SUMAS ALGEBRAICAS.

LECCIÓN 2.

1-2 ADICIÓN ALGEBRAICA.

"Definición"

La adición o suma, es la operación que tiene por objeto, reunir varias cantidades de la misma especie en una sola. El signo empleado para esta operación es, +. Cada una de las cantidades que entran en una adición se llaman sumandos y el resultado de la adición se llama suma.

En Álgebra, los términos suma y diferencia, se usan en el mismo sentido que en Aritmética, si se aplican a números positivos. Sin embargo, su aplicación a números negativos, hace necesario precisar el procedimiento de adición.

En Aritmética, la suma siempre significa aumento, pero en Álgebra, la suma es un concepto más general, pues puede significar aumento o disminución, ya que hay sumas algebraicas que equivalen a una resta aritmética.

"Reglas para la adición algebraica".

En la suma de números algebraicos, se presentan dos casos:

Primer caso, que los sumandos tengan igual signo.

Para sumar dos números algebraicos, de igual signo, se suman los valores absolutos a dichos números, conservándoles el signo.

Ejemplo:

$$(5) + (3) = 5 + 3 = 8$$
$$(-5) + (3) = -5 - 3 = -(5+3) = -8$$

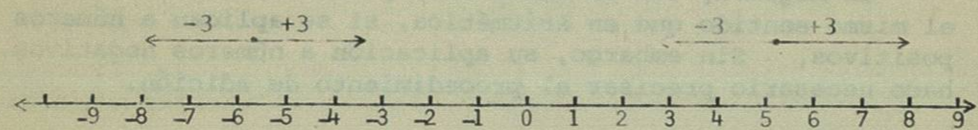
Segundo caso, que los sumandos tengan diferente signo.

Para sumar dos números algebraicos de diferente signo, se restan los valores absolutos y el resultado tendrá el signo del número de mayor valor absoluto.

Ejemplo:

$$(5) + (-3) = 5 - 3 = 2$$
$$(-5) + (3) = -(5-3) = -2$$

Estos resultados se pueden obtener gráficamente en la siguiente figura.



"Suma de monomios".

Para efectuar la suma de dos términos semejantes (que poseen las mismas letras con los mismos exponentes), se efectúa la suma algebraica de los coeficientes y se agrega el grupo de letras. La suma de dos términos que contienen diferentes literales, se puede expresar únicamente colocando el signo "+" entre ellos.

Ejemplo:

Encontrar la suma de las siguientes expresiones

a) $3a^2b$ y $5a^2b$

b) $6xy$ y $-8xy$

c) $4x$ y $6a$

Solución: a) Para encontrar la suma de estos términos semejantes, escribimos

$$3a^2b + 5a^2b = (3+5)a^2b \quad \text{(Ley distributiva)}$$
$$= 8a^2b$$

b) Igualmente, escribimos

$$6xy + (-8xy) = -8xy + 6xy \quad \text{(Ley conmutativa)}$$
$$= (-8+6)\ xy \quad \text{(Ley distributiva)}$$
$$= -(8-6)\ xy$$
$$= -2xy$$

c) Como los términos $4x$ y $6a$, no son semejantes, no se pueden combinar entre sí, por tanto, únicamente se expresa como:

$$4x + 6a$$

"Suma de Polinomios"

La suma de dos polinomios, se reduce a la suma de monomios.

EJEMPLO:

$$\text{Sumar: } (-4a+9b^2-11a^2+8)+(5a+b^2+5a^2-9)$$

Solución: Escribiendo todos los términos unos a continuación de otros con sus respectivos signos.

$$= -4a+9b^2-11a^2+8+5a+b^2+5a^2-9$$

Agrupando los términos semejantes de la expresión, tenemos,

$$= (-4a+5a)+(9b^2+b^2)+(-11a^2+5a^2)+(8-9) \quad \text{(Ley asociativa)}$$

$$= (-4+5)a+(9+1)b^2+(-11+5)a^2+(8-9) \quad \text{(Ley distributiva)}$$

$$= a+10b^2-6a^2-1$$

Si se tienen que sumar más de dos polinomios, se procede en igual forma, que para dos.

En la práctica, para facilitar la reducción de los términos semejantes, conviene ordenar los polinomios y escribir los términos semejantes, en una misma columna, como se muestra a continuación.

