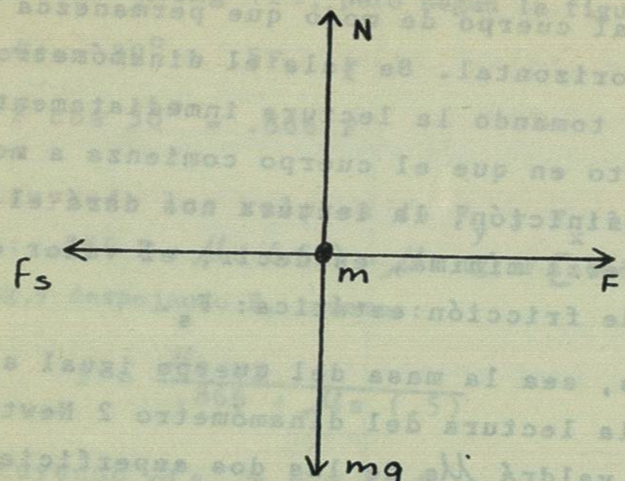


FIGURA 1-3-6

Entonces, por definición: $F = f_s$ ... (1) en valor absoluto, y como: $f_s = \mu_s N = \mu_s mg = \mu_s (500)\, 980$

También f_s se calculará pasando al sistema M.K.S.; $f_s = \mu_s (.5)\, 9.8 = 4.9\, \mu_s$.

Así es que sustituyendo el valor de f_s en la ecuación (1), tenemos:

$F = 4.9\, \mu_s$, despejando μ_s y sustituyendo el valor de F, tenemos:

$$\mu_s = \frac{2}{4.9} = .408$$

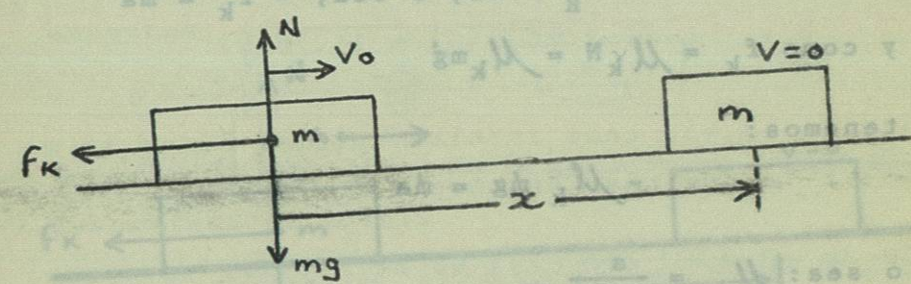
B.- Fricción Cinética en planos horizontales.

1.- Se desea conocer el coeficiente de fricción cinético, entre la superficie de un bloque y la superficie en que se mueve, sobre un plano horizontal.

Si la velocidad inicial del bloque es $2\ \frac{M}{seg}$

y se detiene a 1.6 M

SOLUCION:- El dibujo correspondiente del problema es:



La fuerza de fricción cinética: f_k se opone en todo momento al movimiento del bloque de masa m, actuando como los frenos de un automóvil, dando lugar a una desaceleración, hasta que se detiene el bloque. Por lo tanto, haciendo uso de la cinemática:

$2\,aX = V^2 - V_o^2$ y como $V = 0$, entonces:

$2\,aX = -V_o^2$, $a = \frac{-V_o^2}{2X} = \frac{-(2)^2}{2\,(1.6)}$

$a = \frac{-4}{3.2} = -1.25\ \frac{M}{seg^2}$. El signo menos indica desaceleración:

De acuerdo con el dibujo:

$$-f_k = F_R$$

f_k es negativa por apuntar a la izquierda y F_R es la fuerza resultante, que según la segunda Ley de Newton: $F_R = ma$, o sea; $-f_k = ma$

y como $f_k = \mu_k N = \mu_k mg$

tenemos:

