$m_1(-3V_{2f}) = -m_2V_{2f}, \; -3\,m_1V_{2f} = -m_2V_{2f},$

o sea: $3m_1 = m_2$ 3-5-2

Ahora, como: $m_1 + m_2 = 50$ grs. = Masa total de la vasija antes de la explosión.

$m_1 = 50 - m_2$ y sustituyendo en la ecuación 3-5-2, tenemos:

$$3(50 - m_2) = m_2$$

$$150 - 3m_2 = m_2$$

$$150 = 4\,m_2$$

$$m_2 = \frac{150}{4} = 37.5 \text{ grs.}$$

y despejando m_1 de la ecuación 3-5-2

$$m_1 = \frac{m_2}{3} = \frac{37.5}{3} = 12.5 \text{ grs.}$$

3.- Un rifle cuya masa es de 3.5 kg, dispara una bala con velocidad de 850 M/seg, calcular la velocidad de retroceso del rifle, si está suspendido libremente. La masa de la bala es de 9.04×10^{-3} Kg.

SOLUCION:- Antes del evento del disparo la bala y el rifle estaban en reposo, o sea:

$$m_1V_{1i} = 0, \quad m_2V_{2i} = 0$$

Por lo tanto: $m_1V_{1f} + m_2V_{2f} = 0$, de acuerdo con la Ley de la conservación de la cantidad de movimiento.

$$m_1V_{1f} = -m_2V_{2f}$$

Si hacemos que m_1 = masa del rifle y V_{1f} la velocidad de retroceso del rifle, entonces;

$$V_{1f} = \frac{-m_2V_{2f}}{m_1} = \frac{-9.04 \times 10^{-3} \times 850}{3.5}$$

$$V_{1f} = -2.195 \text{ M/seg.}$$

El signo negativo indica que el rifle se mueve en sentido contrario al de la bala.

3-6 LEY DE LA CONSERVACION DE LA ENERGIA: En todo evento o suceso, natural o artificial, -- hay pérdida de energía por una parte y ganancia de energía por la otra parte. Esta energía bien puede ser: Mecánica (Cinética o potencial), química, calorífica, eléctrica, magnética o nuclear.

El hecho de que por un lado haya pérdida de energía y ganancia por el otro, quiere decir, que la energía no puede crearse, como crear una obra de arte o crear un artefacto mecánico, sino que la energía que se pierde ha de transformarse en otra forma de energía. Esto quiere decir, que tampoco la energía se destruye. Por ejemplo: Una pila eléctrica que tiene almacenada en sus polos: Energía química, la cual se transforma en energía lumínica al conectarse a la pila un foquito, o bien se transforma en energía calorífica al conectarle una resistencia eléctrica, o también se puede transformar en energía mecánica al hacer que se mueva un motor eléctrico que se conecte a ella. Este es un caso en el que la energía se puede transformar en otros tipos de energía, sin crearse ni destruirse.

Citemos otro ejemplo de la transformación de la energía. En éste se irá mencionando una continúa transformación de la energía, se toma un cerillo, para encenderlo es necesario

moverlo sobre una superficie áspera, aplicando energía interna que gasta quien mueve al cerillo, transformándose ésta en energía cinética del cerillo, que al rozar sobre la superficie se transforma en energía calorífica y ésta a la vez se transforma en energía de combustión del fósforo contenido en la cabeza del cerillo, para que finalmente se transforme en energía lumínica y calorífica en la llama.

De nuevo la energía en ningún momento se ha creado ni destruido sino transformado.

Entonces, ya estamos preparados para entender la Ley de la Conservación de la Energía; la cual establece que: La energía no se crea ni se destruye, sino que se transforma.

3-7 <u>CHOQUES ELASTICOS E INELASTICOS</u>: Durante los choques siempre la energía cinética de los cuerpos que chocan se transforma en energía calorífica y en ocasiones en energía de deformación de los cuerpos participantes en el choque.

Pués bien, comencemos por decir que los choques pueden ser: Totalmente elásticos, simple mente elásticos o totalmente inelásticos.

Idealmente, un choque totalmente elástico es aquél en el que, la energía cinética total de los cuerpos antes del choque, es igual a la energía cinética total después del choque.