EJEMPLO:

Sumar los tres polinomios siguientes:

$$6a^2x^2+x^4+a^4-4a^3x-4ax^3+9$$

$$7ax^3-7a^2x^2+5a^3x+3a^4-x^4-5$$

$$2a^4-a^3x+2a^2x^2-10ax^3-3x^4-3$$

Solución: Para sumar los polinomios anteriores, se les dispone como sigue

$$\begin{array}{rrrrrr} a^4 & -4a^3x & +6a^2x^2 & -4ax^3 & +x^4 & +9 \\ 3a^4 & +5a^3x & -7a^2x^2 & +7ax^3 & -x^4 & -5 \\ 2a^4 & -a^3x & +2a^2x^2 & -10ax^3 & -3x^4 & -3 \\ \hline 6a^4 & & +a^2x^2 & -7ax^3 & -3x^4 & +1 \end{array}$$

Por tanto, habiendo reducido los términos semejantes de cada columna, se obtiene, que la suma buscada es:

$$6a^4+a^2x^2-7ax^3-3x^4+1$$

EJEMPLO:

Encontrar la diferencia si $-5x+4y+5$ se sustrae de $2x+6y-3$.

Solución: Podemos obtener la diferencia encontrando la suma de la segunda expresión anterior (el minuendo) y el inverso aditivo de la primera expresión (el sustraendo). Obtenemos que el inverso aditivo del sustraendo cambiando el signo de cada uno de sus términos. Así tenemos

$$\begin{array}{r} 2x+6y-3 \\ 5x-4y-5 \\ \hline 7x+2y-8 \end{array}$$

es la respuesta.

"Símbolos de Agrupación"

Cuando un grupo de términos, en una expresión algebraica, van a ser manejados como un sólo número, se encierran en paréntesis circulares ( ), o rectangulares [ ], o bien llaves { }. Estos símbolos, se usan también para indicar que se van a efectuar ciertas operaciones algebraicas y el orden en el cual deben efectuarse. Por ejemplo

$$(2x+4y-z)+(3x-2y+3z)$$

significa que el número representado por la expresión en el primer paréntesis, debe sumarse al representado por la expresión en el segundo. De igual modo

$$(6a-5b-2c)-(2a-3b-2c)$$

indica que el número representado por la última expresión debe restarse del representado por la primera.

Con objeto de efectuar las operaciones indicadas, mediante el uso de los símbolos de agrupación, se necesita quitar dichos símbolos, antes de llevar a cabo la operación final.

Si la operación indicada es la adición, se puede, por la ley asociativa, omitir los símbolos de agrupación y combinar los términos semejantes. Así, en la expresión de arriba se tiene,

$$\begin{aligned}(2x+4y-z)+(3x-2y+3z) &= 2x+4y-z+3x-2y+3z\\ &= (2x+3x)+(4y-2y)+(-z+3z)\\ &= 5x+2y+2z\end{aligned}$$

Si en una expresión algebraica, es necesario eliminar un símbolo de agrupación precedido por un signo menos, debe cambiarse el signo de cada uno de los términos encerrados por estos símbolos. Así

$$\begin{aligned}(6a-5b+2c)-(2a-3b+2c) &= 6a-5b+2c-2a+3b-2c\\ &= (6a-2a)+(-5b+3b)+(2c-2c)\\ &= (6-2)a+(-5+3)b+(2-2)c\\ &= 4a-2b\end{aligned}$$

o sea, si los símbolos de agrupación están precedidos por un signo más, pueden eliminarse sin ningún cambio en la expresión. Y si lo que precede a un símbolo de agrupación es un signo menos, los signos de todos los términos deben cambiarse al retirar el símbolo de agrupación.

Recíprocamente, si en una expresión algebraica, es necesario insertar un par de símbolos de agrupación, precedido de un signo menos, deben cambiarse los signos de cada uno de

los términos que queden encerrados.

Cuando en una expresión algebraica, contiene uno o más pares de símbolos de agrupación, encerrados en otro par, es aconsejable empezar a eliminar los símbolos internos.

EJEMPLO:

Quitar los símbolos de agrupación y simplificar combinando los términos semejantes, en la expresión:

$$2x-\{3x+[4x-(x-2y)+3y]-4y\}+2y$$

Solución: Los pasos del procedimiento, para eliminar los símbolos de agrupación, en la expresión anterior, se muestran a continuación:

$$\begin{aligned}&2x-\{3x+[4x-(x-2y)+3y]-4y\}+2y\\ &= 2x-\{3x+[4x-x+2y+3y]-4y\}+2 \quad \text{(eliminar paréntesis circular.}\\ &= 2x-\{3x+[3x+5y]-4y\}+2y \quad \text{(combinar términos semejantes en paréntesis rectangular).}\\ &= 2x-\{3x+3x+5y-4y\}+2y \quad \text{(eliminar paréntesis rectangular)}\\ &= 2x-\{6x+y\}+2y \quad \text{(combinar términos semejantes en llaves)}\\ &= 2x-6x-y+2y \quad \text{(eliminar llaves)}\\ &= -4x+y. \quad \text{(simplificar)}\end{aligned}$$

AUTOEVALUACION DE LA LECCION 2.

Realiza las operaciones indicadas.

