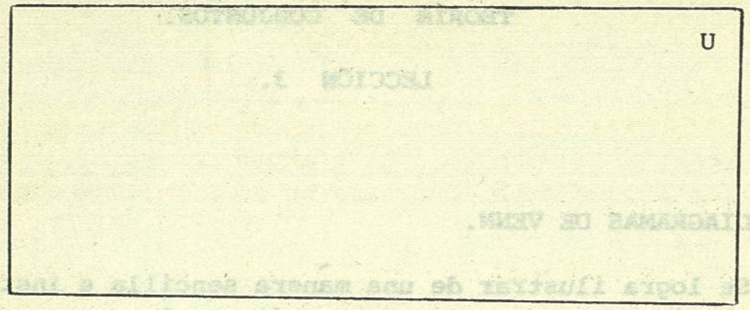
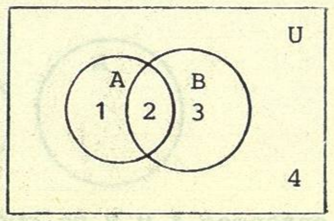
La forma de representar al conjunto universal, en diagr mas de Venn, es con un rectángulo que lleva en uno de sus án gulos la letra U.



"DIAGRAMAS DE LAS OPERACIONES CON CONJUNTOS"

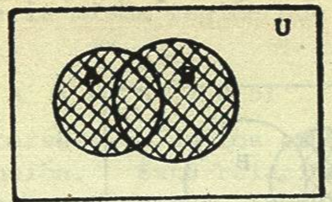
Supóngase que los conjuntos A y B, son descritos en un diagrama como



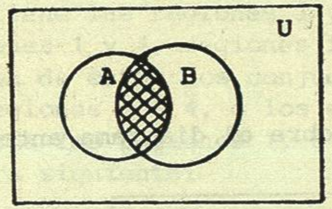
Este diagrama de Venn tiene cuatro regiones, llamadas 1,2,3 y 4(U). El conjunto A consta de los elementos que están comprendidos en las regiones 1 y 2. El conjunto B está representado por las regiones 2 y 3, y la región 4 consta de los elementos que no son de A ni de B, pero sí son del universo.

La unión de dos conjuntos es el conjunto formado al tomar todos los elementos que pertenezcan al conjunto A(regione 1 y 2), o bien, al conjunto B(regiones 2 y 3), o a ambos, es decir, las regiones 1, 2 y 3, que están sombreadas en la siguiente figura:

A ∪ B

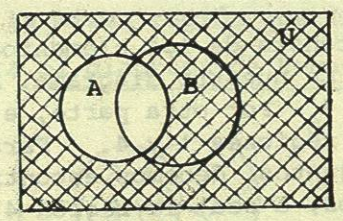


La intersección de dos conjuntos es el conjunto de todos los elementos que son comunes a ambos conjuntos A y B, o sea, la región 2, que está sombreada en la siguiente figura:



A ∩ B

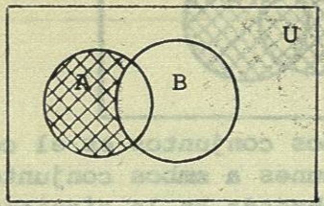
El complemento de un conjunto A es el conjunto de todos los elementos de U que no están en A. En nuestro diagrama, el conjunto A está representado por las regiones 1 y 2, entonces A' está representado por las regiones 3 y 4, que están sombreadas en la siguiente figura:



A'

Y por último, la diferencia de dos conjuntos A y B es el conjunto de elementos que pertenecen al conjunto A y que no pertenecen al conjunto B. En nuestro diagrama, el conjunto

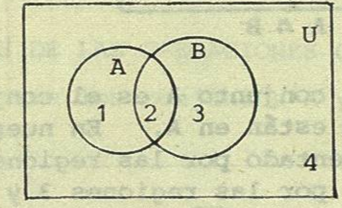
A-B está representado por la región 1, que está sombreada en la siguiente figura:



A - B

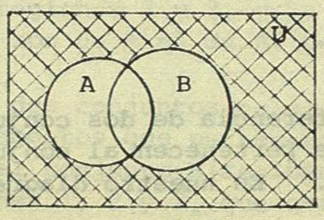
"OTROS DIAGRAMAS"

Supóngase que sobre el diagrama anterior, o sea,



se desee sombrear el conjunto A' ∩ B'.