Un choque simplemente elástico es en el que, parte de la energía cinética total antes del choque, se transforma en energía calorífica y en energía de deformación durante el choque, siendo menor por lo tanto, la energía cinética total después del choque.

Un choque totalmente inelástico, es aquél en el que, la energía cinética total antes del choque, se transforma durante el choque en: Energía calorífica y energía de deformación y en energía cinética después del choque, de los cuerpos como un todo.

En los tres tipos de choque, la conservación de la cantidad de movimiento se cumple en su totalidad; antes y después del choque, la cantidad de movimiento total es la misma.

En el presente estudio se considerarán los dos extremos de los choques: Totalmente elás-

ticos y totalmente inelásticos.

CHOQUES ELASTICOS.- Así llamaremos simplemente a los choques totalmente elásticos.

Este tipo de choques se presentan cuando chocan entre sí, cuerpos demasiado duros como: Bolas de acero, de marfíl (las de billar), de vidrio, átomos, moléculas, etc.

Durante el choque, todos estos cuerpos sufren una pequeña deformación y por lo tanto habrá una pequeña cantidad de energía cinética que se transforme en calor, por lo que, la energía cinética total después de choque será ligeramente menor que la energía cinética total antes del choque.

La rapidez con que un cuerpo recobra su forma original después de sufrir una deformación, viene a ser una medida de elasticidad o restitución.

Si partimos de que el choque, entre los cuerpos antes citados es idealmente elástico, entonces, podemos escribir la ecuación de la conservación de la energía cinética:

$$\underbrace{\frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2i}^2}_{\text{antes del choque}} = \underbrace{m_1 V_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2f}^2}_{\text{después del choque}} \quad ..3\text{-}7\text{-}1$$

y como la conservación de la cantidad de movimiento se cumple en cualesquier tipo de choque, entonces:

$$\underbrace{m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i}}_{\text{antes del impacto}} = \underbrace{m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f}}_{\text{después del impacto}} \quad ...3\text{-}7\text{-}2$$

Combinando las ecuaciones: 3-7-1 y 3-7-2, y simplificando, resulta:

$$\underbrace{-(V_{1i} - V_{2i})}_{\text{antes del choque}} = \underbrace{V_{1f} - V_{2f}}_{\text{después del choque}} \quad .....3\text{-}7\text{-}3$$

En los casos ideales de choques elásticos, la ecuación 3-7-3, se cumple totalmente, pero en la realidad dicha igualdad no se cumple por ligeras diferencias.

Para tener una idea de qué tan elástico es un choque, se ha introducido un término llamado coeficiente de restitución, éste coeficiente, es una propiedad conjunta de los dos cuerpos que choque entre sí.

La ecuación del coeficiente de restitución: e, está dado por:

$$e = \frac{V_{2f} - V_{1f}}{V_{1i} - V_{2i}} \quad .... \; 3\text{-}7\text{-}4$$

Al coeficiente de restitución, también se le llama coeficiente de elasticidad.

Otra forma más fácil de medir experimentalmente dicho coeficiente, es mediante la siguiente ecuación:

$$e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \quad ....3\text{-}7\text{-}5$$

Siendo h_2 = altura a que llegó una bola dada, después de rebotar sobre una superficie horizontal, y h_1 = altura desde donde se soltó la bola anterior.

Para choques elásticos: e = 1 y para choques inelásticos: e = 0

En general, el coeficiente de restitución o de elasticidad, siempre tiene un valor entre 0 y 1.

Para el caso de los choques de materiales muy duros, e tiene un valor superior a 0.95, consi derándose en la práctica, como choques elásti cos.

Contrariamente a la creencia común, una esfera de acero o de vidrio, rebotará a más altura que la mayor parte de las pelotas de hule.

<u>CHOQUES INELASTICOS</u>:- Así llamaremos simplemente, a los choques totalmente inelásticos y se presentan en el caso en que, los cuerpos al chocar se adhieren entre sí y se mueven como un solo cuerpo después del impacto.

Por ejemplo; una bala que se incrusta en un bloque de madera.

En este tipo de choque, la conservación de la energía cinética no se cumple, aunque la conservación de la energía en general se cumpla.