$$-\mu_k \cancel{m}g = \cancel{m}a$$

o sea: $\mu_k = \frac{a}{-g}$

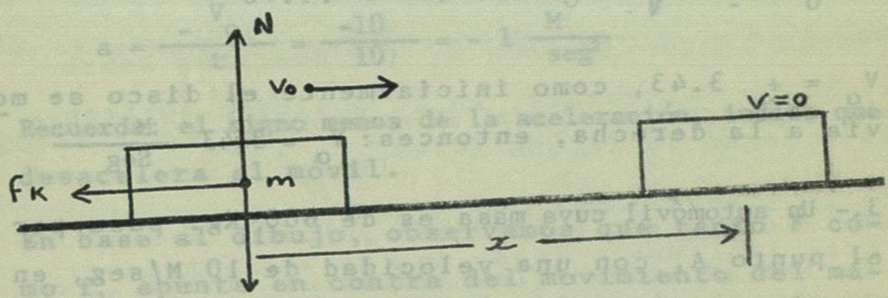
y sustituyendo a y g, por sus valores correspondientes:

$$\mu_k = \frac{-1.25}{-9.8} = .127$$

NOTA:- ¿Qué pasaría si no hubiese fricción? Ah, pues el bloque seguirá moviéndose con la misma velocidad inicial, de acuerdo con la primera Ley de Newton.

2.- Un disco de Hockey, sale disparado resbalando sobre un plano horizontal y se detiene a 3 metros de su punto de disparo. Si $\mu_k = .20$, calcular la velocidad con la que salió disparado.

SOLUCION:- Haciendo el dibujo del problema:



En base a este dibujo: $-f_k = F_R = ma$ o también, $-\mu_k N = ma$

Y sustituyendo N por mg:

$$-\mu_k \cancel{m}g = \cancel{m}a, \quad a = -\mu_k g$$

$$a = -.20(9.8) = -1.96 \frac{M}{seg^2}$$

Haciendo uso de la ecuación:

$2a X = V^2 - V_o^2$, y como $V = 0$

al detenerse el disco de Hockey:

$$2aX = -V_o^2 : V_o = \pm\sqrt{-2aX}$$

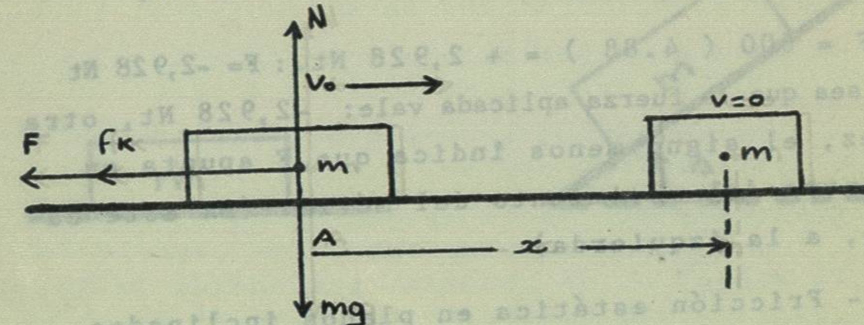
Y sustituyendo:

$$V_o = \pm\sqrt{-2(-1.96)(3)} = 11.76$$

$V_o = \pm$ 3.43, como inicialmente el disco se movía a la derecha, entonces: $V_o = 3.43 \ \frac{M}{Seg}$

3.- Un automóvil cuya masa es de 600 Kg. pasa por el punto A, con una velocidad de 10 M/seg, en ese instante se le aplica una fuerza F, horizontal, contraria a su movimiento. Si $\mu_k = 0.6$ y tarda en detenerse 10 seg. ¿Cuánto vale la fuerza F aplicada.

SOLUCION:- Dibujo del Problema:



Si partimos de que: $V = V_o + at$ y como $V = 0$, entonces: $at = -V_o$ o bién,

$$a = \frac{-V_o}{t} = \frac{-10}{10} = -1 \frac{M}{seg^2}$$

Recuerda: el signo menos de la aceleración, indica que desacelera al móvil.

En base al dibujo, observamos que tanto F como f_k apunta en contra del movimiento del móvil, o sea hacia la izquierda.

