3) $2x^3 - 5x^2y - 9xy^2 - 6y^3$

4) $x^3 + 5x^2y - 8xy^2 - 3y^3$

7. $(x - 4)^2$

0) $x^2 - 4x + 16$ 1) $x^2 - 8x + 4$

2) $x^2 - 8x + 16$ 3) $x^2 + 8x - 16$

4) $x^2 - 16$

8. $(x - 4)(x + 4)$

0) $x^2 - 16$ 1) $x^2 - 8x + 16$

2) $x^2 - 4x + 16$ 3) $x^2 + 8x - 4$

4) $x^2 - 8x + 4$

9. $(-9)/(-3)$

0) 3 1) -3 2) 6

3) -6 4) -12

10. $\dfrac{36a^4b^2c^3}{6a^2b^2c^2}$

0) $3ac$ 1) $6a^2c^3$ 2) $3ac^3$

3) $6a^2c$ 4) $6a^3c^2$

11. $(6a^4b^5 - 12a^5b^4)/(6a^4b^4)$

0) $b - 2$ 1) -2 2) $-2ab$

3) $ab^2 - 2a^2b$ 4) $b - 2a$

12. $(4x^3 - 10x^2 + 2x + 4)/(2x^2 - 3x - 2)$

0) $x - 1$ 1) $2x - 1$ 2) $2x - 3$

3) $2x - 2$ 4) $2x + 1$

MULTIPLICACIONES Y DIVISIÓN CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

LECCIÓN 3.

1-3 MULTIPLICACIÓN ALGEBRAICA.

Definición.

La multiplicación es la operación que tiene por objeto, repetir un número como sumando, tantas veces como unidades tiene el otro. Así, $5 \times 4 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$.

El número que se repite se llama **multiplicando** y el número que indica las veces que el multiplicando es repetido, se llama **multiplicador.**

El resultado se llama **producto** y al multiplicando y al multiplicador se llaman también, **factores** del producto.

El signo de la multiplicación es una cruz (x) o un punto (•), que se lee multiplicando por, o simplemente por, y que se coloca entre el multiplicando y el multiplicador.

"Leyes de los signos para la multiplicación".

En la multiplicación de números reales se presentan dos casos:

Primer caso, cuando los factores son del mismo signo.

"El producto de dos factores del mismo signo, es positivo:. Por ejemplo:

$$(5)(3) = 15$$

$(-5)(-3) = 15$

Segundo caso, cuando los factores son de signo diferente.

"El producto de dos factores de signo diferente, es negativo". Por ejemplo:

$(-5)(3) = 15$

$(5)(-3) = -15$

Para encontrar el producto de $(-8)(-6)(-5)$; se multiplican los primeros dos factores y el resultado se multiplica por el tercero así:

$$(-8)(-6)(-5) = (+48)(-5) = -240$$

Para encontrar el producto de, $(-2)(-3)(-4)(-5)$; se multiplican los primeros dos factores y los últimos dos factores, los resultados se multiplican entre sí, para obtener el producto, así

$$(-2)(-3)(-4)(-5) = (+6)(+20) = 120$$

De estos ejemplos se deduce lo siguiente:

"El producto de cualquier número de factores positivos, es positivo".

"El producto, de un número par de factores negativos, es positivo".

"El producto, de un número impar de factores negativos, es negativo".

"Ley de los exponentes en la multiplicación".

Hay productos en que el mismo factor ocurre dos, tres o más veces. Un producto de ese tipo puede expresarse escribiendo el factor un número apropiado de veces, pero es más conveniente usar una notación abreviada, así

$a \times a = a^2$ (léase "a cuadrada")

$a \times a \times a = a^3$ (Léase "a cúbica")

$a \times a \times a \times a = a^4$ (Léase "a cuarta")

Estas son ilustraciones de la siguiente definición:

"Si **a** es un número y **n** es un entero positivo, entonces, a^n denota el producto de **n** factores, cada uno de los cuales es **a**. Esto es

$$a^n = a \times a \times a \times \ldots \times a \text{ (n factores)}$$

La cantidad a^n es llamada n-ésima potencia de a y se lee "a es la base y n el exponente. La primera potencia de un número se expresa usualmente sin exponente. Así, por definición,

$$a^1 = a$$

Como consecuencia de la definición anterior, se tiene la siguiente ley, aplicable a los productos que comprenden potencias de los números:

"Si a es un número real y m y n son enteros positivos, entonces,

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Demostración: La cantidad a^m significa el producto de m factores, cada uno de los cuales es a, y a^n significa a tomado como factor n veces. En total, a ocurre como factor $\underline{m + n}$ veces, lo cual exhibimos, escribiendo

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a)}_{\text{m factores}} \; \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a)}_{\text{n factores}} = a^{m+n}$$

"MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS".