Sin embargo, la conservación de la cantidad del movimiento si se cumple, representándose en este caso, mediantte la ecuación:

$$\underbrace{m_1 V_1 i + m_2 V_2 i}_{\text{antes del impacto}} = \underbrace{(m_1 + m_2)\, V_f}_{\text{después del impacto}} \quad .....3\text{-}7\text{-}6$$

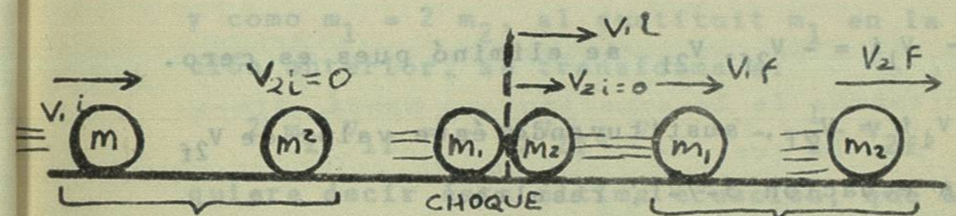
V_f, representa la velocidad final de m_1 y m_2 al adherirse después del choque.

Como ya dijimos, para éste caso: e = 0.

3-8 SECCION DE PROBLEMAS RESUELTOS:

1.- Un cuerpo de 2 Kg de masa choca elásticamente contra otro cuerpo que está en reposo y, después de ello, continúa moviéndose en su dirección original pero con un cuarto de su rapidez inicial. ¿Cuál fué la masa del cuerpo con el que chocó?.

SOLUCION:- Se presentará a manera de dibujo el problema:



Antes del choque   Después del choque

Usando la ecuación 3-7-2 y haciendo $V_2 i = 0$ pués el cuerpo 2 estaba en reposo inicialmente: $m_1 V_1 i = m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f}$ y sustituyendo V_{1f} por

$\frac{1}{4} V_1 i$ según dice el problema, tenemos:

$$m_1 V_1 i = m_1 (\frac{1}{4} V_1 i) + m_2 V_{2f}$$

$$3/4\ m_1 V_1 i = m_2 V_{2f} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 3\text{-}7\text{-}1$$

Ahora usando la ecuación 3-7-3:

$-(V_{1i} - V_{2i}) = V_{1f} - V_{2f}$ y sustituyendo V_{1f} por $\frac{1}{4} V_{1i}$ tenemos; $-(V_{1i} - V_{2i}) = \frac{1}{4} V_{1i} - V_{2f}$

$$-V_1 i + V_2 i - \frac{1}{4} V_{1i} = -V_{2f}$$

$-\frac{5}{4} V_1 i = -V_{2f}$, V_{2i} se eliminó pues es cero.

$\frac{5}{4} V_1 i = V_{2f}$, sustituyendo éste valor de V_{2f} en la ecuación 3-7-1, resulta:

$\frac{3}{4} m_1 V_1 i = m_2 \frac{5}{4} V_1 i$, o bién; $\frac{3}{4} m_1 = \frac{5}{4} m_2$,

$$m_2 = \frac{3}{5} m_1 = \frac{3}{5} (2) = 1.2 \text{ Kg.}$$

2.- Dos partículas, una de las cuales tiene el doble de masa que la otra, se mantienen unidas

por medio de un resorte comprimido entre ellas. La energía almacenada por el resorte es de 60 julios. ¿Qué cantidad de energía cinética tiene cada partícula después que se le suelta?

SOLUCION:- Aplicando la conservación de la cantidad de movimiento a las dos partículas;

$$m_1 V_1 i + m_2 V_2 i = m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f},$$

como inicialmente las partículas están en reposo (antes de soltar el resorte), entonces: $m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i} = 0$, o sea:

$m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f} = 0$, o bién, $m_1 V_{1f} = -m_2 V_{2f}$

y como $m_1 = 2\ m_2$, al sustituit m_1 en la ecuación anterior, se transforma a:

$$2\ m_2\ V_{1f} = -m_2 V_{2f};\quad V_{1f} = -\frac{1}{2} V_{2f},$$

quiere decir ésta última ecuación, que al soltar el resorte, la velocidad de la partícula más pesada (m_1) será la mitad de la velocidad de la partícula ligera (m_2) y de sentido opuesto.