1.- $(-14)+6$	6.- $(-17)+(-5)$
2.- $(-2)+(-3)$	7.- $18+(-17)+(-1)$
3.- $(5)+(-3)$	8.- $(-20)-13$
4.- $(-3)-(-2)$	9.- $5+(-9)$
5.- $9+(-3)$	10.- $(-4)-(-5)$

11.- $(mn)+(-mn)+6mn$

12.- $(-x)-(-7x)$

13.- $2a-5a$

14.- $8x-2x$

15.- $5a-6a-7a$

16.- $(-8a)-(-3a)-(-6a)$

17.- $2y-3y-5y$

18.- $3x^2-2xy$

19.- $-2x^3y+7x^3y$

20.- $2ab+(-3ab)$

21.- $8a-8b$

Sumar las tres expresiones en cada uno de los problemas 22 a 25. Sustraiga luego la tercera expresión de la suma de las dos primeras.

22.- $7x-3y+11$; $-14x+10y+10$; $8x+8y+13$

23.- $3a+4b-c$; $2c-4a+7b$; $3b-c+5a$

24.- $2x^2y-4xy^2-6xy$; $3xy+7x^2y+2xy^2$; $-xy^2+4xy+2x^2y$

25.- $2r-3rs+7s$; $-4s-3r+5rs$; $2rs+3s-8r$

Quitar los símbolos de agrupación y simplificar combinando términos semejantes.

26.- $2x-(y+z)+(x-y-z)$

27.- $(3a-2b)-(a+4b+1)$

28.- $(2a^2+3ab+c)+(2c-5a^2-ab)$

29.- $(7r+4s-3r^2s^2)-(3s+6r+3r^2s^2)$

30.- $(4a)+(b-3)-(3a+1)$

31.- $x-(y-z+4)+(x+z-2)$

32.- $(x-y)-(2x-3y)-(-x+y)$

33.- $1-[a-2b-(3-a)+3]$

34.- $8x-[(x+3y)-(3x-3y)]$

35.- $-[a+(3-a)-(4+3a)]$

36.- $(25x^2-22xy+15y^2)-[(4x^2+2y^2)-(15xy-10y^2)]$

37.- $-\{5x-y-[3y-(z-y+2x)-4x]+z\}$

38.- $3ab-\{-(2ab+4a)+[3b-(-ab+a+2ab)]\}$

39.- $-\{x-2xy+y-[3x+5xy+6y-(x-y)+5]\}$

RESPUESTAS A LA AUTOEVALUACION DE LA LECCION 2.

1.- -8
2.- -5
3.- 2
4.- -1
5.- 6
6.- -22
7.- 0
8.- -33
9.- -4
10.- 1
11.- $6mn$
12.- $6x$
13.- $-3a$
14.- $6x$
15.- $-8a$
16.- a
17.- $-6y$
18.- $3x^2 - 2xy$
19.- $5x^3y$
20.- $-ab$
21.- $8a - 8b$
22.- $x+15y+34$; $-15x-y+8$
23.- $4a + 14b$; $-6a + 8b + 2c$
24.- $11x^2y-3xy^2+xy$; $7x^2y-xy^2-7xy$
25.- $-9r+4rs+6s$; $7r$
26.- $3x - 2y - 2z$
27.- $2a - 6b - 1$
28.- $-3a^2 + 2ab + 3c$
29.- $r + s - 6r^2s^2$
30.- $a + b - 4$
31.- $2x - y + 2z - 6$
32.- y
33.- $1 - 2a + 2b$
34.- $10x - 6y$
35.- $3a + 1$
36.- $21x^2 - 7xy + 3y^2$
37.- $-11x + 5y - 2z$
38.- $6ab + 5a - 3b$
39.- $x + 7xy + 6y + 5$

1er. SEMESTRE. AREA II. UNIDAD IX.

OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

INTRODUCCION.

En esta unidad aprenderás a efectuar las operaciones de multiplicación y división con las expresiones y a simplificar el resultado.

Al término del estudio de esta unidad, el estudiante estará en condición de:

OBJETIVOS.

1.- Definir correctamente el concepto de multiplicación.

2.- Aplicar correctamente las leyes de los signos en la multiplicación de números algebráicos.

3.- Aplicar correctamente las leyes de los exponentes en la multiplicación de monomios y de polinomios.

4.- Definir correctamente el concepto de división.

5.- Aplicar correctamente las leyes de los signos en la división de números algebráicos.

6.- Aplicar correctamente las leyes de los exponentes en la división de monomios y de polinomios.

PROCEDIMIENTO SUGERIDO:

1.- Estudia la lección 3 del capítulo I de tu libro de texto. Para los objetivos del 1 al 3 estudia la sección 1-3 de la misma lección; tal vez te parezcan muy senci-