El conjunto A' consta de los elementos de U que están fuera del conjunto A. En nuestro diagrama, A' está representado por las regiones 3 y 4. Por otra parte, el conjunto B' está representado por las regiones 1 y 4. Para encontrar la intersección de estos conjuntos, debemos encontrar los elementos que pertenecen a ambos, o sea, la región 4, que está sombreada en la siguiente figura:



A' ∩ B'

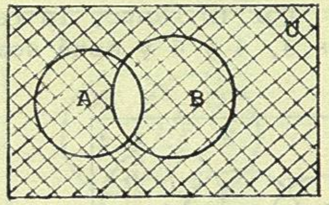
Esta es exactamente la misma región que (A∪B)'; lo cual nos lleva a creer que

$$A' \cap B' = (A \cup B)'$$

En palabras, la intersección de los complementos es igual al complemento de la unión. Esta relación es una de las leyes de DeMorgan (Augustus DeMorgan, 1806-1871, un matemático inglés). La otra de las Leyes de DeMorgan es:

$$A' \cup B' = (A \cap B)'$$

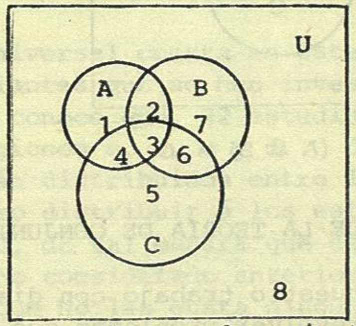
que puede demostrarse de un modo semejante:
El conjunto A' contiene las regiones 3 y 4. El conjunto B' incluye a las regiones 1 y 4, regiones fuera del conjunto B. Para formar la unión de estos dos conjuntos, se necesita a los elementos de las regiones 3 ó 4, a los de las regiones 1 ó 4. Es decir, se necesita las regiones 1, 3 y 4, como están sombreadas en la figura siguiente:



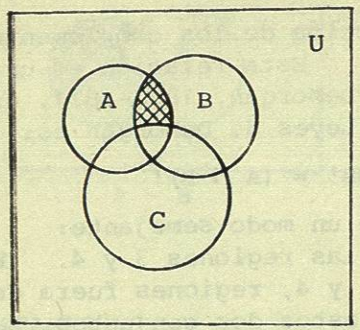
A' ∪ B'

Que es exactamente la misma región que (A ∩ B)'.

Empleando ahora el diagrama de Venn siguiente:

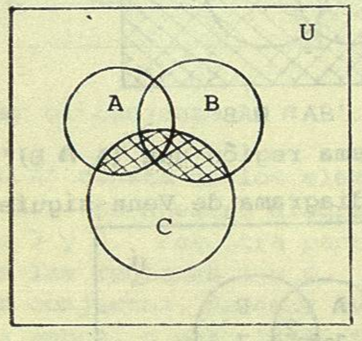


supóngase que se desee sombrear el conjunto (A ∩ B) ∩ C'. Aquí hay ocho regiones. El conjunto (A ∩ B) está constituído de los elementos de las regiones 2 y 3; el conjunto C' consta de las regiones 1,2,7 y 8. En consecuencia, se necesita la región común a $(A \cap B)$ y a C', que es la región 2. Esta región representa al conjunto $(A \cap B) \cap C'$, y está sombreada en la figura siguiente:



$(A \cap B) \cap C'$

Por otra parte, si se desea ahora, sombrear el conjunto $(A \cup B) \cap C$. Entonces, el conjunto $(A \cup B)$ está formado por las regiones 1, 2, 3, 4, 6 y 7; y el conjunto C incluye las regiones 3, 4, 5 y 6. Por lo tanto, la región común a $(A \cup B)$ y a C, son las regiones 3, 4 y 6 y está sombreada en la sig. figura:



$(A \cup B) \cap C$

1-12 UNA APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS.

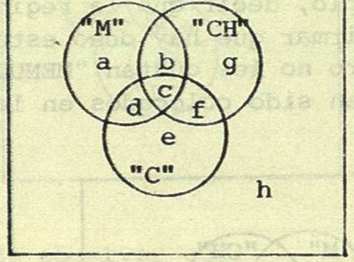
Se puede hacer nuestro trabajo con diagramas de conjuntos como una ayuda para resolver problemas que encierran conjuntos traslapados o separados. Por ejemplo, supóngase que se examina los gustos musicales de un cierto número de estudiantes

de la escuela y encontramos que:

a 22 les gusta el grupo "MENUDO"
a 25 les gusta el grupo "CHAMOS"
a 39 les gusta el grupo "CICLON"
a 9 les gustan "CHAMOS y MENUDO"
a 17 les gustan "MENUDO y CICLON"
a 20 les gustan "CHAMOS y CICLON"
a 6 les gustan los tres
a 4 no les gustan ninguno de ellos

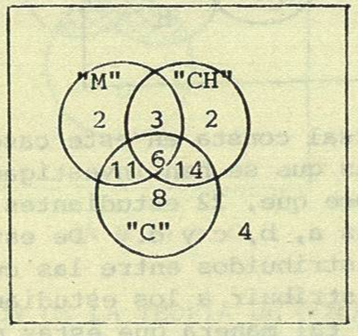
Encontrar el número de estudiantes que fueron examinados.