Entonces: $-(F + f_k) = ma : -F - f_k = ma$

o bién: $-F = ma + f_k = ma + \mu_k N$,

$$-F = ma + \mu_k mg = m(a + \mu_k g)$$

Por lo tanto: $-F = 600\ (-1 + .6 \times 9.8)$,

$-F = 600\ (\ 4.88\ ) = + 2{,}928$ Nt.: $F = -2{,}928$ Nt

o sea que la fuerza aplicada vale: -2,928 Nt, otra vez, el signo menos indica que F apunta en contra del movimiento del móvil. (En este caso, a la izquierda)

C.- Fricción estática en planos inclinados.

1.- En el problema A-3 se describió y desarrolló el método del dinamómetro para encontrar μ_s.

Pués bien, ahora veremos el método del plano inclinado para encontrar μ_s.

Sea un bloque de masa m, que descansa sobre el plano inclinable, en su posición horizontal, según la figura 1-3-7.

En la figura 1-3-8, el plano comienza a levantarse lentamente desde uno de sus extremos: por eso se dice plano inclinable.

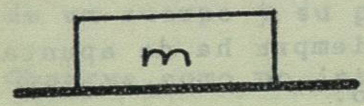


FIGURA 1-3-7

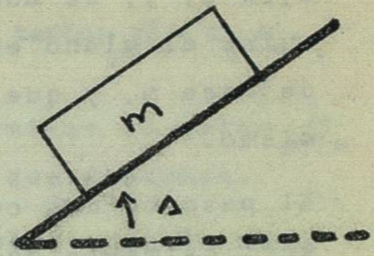


FIGURA 1-3-8

El bloque no se mueve, hasta que se llega a un ángulo especial, llamado ángulo crítico: A_c, en el cual, el bloque baja repentinamente. En este momento se mide dicho ángulo y se hace el siguiente diagrama vectorial, en la figura: 1-3-9.

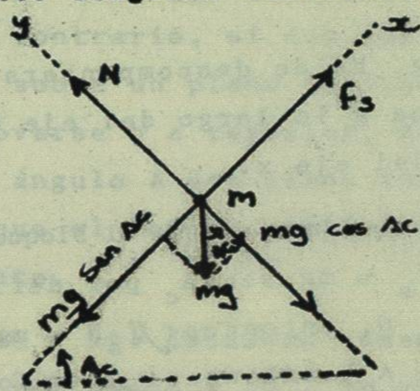


FIGURA 1-3-9

Observa como aparecen en la figura 1-3-9, los ejes x, y, de modo que el eje y, es perpendicular al plano en que se encuentra el bloque de masa m, y que el eje x actúa como el plano mismo.

El peso mg del cuerpo, siempre ha de apuntar verticalmente hacia abajo.

El ángulo A, en general, que indica la inclinación del plano, será también el ángulo formado por el vector: mg y el eje y, inclinado. En este caso, el ángulo A es el ángulo crítico: A_c, como aparece en la figura 1-3-9.

Como N ha de ser siempre perpendicular al plano en que se encuentra el bloque, entonces se ha de encontrar a lo largo del eje y, inclinado.

El peso mg, ha de descompensarse en dos componentes, una a lo largo del eje y, y la otra a lo largo del eje x.

En el preciso momento en que el bloque comienza a deslizarse; $f_s = mg \text{ sen } A_c$ por definición. Y como $f_s = \mu_s N$, entonces: $\mu_s N = mg \text{ sen } A_c$, pero $N = mg \text{ Cos } A_c$, entonces: $\mu_s mg \text{ Cos } A_c = mg \text{ sen } A_c$.

Y despejando μ_s, se obtiene:

$$\mu_s = \frac{\text{sen } A_c}{\text{Cos } A_c} = t_g\ A_c. \text{ por lo tanto; } \mu_s = t_g\ A_c.$$

De esta manera podemos determinar el valor μ_s de un cuerpo y su plano en que descansa.

Observa como no intervino para nada la masa del bloque, en la determinación de μ_s.

NOTA: De lo anterior se puede concluir que, todo cuerpo que descansa sobre un plano inclinado, sin estar sujeto por ningún agente externo, y que no se mueve, es debido a que el ángulo de inclinación A, del plano inclinado, es menor que el ángulo crítico: A_c correspondiente, como lo muestra la figura 1-3-8.

Por el contrario, si con sólo colocar el bloque sobre un plano inclinado, comienza a moverse o a resbalar, quiere decir, que el ángulo A del plano inclinado es mayor que el ángulo crítico A_c, correspondiente.