Por otro lado, como: $\frac{1}{2} m_1 V_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2f}^2 = 60$ j, pues al soltar al resorte, su energía potencial de 60 julios se transformará en la energía cinética de las dos partículas, y como $m_1=2m_2$, ésta ecuación se transforma a:

$$\frac{1}{2}\, 2m_2\, V_{1f}^2 + \frac{1}{2}\, m_2 V_{2f}^2 = 60$$

$$m_2 V_{1f}^2 + \frac{1}{2}\, m_2 V_{2f}^2 = 60$$

pero, como $V_{1f} = -\frac{1}{2}\, V_{2f}$, entonces al sustituir ésta igualdad en la ecuación anterior;

$$m_2\left(-\frac{1}{2}\, V_{2f}\right)^2 + \frac{1}{2}\, m_2 V_{2f}^2 = 60$$

$$m_2\, \frac{1}{4}\, V_{2f}^2 + \frac{1}{2}\, m_2 V_{2f}^2 = 60$$

$\frac{3}{4}\, m_2 V_{2f}^2 = 60$, si multiplicamos por $\frac{1}{2}$ ambos miembros de la ecuación, no habrá alteración, por lo que:

$$\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\, m_2 V_{2f}^2\right) = \frac{60}{2} = 30,$$

y como $\frac{1}{2}\, m_2\, V_{2f}^2 = K_2$ = energía cinética de la partícula liviana, se tiene:

$3/4\ K_2 = 30$, $K_2 = 40$ julios.

y como $K_1 + K_2 = 60$, $K_1 = 60 - K_2$

$K_1 = 60 - 40 = 20$ julios

Finalmente, la energía cinética de la partícula liviana es: 40 joules y la energía cinética de la partícula pesada es: 20 joules.

3.- Dos bolas de igual masa y rapidez, viajan en sentido contrario sobre un plano horizontal sin fricción. Determinar el estado de movimiento de las dos bolas, después del impacto frontal y elástico.

SOLUCION:- Partiendo de que:

$$m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i} = m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f}$$

y según los datos del problema:

$$m_1 = m_2$$

$$V_{1i} = -V_{2i}$$

Se supone que la bola 2 se mueve inicialmente a la izquierda por eso el signo negativo de V_2.

y sustituyendo en la ecuación primera:

$$m_2(-V_{2i}) + m_2V_{2i} = m_2V_{1f} + m_2V_{2f}$$

$$-m_2V_{2i} + m_2V_{2i} = m_2V_{1f} + m_2V_{2f}$$

$$0 = m_2V_{1f} + m_2V_{2f}$$

o sea: $-m_2V_{1f} = m_2V_{2f}$

finalmente; $V_{1f} = -V_{2f}$

Esto se interpreta que después del choque, la bola dos y la bola uno, rebotan alejándose con las mismas velocidades pero en sentido contrario.

Ahora, si aplicamos la ecuación 3-7-3: $V_{1f} - V_{2f} = V_{2i} - V_{1i}$, y sustituímos en ella las igualdades anteriores, obtenemos:

$$-V_{2f} - V_{2f} = V_{2i} - (-V_{2i})$$

$$-2V_{2f} = 2V_{2i}$$

$$V_{2f} = -V_{2i}$$

Esta última igualdad manifiesta que la bola 2 invierte su sentido de movimiento, pero su velocidad final, será la misma que su velocidad inicial.

Lo mismo se puede obtener para la bola 1.

4.- Una pelota es lanzada contra una pared. Si la velocidad con que choca la pelota sobre la pared, es perpendicular a ella y de 20 M/seg. Calcular su velocidad después del choque, si este es elástico.

SOLUCION:- Aplicando la ecuación 3-7-3:

$$V_{1f} - V_{2f} = V_{2i} - V_{1i}$$

y como la pared no se mueve ni antes, ni después entonces: $V_{2i} = 0$, $V_{2f} = 0$

Por lo tanto, de la ecuación se obtiene que:

$$V_{1f} = -V_{1i} = -20 \text{ M/seg.}$$

Esto indica que la pelota rebota con la misma velocidad con que chocó.