A primera vista podría parecer razonable sumar simplemente todos los números presentados; sin embargo, esto no funciona ya que conduce a traslapes. Por ejemplo, los 17 estudiantes a los que les gusta "MENUDO y CICLON" son también contados como parte de los 22 a los que les gusta "MENUDO" y de los 39 a los que les gusta "CICLON". La figura siguiente muestra un esquema de la situación que encierra estos datos:



El conjunto universal consta en este caso del conjunto - de todos los estudiantes que se han investigado. De la in-- formación dada, se conoce que, 22 estudiantes les gusta "MENUDO" incluye las regiones a, b, c y d. De esta manera, estos 22 estudiantes están distribuidos entre las cuatro regiones. Se debe decidir cómo distribuir a los estudiantes entre las diferentes regiones, de tal manera que éstas no se traslapen. El total más pequeño considerado anteriormente es el de los 4 estudiantes a los que no les gusta ninguno de los tres grupos. Como estos 4 estudiantes están fuera de los círculos asignados a "MENUDO", "CHAMOS" o a "CICLON", deben ir en la región "h", y se coloca el número 4 en la región h del diagrama. Hay 6 estudiantes a los que les gustan los tres grupos. Ya que la región "c" es la intersección de los tres círculos, se coloca el número 6 en la región "c"; los 20 estudiantes a los que - les gustan los grupos "CHAMOS" y "CICLON" están representados por las regiones "c" y "f". Así, un total de 20 estudiantes han sido incluidos en las regiones "c" y "f". Sin embargo, la región "c" representa ya a 6 estudiantes y, por lo tanto, 20-6, es decir, 14 estudiantes deben colocarse en la región "f", que representa a los estudiantes a quienes les gusta los grupos "CHAMOS" y "CICLON", pero no el grupo "MENUDO". Por el mismo método puede determinarse que la región "d" representa a 11 estudiantes, mientras que la región "b" representa a 3.

A un total de 22 estudiantes les gusta "MENUDO"; el círculo que representa a estos estudiantes está formado por las regiones "a", "b", "c" y "d". Como ya se ha anotado las regiones "b", "c" y "d" se consideran para un total de 3+6+11= 20 estudiantes, lo que implica que la región "a" debe representar 22-20=2 estudiantes. En la misma forma, la región "g" representa a 2 estudiantes, mientras que la región "e" representa a 8. Por ejemplo, decir que la región "e" representa a 8 estudiantes es afirmar que hay ocho estudiantes a los que les gusta "CICLON" pero no les gustan "MENUDO" ni "CHAMOS". Todos estos números han sido colocados en la siguiente figura.



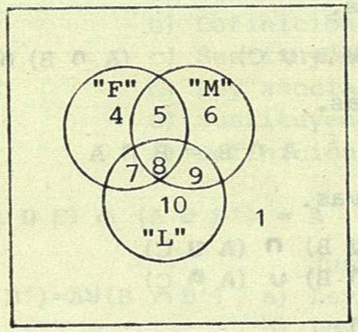
Los estudiantes no están contados dos veces en el diagrama de la figura anterior; porlo tanto, ahora podemos sumar los números de las regiones: 2+3+6+11+2+14+8+4=50. Cincuenta es-

tudiantes fueron interrogados.

Supóngase, ahora, que la Dirección de la Escuela interrogó a este grupo de 50 alumnos, acerca del aprovechamiento en las materias de Física, Matemáticas y Lógica en el semestre - anterior y se encontró que

24 aprobaron Física.
28 aprobaron Matemáticas.
34 aprobaron Lógica.
17 aprobaron Matemáticas y Lógica.
15 aprobaron Física y Lógica.
13 aprobaron Física y Matemáticas.
8 aprobaron las tres materias.

De los datos obtenidos por la Dirección de la Escuela, - se puede determinar los números mostradosen la siguiente figura:



de la cual se puede observar que:

4 alumnos aprobaron Física y ninguno de las otras dos.
1 alumno no aprobó ninguna de estas tres materias.
6 alumnos aprobaron Matemáticas pero ninguna de las otras dos.
9 alumnos aprobaron Matemáticas y Lógica pero no Física.
16 alumnos no aprobaron Lógica, etc.