que establece el costo (c) de "n" camisas a $ 120.00 por camisa. Es claro que "n" en este caso tiene como dominio al conjunto de los números naturales, puesto que no se comparan fracciones de camisas.

Ahora, si los valores de todas las variables, excepto de una, se conocen, suele ser fácil calcular el valor de la variable desconocida.

Ejemplo 18.

El área total de un prisma rectangular de largo "ℓ", ancho "a", y altura "h", está dado por la fórmula:

$$A = 2\ell a + 2\ell h + 2ah$$

Encontrar el área total cuando ℓ = 20 cm, a = 8 cm, h = 2.5 cm.

Solución:

Comenzamos por *sustituir* todos los valores conocidos en la fórmula dada, de tal manera que:

$$A = 2(20)(8) + 2(20)(2.5)+2(8)(2.5)$$

Ahora, efectuando los productos y sumando todos los términos queda que:

$$A = 320 + 100 + 40$$

$$A = 460 \text{ cm}^2$$

Para comprobar el resultado sustituiremos en la fórmula original cada variable por su valor correspondiente, incluyendo el que hemos encontrado. Si la igualdad que resulta es una identidad, la respuesta es correcta.

$$A = 2\ell a + 2\ell h + 2ah$$

$$460 = 2(20)(8)+2(20)(2.5)+ 2(8)(2.5)$$

$$460 = 320 + 100 + 40$$

$$460 = 460$$

Ejemplo 19.

Consideremos ahora la fórmula:

$$M = C + C\,rt$$

que se usa para calcular el monto (capital más interés) que se obtiene al invertir un capital (C) a un tipo de interés (r) por un número de años (t).

Si al invertir un capital (C) por dos años al 4 % de interés nos da un monto de $ 5,400.00. ¿Cuál es el capital C?

Solución:

Primero sustituyamos los valores conocidos como son M= $ 5,400.00, r = 0.04, t = 2, en la fórmula de tal manera que:

$$M = C + C\,rt$$

$$5400 = C + C(0.04)(2)$$

Luego, simplificando tenemos:

$$5400 = C + 0.08\,C$$

$$5400 = (1 + 0.08)C$$

$$5400 = 1.08\,C$$

Aplicamos ahora el teorema 2 y el inverso multiplicativo de 1.08 a la ecuación equivalente, tenemos que:

CAPILLA ALFONSINA BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

$$\left(\frac{1}{1.08}\right)(5400) = \left(\frac{1}{1.08}\right)(1.08\ C)$$

$$\frac{5400}{1.08} = C$$

$$C = \$\ 5{,}000.00$$

el capital es de $ 5,000.00. Se deja la comprobación al estudiante.

Ejemplo 20.

La fórmula A = h/2 (a+b) se usa para encontrar el área de un trapecio. En ella "h" es la altura y "a" y "b" son las longitudes de las bases inferior y superior del trapecio. Si el área de un trapecio es de 84 cm^2, la altura de 8 cm y la base inferior mide 12 cm, encontrar la base superior.

Solución:

$A = (h/2)(a + b)$	(fórmula dada)
$84=(8/2)(a + 12)$	(sustitución de datos conocidos)
$84= 4(a + 12)$	
$84= 4a + 48$	(propiedad distributiva)
$84 +(-48)= 4a+48+(-48)$	(teorema 1 y el inverso aditivo de 48)
$36= 4a$	
$4a= 36$	(propiedad de simetría de la igualdad)
$\left(\frac{1}{4}\right)(4a) = \left(\frac{1}{4}\right)(36)$	(teorema 2 y el inverso multiplicativo de 4)
$a = 9$	

La base superior mide 9 cm.

Comprobación:

$$A = (h/2)(a+b)$$

$$84 = 8/2\ (9 + 12)$$

$$84 = 4(21)$$

$$84 = 84$$

AUTOEVALUACION 8.

En todos los casos encontrar el valor de la variable desconocida.

1.- En la fórmula $P=2\ell + 2a$, encontrar "P" si $\ell= 3.5$ y $a = 5$ cm.