Regla.- Para multiplicar dos monomios se multiplican los coeficientes y a continuación de este producto, se escriben las letras de los factores, en orden alfabético, poniéndole a cada letra un exponente igual a la suma de los exponentes que tenga en los factores. El signo del producto, vendrá dado por la ley de los signos.

EJEMPLO:

multiplicar:

a) $x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$ (Ley de los exponentes)

b) $a^4 \cdot a^3 \cdot a^2 = a^{4+3+2} = a^9$ (Ley de los exponentes)

c) $(-2a^3b^2)(3ab^4) = -2 \cdot 3 \cdot a^3 \cdot a \cdot b^2 \cdot b^4$ (Ley Conmutativa)

$= (-2 \times 3)(a^3 \cdot a)(b^2 \cdot b^4)$ (Ley asociativa)

$= -6a^4b^6$ (Ley de los exponentes)

"MULTIPLICACIÓN DE UN MONOMIO POR UN POLINOMIO".

Regla.- Para multiplicar un monomio por un polinomio se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio, teniendo en cuenta en cada caso, la ley de los signos, y se hace la suma algebraica de los productos parciales.

EJEMPLO:

Multiplicar

$$(2y^3)(x^2 - 3xy - 2y^2)$$

Solución: Usando la ley distributiva para la multiplicación y la ley de los exponentes, obtenemos

$$2y^3(x^2 - 3xy - 2y^2) = 2y^3(x^2) + 2y^3(-3xy) + 2y^3(-2y^2)$$

$$= 2x^2y^3 - 6xy^4 - 4y^5$$

El paso intermedio se escribe para enfatizar el proceso. El procedimiento usual es escribir tan solo el resultado final.

"MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS POR POLINOMIOS".

Regla.- Se multiplican todos los términos del multiplicando por cada uno de los términos del multiplicador, teniendo en cuenta la ley de los signos y la ley de los exponentes y se combinan los términos semejantes.

Para facilitar la combinación de términos semejantes en la multiplicación de polinomios, se ordena cada uno de ellos según las potencias ascendentes o descendentes de una misma literal y se escriben uno debajo de otro. Se multiplican luego, todos los términos del multiplicando por cada término del multiplicador, empezando por la izquierda, se escriben después los productos parciales de modo que sus términos semejantes, si los hay, se correspondan en columna y se hace la reducción.

EJEMPLO:

Multiplicar

$$(a^2 - 2ab + b^2)(a - b)$$

Solución:

$$
\begin{array}{rr}
 & a^2 - 2ab + b^2 \\
 & a - b \\
\hline
\text{multiplicación por a:} & a^3 - 2a^2b + ab^2 \\
\text{multiplicación por -b:} & - a^2b + 2ab^2 - b^3 \\
\hline
\text{producto:} & a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3
\end{array}
$$

EJEMPLO:

Multiplicar :

$$(2x^2 + xy - 3y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$$

Solución:

$$
\begin{array}{rr}
 & 2x^2 + xy - 3y^2 \\
 & x^2 - 3xy + y^2 \\
\hline
\text{multiplicación por } x^2: & 2x^4 + x^3y - 3x^2y^2 \\
\text{multiplicación por -3xy:} & - 6x^3y - 3x^2y^2 + 9xy^3 \\
\text{multiplicación por } y^2: & + 2x^2y^2 + xy^3 - 3y^4 \\
\hline
 & 2x^4 - 5x^3y - 4x^2y^2 + 10xy^3 - 3y^4
\end{array}
$$

AUTOEVALUACIÓN 1.

Multiplique como se indica y combina términos semejantes.

1) $(4)(-2)$

2) $(-5)(-4)$

3) $(2)(-1)(-4)$

4) $(-3)(-1)(-2)$

5) $(5ab)(2ab)$

6) $(-6x^2y)(3xy^2)$

7) $(-2x^2(-3x)$

8) $(ab)(-2b)(3a)$

9) $(-ab)(2b)(-5a)$

10) $(3a^2b^2))(2ab)(a^2b)$

11) $ab(a^3 - b^3)$

12) $-7x^2(4x - 3)$

13) $2a^2b(3ab^2 + a)$

14) $-8x^2y(-2x + 3y + 1)$

15) $6a(3a - 2b - c)$

16) $-2x^2(3x - 3y + 2)$

17) $(x - 3)(x + 5)$

18) $(1 - 2a)(4 + 3a)$

19) $(a + 2b)(a - 2b)$

20) $(2c - 3d)(c + d)$

21) $(x - y)(x + 4y)$

22) $(x^2 - 8x + 16)(x - 4)$

23) $)(a - 7ac + 8c)(3a - 2c)$

24) $(4a^2 + 2ab + b^2)(2a - b)$

25) $(x^2 - xy + y^2)(x + y)$

26) $(a + b - 1)(a + b + 1)$

27) $(2x - y + 4)(2x + y + 4)$

28) $(a + 2)(a + 1)(a + 3)$

29) $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$

30) $(1 - b)(2 + b)(3 - b)$