5.- Calcular el coeficiente de restitución e, de la pelota y la pared, del problema anterior.

SOLUCION:- Como $e = \dfrac{V_{2f} - V_{1f}}{V_{1i} - V_{2i}}$

En el caso de la pared: $V_{2i} = 0$ y $V_{2f} = 0$ y para la pelota: $V_{1f} = - V_{1i} = - 20$ M/seg.

sustituyendo estos datos en la ecuación de e, tenemos:

$$e = \frac{0 - (-20)}{20 - 0} = 1,$$ ésto indica un choque elástico.

6.- Un cuerpo de masa 2 Kg., se desliza con una velocidad de 5 m/seg. sobre un plano horizontal y alcanza otro cuya masa es de 5 Kg., si su velocidad es de 3 M/seg y está dirigida en el mismo sentido que la velocidad del primero, encontrar la velocidad de los dos cuerpos, si el choque es inelástico.

SOLUCION:- Como el choque es inelástico, entonces: $m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i} = (m_1 + m_2)\, V_f$, despejando V_f y sustituyendo, tenemos:

$$V_{2f} = \frac{m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i}}{m_1 + m_2} = \frac{2\,(5) + 5\,(3)}{2 + 5}$$

$$V_f = 3.57 \text{ M/seg.}$$

7.- Resolver el problema anterior, si el segundo cuerpo, fuera en sentido contrario al primero.

SOLUCION:- En éste caso: $V_{2i} = - 3$ M/seg., y sustituyendo en la ecuación:

$$V_{2f} = \frac{m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i}}{m_1 + m_2}$$, tenemos:

$$V_f = \frac{2\,(5) + 5\,(-3)}{2 + 5} = \frac{-5}{7} = - .71 \text{ M/seg}$$

El signo -, indica que después del choque, los cuerpos pegados, se moverán en el sentido del segundo cuerpo.

8.- Una bala de 12 grs., se dispara a un bloque de madera de 2 Kg que cuelga de un hilo, según la figura 3-8-1, el impacto de la bala hace que el bloque se eleve a una altura de 10 cm sobre su nivel original. Cal[illegible] locidad con [illegible] bala da en el bloque.

SOLUCION:- Después del impacto, el bolque y la bala se mueven hasta elevarse:

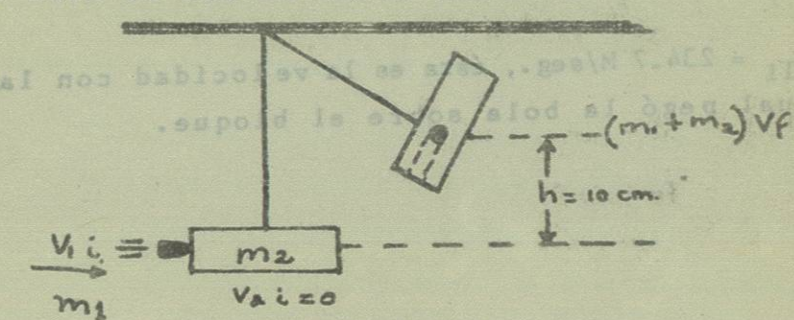


FIGURA 3-8-1.

La siguiente ecuación es aplicada desde que el bloque y la bola comienzan a moverse, hasta que se detienen a la altura h:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, V_f^2 = (m_1 + m_2)\, gh,$$ despejando V_f,

$$V_f = \sqrt{\frac{2\,(m_1 + m_2)\, gh}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{2\,(.012 + 2.0)\, 9.8 \times .10}{.012 + 2.0}}$$

$V_f = 1.4$ M/seg.

Como el choque es inelástico, entonces:

$$m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i} = (m_1 + m_2)\, V_f$$

Pero $V_{2i} = 0$, entonces;

$$m_1 V_{1i} = (m_1 + m_2)\, V_f$$

$$V_{1i} = \frac{(m_1 + m_2)\, V_f}{m_1} = \frac{(.012 + 2.0)\,(1.4)}{.012}$$

$V_{1i} = 234.7$ M/seg., ésta es la velocidad con la cual pegó la bola sobre el bloque.

UNIDAD IV

HIDROSTATICA