2.- Si $S = 6e$, encontrar "S" si $e = 4$ cm.

3.- Si $A = 2(ab + ac + bc)$, encontrar "A" cuando $a= 3$ cm, $b = 6$ cm, $c = 4.5$ cm.

4.- Si $C = 2\pi r$, hallar "r" si $C = 88$ cm y $\pi= 22/7$.

5.- Si $M = C + Crt$, hallar "t" si M = $ 200, C = $ 100.00 y r = 5 %.

6.- Si $A = 1/3\ (x+y+z)$, hallar "z" si $A = 73$, $x = 88$ e $y=62$.

7.- Si $E = I\ (R + r)$ encontrar "r" si $E = 132$, $I= 12$ y $R= 6$.

8.- Si $K= wv^2/2g$, encontrar "w" si $K = 1296$, $v= 48$ y $g=9.8$.

CAPILLA ALFONSINA BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

3-13 DESPEJAR UNA LITERAL DE UNA FÓRMULA.

Una variable puede estar en cualquier miembro de la igualdad que expresa una fórmula. A la que está sola en el primer miembro se le llama a veces el "sujeto" de la fórmula. Es la literal con respecto a la cual la fórmula da una descripción o regla. Algunas veces conviene escribir la fórmula con un diferente "sujeto". Es lo que se llama "despejar" una literal de la fórmula.

Ejemplo 21.

De la fórmula A = 1/2 bh despejar "h", o sea, escribir "h" como sujeto.

Solución:

Podemos escribir esta fórmula como:

$$\frac{1}{2}bh = A \quad \text{(propiedad de simetría de la igualdad)}$$

ó

$$\frac{b}{2}h = A$$

Puesto que deseamos despejar "h", aplicamos el teorema 2, multiplicando ambos miembros de la ecuación por el inverso multiplicativo de b/2 para obtener una ecuación equivalente

$$\left(\frac{2}{b}\right)\left(\frac{b}{2}\right)h = \left(\frac{2}{b}\right)(A) \quad \text{(teorema 2)}$$

$$h = \frac{2}{b}A$$

ó

$$h = \frac{2A}{b}$$

Ejemplo 22.

De la fórmula F = 9/5 C + 32, despejar C.

Solución:

$$\frac{9}{5}C + 32 = F \quad \text{(propiedad de simetría de la igualdad)}$$

$$\frac{9}{5}C + 32 + (-32) = F + (-32) \quad \text{(teorema 1 y el inverso aditivo de 32)}$$

$$\frac{9}{5}C = F - 32 \quad \text{(ecuación equivalente)}$$

$$\left(\frac{5}{9}\right)\left(\frac{9}{5}C\right) = \left(\frac{5}{9}\right)(F-32) \quad \text{(teorema 2 y el inverso multiplicativo de 9/5).}$$

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

AUTOEVALUACIÓN 9.

En los siguientes ejercicios, despejar la variable que se indica :

1.- V = d/t, despejar "t".

2.- PV = rT, despejar "V".

3.- $d = v_o t + \frac{1}{2}gt^2$, despejar "$v_o$".

4.- $P = 2\ell + 2a$, despejar "ℓ".

5.- $S = \frac{1}{2}h(a+b)$, despjar "a".

6.- C = 10d + 5n, despejar "n".

7.- $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, despejar "h".

8.- D = dq + r, despejar "q"

CAPILLA ALFONSINA BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

3-14 CONJUNTOS SOLUCIÓN DISTINTOS.

Resumiendo, las secciones anteriores tratamos con proposiciones abiertas como lo son las ecuaciones lineales en una variable, vimos como resolverlas, o sea encontramos su conjunto solución por diferentes formas o procedimientos.

En general, al resolver una ecuación lineal se sugieren los siguientes pasos:

1) Visualizar la ecuación original, si está afectada por paréntesis, proceder a efectuar las multiplicaciones. (Por la propiedad distributiva).