2.- Un cubo de 1 kg. descansa sin moverse sobre un plano inclinado a 20^o. El coeficiente de fricción estática es de 0.45 (a) ¿Qué fuerza mínima y paralela al plano inclinado deberá aplicarse al cubo para comenzar a moverlo con velocidad constante en el sentido de la fuerza?. (b) Si no hubiese fricción, ¿cuánto deberá valer la fuerza para mover al cubo con velocidad constante y si se elimina dicha fuerza que pasaría?.

SOLUCIONES:- Hagamos la siguiente figura 1-3-10 en base a los datos del problema.

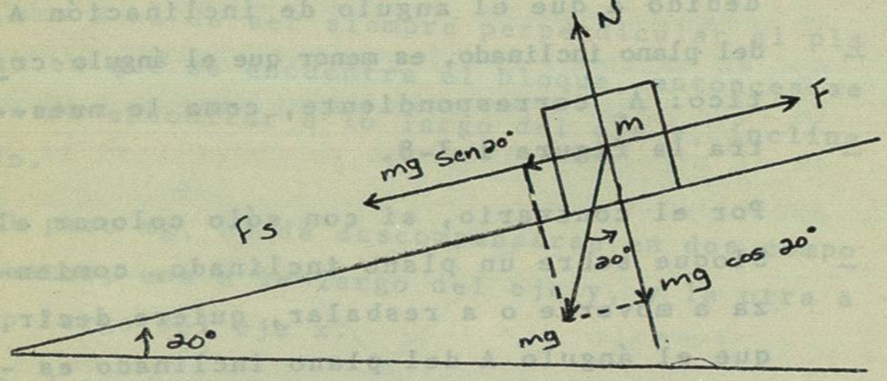


figura 1-3-10

(a) En base a la figura: $F-(mg \text{ sen } 20^o + f_s) = F_R = ma$ pero como el cubo ha de comenzar a moverse con velocidad constante, entonces: a = 0, o sea:

$$F - (mg \text{ sen } 20^o + f_s) = 0$$

$$F = mg \text{ sen } 20^o + f_s$$

y como: $f_s = \mu_s N = \mu_s \text{ mg Cos } 20^o$

$$F = mg \text{ sen } 20^o + \mu_s \text{ mg Cos } 20^o$$

$$F = mg \; (\text{sen } 20^o + \mu_s \text{ Cos } 20^o)$$

$$F = 1 \times 9.8 \; (.3420 + .45 \times .9397)$$

$$F = 9.8 \; (.77) = 7.49 \text{ Nt}$$

(b) Como no hay fricción: $f_s = 0$ y la ecuación de movimiento en base a la fig. 1-3-11, será:

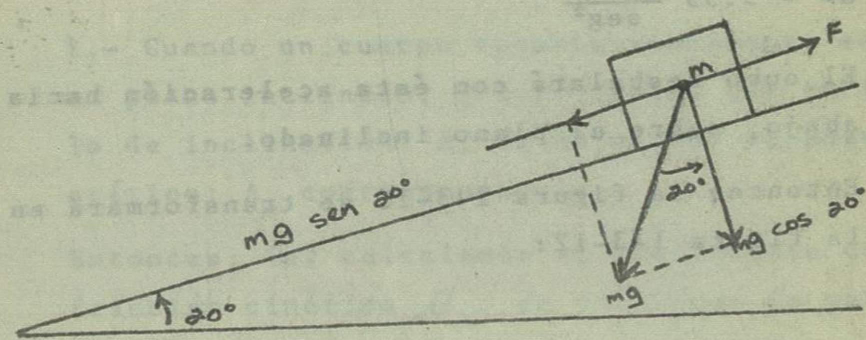


figura 1-3-11

$F - mg \text{ sen } 20^o = F_R = ma$

pero como a = 0 al mover al cubo con velocidad constante, entonces:

$$F - mg \text{ sen } 20^o = 0$$

$$F = mg \text{ sen } 20^o = 1 \times 9.8 \times .3420$$

$$F = 3.35 \text{ Nt}$$

Al desaparecer esta fuerza, la ecuación de movimiento será ahora:

$$0 - mg \text{ sen } 20^o = F_R = ma$$

o bién: $- \cancel{m}g \text{ sen } 20^o = \cancel{m}a$

$a = - g \text{ sen } 20^o = -9.8(.3420)$

$a = - 3.35 \frac{M}{seg^2}$

El cubo resbalará con ésta aceleración hacia abajo, sobre el plano inclinado.

