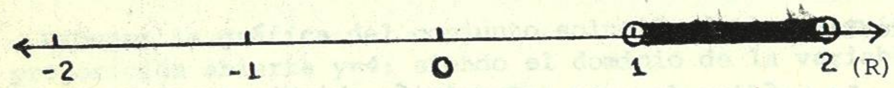
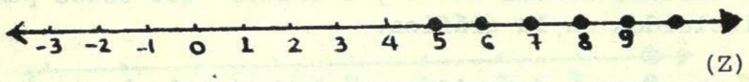
Solución:

a) Cuando el dominio de la variable es el conjunto de los números enteros, el conjunto solución es ϕ y la gráfica no tiene puntos en la recta numérica. ¿Por qué?

b) Cuando el dominio de la variable es el conjunto de los números reales, el conjunto solución consiste en todos los puntos intermedios entre 1 y 2 es decir,

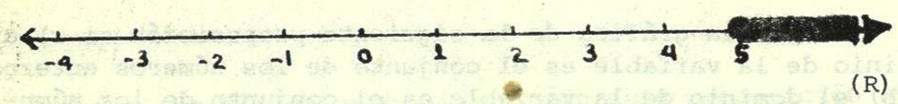


Hay otros símbolos que son la combinación del "=" y ">" o "<", que son: "$\geq$" y "$\leq$", que significan "mayor que o igual" y "menor que o igual" respectivamente. $X \geq 5$ significa "x es mayor que o igual a 5". Si el dominio de la variable fuera el conjunto de los números enteros, el conjunto solución es {5,6,7,8,...}, y su gráfica es:



La punta de flecha rellena indica que esto podemos prolongarlo indefinidamente.

Si ahora el dominio de la variable fuera el conjunto de los números reales, la gráfica para la proposición abierta $x \geq 5$ sería:



Nótese que ahora la circunferencia del 5 está rellena debido a que el conjunto solución está el 5 inclusive.

Podemos además, expresar las proposiciones abiertas en notación conjuntista (que se vió en el capítulo anterior) usando la notación descriptiva o constructiva. Así, en los ejemplos anteriores tenemos que:

a) y=4, el dominio de la variable es el conjunto de los números racionales:

$\{y \mid y = 4,\ y \in Q\} = \{\ 4\ \}$ (conjunto solución)

b) 2+y <5, el dominio de la variable es el conjunto de los números enteros:

$\{y \mid 2+y < 5,\ y \in Z\} = \{\ldots -3,-2,-1,0,1,2,\}$ (conjunto solución)

c) -3 <x <2, el dominio de la variable es el conjunto de los números reales:

$\{x \mid -3 < x < 2,\ x \in R\}$

Se deja al estudiante, que determine los demás ejemplos en esta notación.

AUTOEVALUACION 5.

Dibujar las gráficas de los conjuntos solución de las siguientes proposiciones abiertas; si el dominio de la variable es el conjunto de los números cardinales.

1.- $x = 6$

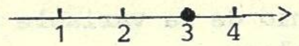
2.- $x < 5$

3.- $2x \leq 8$

4.- $x \neq 4$

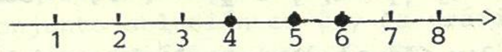
Determinar, en cada uno de los problemas siguientes, si el conjunto de puntos indicados es la gráfica de la proposición abierta dada. En todos los casos el dominio de la variable es el conjunto de los números naturales.

5.- x+1= 3

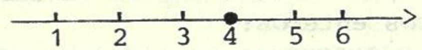


6.- x > 2

7.- 3 < x < 7

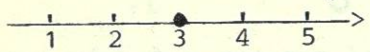


8.- 2x = 8

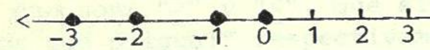


Para cada gráfica escríbase una proposición abierta con los conjuntos solución dados por ella.

9.-

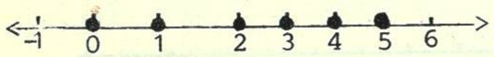


10.-



11.-

12.-



13.- Poner en notación descriptiva los primeros 4 problemas de la autoevaluación.