2) Una vez que ya se expresó la ecuación original en otra equivalente, observar si no contiene fracciones. En caso de contener fracciones hacer uso del teorema 2 de la igualdad multiplicando ambos lados de la ecuación por el M.C.D. de la ecuación, o sea, el m.c.m. de los denominadores de la ecuación. Proceder después a efectuar las multiplicaciones correspondientes, con el fin de expresar la ecuación en otra equivalente que no contenga fracciones.

3) Una vez expresada la ecuación original en otra equivalente fuera de paréntesis y fracciones, se puede proceder a resolverla de 2 maneras:

   a) Trasponer, por medio del teorema 1 de la igualdad, hacia un mismo miembro de la ecuación todos los términos que contengan la variable y hacia el otro miembro los otros términos que no contengan variable. Luego, proceder a simplificar ambos miembros de la ecuación y despejar la variable. (Encontrar su conjunto solución).

   b) O bien, primero podemos simplificar ambos miembros de la ecuación, reuniendo términos semejantes y expresarla en la forma $ax + b = cx + d$. Luego, haciendo uso del teorema 1, trasponer hacia un miembro de la ecuación los términos que contengan variable y hacia el otro miembro los que no contengan variable. Después proceder a simplificar y despejar la variable. (Encontrar el conjunto solución).

4) Sustituir el valor encontrado en la ecuación original para comprobar si el valor encontrado mantiene la igualdad. Si la mantiene la igualdad entonces ese es el conjunto solución de la ecuación original dada.

Es muy importante el hecho de que el estudiante compruebe la solución encontrada con el fin de que esté seguro de la respuesta.

Ejemplo 23.
Ahora consideremos la ecuación:

$$3y + 8 - 5y - 3 = 13 - 2y - 8$$

Resolviéndola por los pasos expuestos anteriormente, tenemos:

$3y - 5y + 8 - 3 = 13 - 8 - 2y$ (reordenando los términos)

$(3-5)y + 5 = 5 - 2y$

$-2y + 5 = 5 - 2y$ (ecuación equivalente)

$(+2y) - 2y + 5 = 5 - 2y + (2y)$ (teorema 1 y el inverso aditivo de $-2y$)

$0 + 5 = 5$

$5 = 5$ (elemento de identidad de la suma)

Vemos que se nos ha eliminado la variable y sin embargo se cumple la igualdad. Cuando al resolver una ecuación de este tipo nos quede una *identidad*, decimos que *el conjunto solución es el dominio de la variable* o sea, el conjunto de los números reales, en caso de no especificarlo.

En este caso, en realidad aún cuando sea una ecuación, se trata de una *proposición cerrada* y no abierta.

CAPILLA ALFONSINA BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

El estudiante puede comprobar esta identidad dándole cualquier valor a la variable.

Ejemplo 24.

Ahora consideremos la ecuación:

$$2(4y+5) = 7(2y+5) + 3(11-2y)$$

Resolviéndola, tenemos:

$2(4y) + 2(5) = 7(2y) + 7(5) + 3(11) - 3(2y)$

(propiedad distributiva)

$8y + 10 = 14y + 35 + 33 - 6y$

(ecuación equivalente)

$8y + 10 = 14y - 6y + 35 + 33$

(reordenando el miembro derech

$8y + 10 = (14-6)y + 68$

$8y + 10 = 8y + 68$ (ecuación equivalente)

$8y+10+(-10) = 8y +68+(-10)$ (teorema 1 y el inverso aditiv de 10)

$8y = 8y + 58$

$(-8y) + 8y = (-8y)+8y+58$ (teorema 1 y el inverso aditiv de 8y)

$0 \neq 58$ (falso)

Vemos que, ahora el resultado al cual llegamos es un *absurdo* o bien, tiene una raíz extraña. Cuando al resolver una ecuación de este tipo, en el cual se elimina la variable pero no se mantiene la igualdad, se considera que no tienen solución en el conjunto de los números reales, o sea que su conjunto es ϕ (vacío), puesto que no hay elementos del dominio de la variable que hagan cierta la proposición.