Entonces la figura 1-3-11 se transformará en la figura 1-3-12:

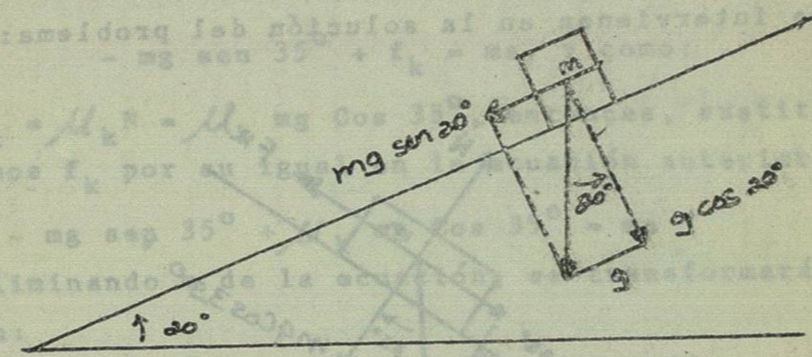


FIGURA 1-3-12

D.- Fricción cinética en planos inclinados.

1.- Cuando un cuerpo resbala libremente sobre un plano inclinado, quiere decir, que su ángulo de inclinación: A, es mayor que el ángulo crítico: A_c correspondiente.

Entonces: (a) calculemos el coeficiente de fricción cinética μ_k, de un bloque de masa: 500 gr, que al soltarse sobre un plano inclinado a 35^o, recorre 1 metro en .816 seg, con aceleración constante.

(b) ¿Qué sucedería si no hubiese fricción?

SOLUCIONES:

(a) La figura 1-3-13, muestra los factores que intervienen en la solución del problema:

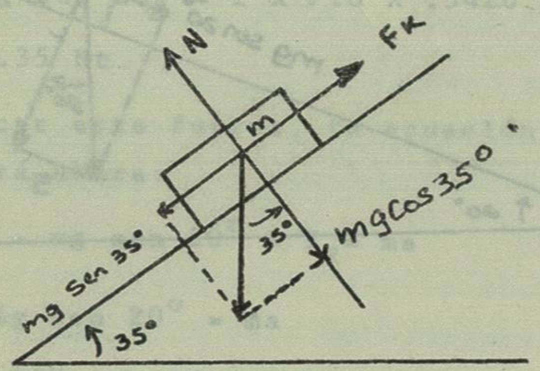


FIGURA 1-3-13

Calcularemos primero el valor de la aceleración con la cual resbala el bloque.

Partiendo de que: $x = V_o t + \frac{1}{2} at^2$

y como $V_o = 0$, pues el bloque se soltó, entonces: $x = \frac{1}{2} at^2$, despejando a y sustituyendo los valores de x y de t, tenemos:

$$a = \frac{2x}{t^2} = \frac{2(-1)}{.816^2} = -3 \ \frac{M}{.seg^2}$$

Enseguida, escribiremos la ecuación de movimiento del bloque sobre el plano inclinado, en base a la figura: 1-3-13

$$- mg \text{ sen } 35^o + f_k = ma, \text{ y como:}$$

$f_k = \mu_k N = \mu_k$ mg Cos 35^o, entonces, sustituímos f_k por su igual en la ecuación anterior:

$$- mg \text{ sen } 35^o + \mu_k \text{ mg Cos } 35^o = ma$$

eliminando m de la ecuación, se transformará en:

$$-g \text{ sen } 35^o + \mu_k g \text{ Cos } 35^o = a \quad \text{o bién:}$$

$$\mu_k g \text{ Cos } 35^o = g \text{ sen } 35^o + a$$

despejando μ_k, tenemos:

$$\mu_k = \frac{g \text{ sen } 35^o + a}{g \text{ Cos } 35^o}$$

Sustituyendo las literales por sus valores conocidos, llegamos a:

$$\mu_k = \frac{9.8 \times .5735 + (-3) = 5.62-3}{9.8 \times .8191} = \frac{2.62}{8.027}$$

$$\mu_k = .326$$

De esta manera, hemos calculado el coeficiente de fricción cinética, para la masa m de 500 gr. ,

¿Verdad que no se necesitó usar la masa?

