\{2,3,5,6,7,8,9\}$ 1) $\{3,5,6,7\}$
2) $\{1,4\}$ 3) $\{2,3,8,9\}$

10.- $(A\cup B)' \cap (C-B)$

0) $\{2,3,9\}$ 1) $\{9\}$
2) $\{4,7,8\}$ 3) $\emptyset$

Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

11.- $A\cap B \neq B\cap A$

0) Falsa. 1) Verdadera.

12.- $A\cup A = \emptyset$

0) Falsa. 1) Verdadera.

13.- $(A-B) \subset A$

0) Falsa. 1) Verdadera.

14.- $(A\cup B)' = A' \cap B'$

0) Falsa. 1) Verdadera.

15.- $A\cup \emptyset = \emptyset$

0) Falsa. 1) Verdadera.

16.- $A-C = C-A$

0) Falsa. 1) Verdadera.

17.- Si $A\subset B$, entonces $A\cup B = B$

0) Falsa. 1) Verdadera.

18.- Si $A\cap B = \emptyset$, entonces $A-B = A$

0) Falsa. 1) Verdadera.

TEORÍA DE CONJUNTOS.

LECCIÓN 2.

1-10 OPERACIONES CON CONJUNTOS.

Una "operación" es una regla por la cual uno o más objetos son usados para obtener otro objeto(no necesariamente diferente). En aritmética se suma, resta y multiplica, es decir, a cada par de objetos "x" y "y" se le asigna un objeto "x + y" llamado suma de "x" y "y", un objeto "x-y" llamado diferencia de "x" y "y" y un objeto "xy" llamado producto de "x" y "y". Estas asignaciones se llaman operaciones de adición, sustracción y multiplicación, en donde los objetos son números Los objetos que se examinarán en las operaciones de esta lección son conjuntos.

En esta lección se van a definir las operaciones de -- "unión", "intersección", "complemento", "diferencia" y "producto cartesiano" de conjuntos, es decir, se van asignar o hacer corresponder nuevos conjuntos a pares de conjuntos A y B. Se observará que estas operaciones entre conjuntos se comportan de manera un tanto semejante a la de las anteriores operaciones con números.

"UNIÓN"

La "unión" de los conjuntos A y B es el conjunto de todos los elementos que pertenecen al conjunto A, o bien, al conjunto B, o a ambos. La unión de los conjuntos A y B, se expresa como:

$$A \cup B$$

que se lee "A unión B". Esta definición escrita es notación descriptiva es:

$$A \cup B = \{x/x \in A \text{ ó } x \in B\}$$

Por ejemplo, si $A = \{a,b,c,d\}$ y $B = \{c,d,e,f\}$. Entonces $A \cup B$ es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a A, o a B, o a ambos conjuntos: se empieza enumerando todos los elementos de A:

$$\{a,b,c,d\}$$

y se continúa agregando a la lista aquellos elementos de B que no estuvieran ya enlistados, o sea:

$$\{a,b,c,d,e,f\} = A \cup B$$

Cada elemento de este nuevo conjunto pertenece, ya sea a A, o B o a ambos.

Observación 12. Se verifica, inmediatamente a partir de la definición, las siguientes propiedades:

i) $A \subset (A \cup B)$ y $B \subset (A \cup B)$
ii) $A \cup B = B \cup A$
iii) $A \cup A = A$
iv) $A \cup \emptyset = A$
v) $A \cup U = U$

"INTERSECCIÓN"

La "intersección" de los conjuntos A y B es el conjunto de todos los elementos que son comunes al conjunto A y al conjunto B, esto es, de quellos elementos que pertenecen a A y que también pertenecen a B. La intersección de los conjuntos A y B, se expresa como

$$A \cap B$$

que se lee "A intersección B". Esta definición escrita en notación descriptiva es:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \in B\}$$

El signo lingüístico clave en esta definición es "y". Para determinar el conjunto de todos los elementos necesitamos que al mismo tiempo pertenezcan al conjunto A y al conjunto B.

Por ejemplo, si $A= \{a,b,c,d\}$ y $B= \{c,d,e,f\}$. Entonces $A \cap B$ es el conjunto de todos los elementos comunes para ambos

conjuntos, o sea,

$$A \cap B = \{c,d\}$$

Observación 13. Si dos conjuntos A y B no tienen elementos comunes, es decir, si A y B son conjuntos ajenos o disjuntos, entonces la intersección de A y B es el conjunto vacío, o sea $A \cap B = \emptyset$.

Observación 14. Se verifican, inmediatamente a partir de la definición las siguientes propiedades:

vi) $(A \cap B) \subset A$ y $(A \cap B) \subset B$
vii) $A \cap B = B \cap A$
viii) $A \cap A = A$
ix) $A \cap \emptyset = \emptyset$
x) $A \cap U = A$

Se puede complicar un poco la cosa. Si $C= \{p,q,r,s\}$, $D= \{r,s,t,u\}$ y $E= \{s,u,v,w\}$, aplicando los conceptos anteriores, se puede formar:

$$C \cup D = \{p,q,r,s,t,u\}$$

y entonces el conjunto $C \cup D$ se puede intersectar con el conjunto E, así:

$$(C \cup D) \cap E = \{s,u\}$$

Por lo tanto, $(C \cup D) \cap E$ es el conjunto de las letras que están en $C \cup D$ y que también están en E. (Nótese que los paréntesis indican que operación se debe realizar primero).

Otro ejemplo con los conjuntos C, D y E del ejemplo anterior, es:

$$C \cap (D \cup E) = \{r,s\}$$

o sea, es el conjunto de las letras que estan en C y en $D \cup E$. Mientras que:

$$(C \cap D) \cup E= \{r,s,u,v,w\}$$

es el conjunto de letras que están en $C \cap D$, o en E, o en ambos. Nótese que $C \cap (D \cup E) \neq (C \cap D) \cup E$.