Cabe hacer la observación de que el estudiante no debe confundir nunca los conceptos $\{\}$ y $\{0\}$. El primero indica que no hay elementos posibles como solución, mientras que el segundo sí acepta un elemento como solución siendo el 0.

Veamos más detenidamente esto a través del siguiente ejemplo:

Ejemplo 25.

$$6y + 11 + 3y - 2 = 6 + 5y + 7 + y - 4$$

Resolviendo la ecuación, tenemos:

$6y + 3y + 11 - 2 = 5y + y + 6 + 7 - 4$ (reordenando términos semejantes)

$(6 + 3)y + 9 = (5 + 1)y + 9$

$9y + 9 = 6y + 9$ (ecuación equivalente)

$(-6y) + 9y + 9 + (-9) = (-6y)+ 6y + 9 + (-9)$

(teorema 1 y los inversos aditivos de 9 y 6y)

$(-6+9)y + 0 = 0 + 0$

$3y = 0$ (ecuación equivalente)

$\left(\frac{1}{3}\right) 3y = \left(\frac{1}{3}\right) 0$ (teorema 2 y el inverso multiplicativo de 3)

$y = 0$ (ecuación equivalente)

Comprobación:

$6y + 11 + 3y - 2 = 6 + 5y + 7 + y - 4$ (ecuación original)

$6(0) + 11 + 3(0)-2= 6 + 5(0) + 7 + (0)-4$ (conjunto sustitución)

CAPILLA ALFONSINA BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

$$0 + 11 + 0 - 2 = 6 + 0 + 7 + 0 - 4$$
$$11 - 2 = 6 + 7 - 4$$
$$9 = 13 - 4$$
$$9 = 9 \qquad \text{(es verdadero)}$$

Por lo tanto, el conjunto solución es {0}.

Podemos resumir diciendo:

a) Si una ecuación es equivalente a una expresión verdadera tal como 0 = 0, 5 = 5, etc.; entonces la ecuación será verdadera para *todos* los valores de la variable. Por lo tanto, su conjunto solución será el dominio de la variable.

b) Si una ecuación es equivalente a una expresión falsa, tal como 1= 3, 5 = 0, etc.; entonces la ecuación será verdadera para *ninguno* de los valores de la variable; por lo tanto su conjunto solución será ϕ ó {}.

AUTOEVALUACIÓN 10.

Determinar los conjuntos solución para las siguientes ecuaciones:

1.- $4x + 3 - 7x + 2 = 11 - 3x + 8$

2.- $3m - 5 + 6m - 7 = 2 + 11m - 14 - 2m$

3.- $2(7p + 3) = 5(6p + 4) - 7(3p + 2)$

4.- $4(3 - 5y) - 6(2 - 7y) = 11(2y + 5)$

5.- $\frac{5}{6}(2y + 9) - \frac{3}{4}(5y - 2) = \frac{3}{4}(7y + 12)$

6.- $\frac{3}{5}(6y + 2) - \frac{2}{3}(4y + 3) = \frac{2}{15}(7y - 6)$

AUTOEVALUACIÓN DE LA LECCIÓN 1

$y = \frac{12}{6}$ $y = 2$

1.- Determine el conjunto solución de y + 6 = 12 cuando el dominio de y es: a) {1,2,3,4,5}; b) {y/y es un número racional}.

2.- En general, siempre que se multiplique cada lado de una proposición abierta por el mismo número, se obtiene una proposición abierta _____, cuidando que el número por el cual se multiplique no _____.

3.- También se dice que dos ecuaciones son equivalentes si _____

4.- ¿Qué se entiende por dominio de la variable? _____

5.- ¿Qué se entiende por conjunto solución? _____

6.- Cuando no se especifica el dominio de la variable se entiende que _____

7.- ¿Qué entiende por ecuaciones equivalentes? _____

8.- ¿Qué puede decir acerca de una ecuación? _____

CAPILLA ALFONSINA BIBLIOTECA UNIVERSITARIA