(b) Si no hubiese fricción, $f_k = 0$, y también: $\mu_k = 0$ desapareciendo el vector f_k en la fig.1-3-13 siendo ahora la ecuación de movimiento:

$$-\cancel{m}g \text{ sen } 35^o = F_R = \cancel{m}a$$

$$a = - g \text{ sen } 35^o = - 9.8 \text{ X } .5735$$

$$a = - 5.62 \text{ M/seg}^2$$

2.- Continuaremos con el problema anterior, pero ahora encontraremos:

(a) La fuerza F, necesaria y paralela al plano inclinado, para que la mas m, resbale con velocidad constante, hacia abajo. y,

(b) ¿Qué sucedería, en el caso en que no hubiera fricción y se aplicara la misma fuerza F, del inciso (a)?.

SOLUCIONES:-

(a) La figura 1-3-14, servirá de base para contestar este inciso:

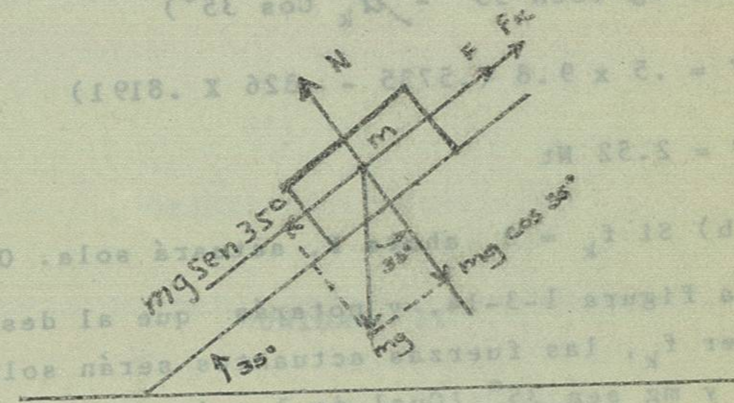


FIGURA 1-3-14

¿Recuerdas que en el problema anterior, la masa m, bajaba aceleradamente, aún en la presencia de f_k?.

Pués bién, para que ahora baje con velocidad constante, será necesario ayudar a f_k, por eso F apunta en el mismo sentido que f_k, según se indica en la fig.1-3-14. Entonces:

$$F + f_k - mg \text{ sen } 35^o = F_R = ma = 0$$

Para que baje el cuerpo con velocidad constante. Despejando F, tenemos:

$F = mg \text{ sen } 35^o - f_k$ y;

$F = mg \text{ sen } 35^o - \mu_k \, mg \text{ Cos } 35^o$

$F = mg \, (\text{sen } 35^o - \mu_k \text{ Cos } 35^o)$

$F = .5 \times 9.8 \, (.5735 - .326 \times .8191)$

$F = 2.52$ Nt

(b) Si $f_k = 0$, ahora F, actuará sola. Observa la figura 1-3-14, y notarás que al desaparecer f_k, las fuerzas actuantes serán solamente: F y mg sen 35^o. ¿Cual de las dos fuerzas ganará provocando una aceleración a su favor o en su sentido?.

$F - mg \text{ sen } 35^o = ma$, despejando a, tenemos:

$a = \dfrac{F - mg \text{ sen } 35^o}{m}$, o bién:

$a = \dfrac{2.52 - .5 \times 9.8 \times .5735}{.5} = \dfrac{2.52 - 2.81}{.5} = \dfrac{-.29}{.5}$

$a = -.58 \dfrac{M}{seg^2}$

¿Qué indica el signo negativo en el resultado? Ah, pues que F, no gana sino mg sen 35^o pués el cuerpo resbalará hacia abajo en el sentido de mg sen 35^o.

UNIDAD II

TRABAJO, ENERGIA Y POTENCIA