Dibujar las gráficas de los conjuntos que se dan a continuación:

14.- $\{x \mid 5 < x < 10,\ x \in R\}$

15.- $\{x \mid x \geq 2,$ x es un número natural par$\}$

16.- $\{x \mid 3 < x \leq 8,\ x \in N\}$

17.- $\{x \mid -3 < x \leq 2,\ x \in R\}$

18.- $\{x \mid x+1 = 7,\ x \in N\}$

19.- $\{y \mid y > 0,$ y es un número entero negativo$\}$

20.- $\{z \mid 1 < z \leq 2,\ z \in N\}$

RESPUESTAS A LAS AUTOEVALUACIONES DE LA LECCION 1.

AUTOEVALUACION 1.

1.- a) 13
b) 7
c) 12

2.- a) 2
b) {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
c) 4 y 8

AUTOEVALUACION 2.

1.- -12
2.- +200
3.- +15
4.- -8
5.- 10
6.- 6
7.- -2
8.- 0
9.- 9
10.- 1
11.- 20°
12.- 45°
13.- 16°
18.- 7, -25
19.- 24
20.- -17

AUTOEVALUACION 3.

1.- V
2.- F
3.- F
4.- V
5.- F
6.- V
7.- a) Ninguno
b) Infinito
8.- -4/10, -8/20, -16/40
9.- 10/36, 11/36

AUTOEVALUACION 4.

1.- $\{6\}$

2.- $\{4\}$

3.- $\{4\}$

4.- V

5.- F

6.- V

7.- a) $\{1,2,\}$ c) $\{2\}$

8.- Cualquier número para a), b) y c)

9.- a) $\{6\}$, b) $\emptyset$, c) $\{6\}$

10.- a) $\{5,6,7...\}$, c) $\{6,8,10...\}$

AUTOEVALUACION 5.

5.- Falso.

6.- Falso.

7.- Verdadero.

8.- Verdadero.

9.- $\{x|x = 3, x \in N\}$

10.- $\{x|-4 < x < 1, x \in Z\}$

11.- $\{x|x \geq -2, x \in R\}$

12.- $\{x|-1 < x < 6, x \in Z\}$

13.- 1) $\{x|x = 6, x \in K\}$

2) $\{x|x < 5, x \in K\}$

3) $\{x|2x \leq 8, x \in K\}$

4) $\{x|x \neq 4, x \in K\}$

EL SISTEMA DE LOS NUMEROS REALES.

INTRODUCCION.

Hemos analizado en forma más bien breve diversos conjuntos de números. Nuestra intención en la presente unidad es presentar el sistema de los números reales como un sistema lógico deductivo, esto es, dar algunas ideas no sólo de la naturaleza de los números mismos sino que también de las operaciones con estos números y de las propiedades que ellas poseen. Como en todo sistema deductivo, enunciaremos nuestros postulados y definiciones y bosquejaremos demostraciones para los teoremas más importantes, dejando otras como ejercicios al estudiante.

Si recordamos los métodos de demostración de la Geometría de la escuela secundaria, un hecho resalta, cada demostración incluye una hipótesis y una conclusión, siguiendo ésta de la hipótesis mediante un proceso de razonamiento lógico. Para convencernos de la verdad de nuestra conclusión debemos suponer que la hipótesis es verdadera o bien, haber demostrado ésta previamente. Esta hipótesis, a su vez, debe haberse establecido a partir de hechos comprobados con anterioridad. Este eslabonamiento no puede continuarse indefinidamente y debe haber un punto de partida. Es en este punto en que, en un sistema deductivo, nosotros decimos: "Suponemos que ciertos hechos son verdaderos". Este comienzo debe consistir de una cierta cantidad de palabras no definidas y de un conjunto de proposiciones no demostradas. En seguida, a medida que pasamos de una proposición a otra, seguimos reglas bien precisas. Estas leyes básicas de razonamiento, utilizadas intuitivamente por todos nosotros, rara vez se enuncian. Una de estas leyes expresa que toda proposición es, o bien verdadera, o bien falsa.